

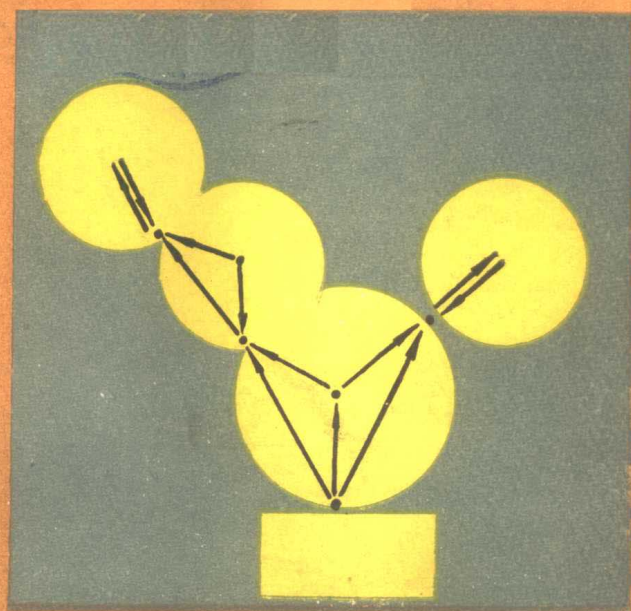
893498

高等学校教材

多刚体系统动力学

DUOGANGTI XITONG DONGLIXUE

刘延柱 洪嘉振 杨海兴 著



高等教育出版社

高等学校教材

多刚体系统动力学

刘延柱 洪嘉振 杨海兴 著

高等教育出版社

内 容 简 介

多刚体系统动力学是在经典力学基础上发展起来的新学科分支。本书系统介绍这门学科的基本内容。全书共分八章,第一、二章介绍刚体力学的基本原理,第三章叙述多刚体系统的运动学,第四至七章分别介绍四种有代表性的研究方法,第八章叙述计算机算法并介绍几种典型计算程序。每章都附有联系实际的例题和习题并附有习题答案。书末附有较详细的文献索引。

本书可作为高等工科院校的一般力学、机械原理、机器人、车辆、航天技术等专业的研究生教材,也可供上述各专业的高年级学生、教师及有关的研究人员和工程技术人员参考。

高等学校教材

多刚体系统动力学

刘延柱 洪嘉振 杨海兴 著

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

祝桥新华印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10.875 字数 261,000

1989年3月第1版 1989年4月第1次印刷

印数 0001—1,800

ISBN 7-04-001037-2/TB·106

定价 2.90 元

前 言

在现代科学技术发展的推动下,经典力学范畴内逐渐形成一个略具独立性的学科分支——多刚体系统动力学。它的研究对象是由大量刚体相互联系组成的系统,研究方法立足于与现代计算技术相适应。在大约二十年内,相继涌现了风格迥异的各种研究方法,使沉寂多年的经典刚体动力学面貌一新。为了介绍这个领域的研究成果,上海交通大学从1982年开始为一般力学专业硕士研究生开设了多刚体系统动力学课程,并在上海、重庆、武汉、福州等地举办了讲座。这本书就是在为课程及讲座编写的《多刚体系统动力学》讲义基础上作了较大的修改和补充写成的。鉴于多刚体系统动力学研究方法的多样性,本书的宗旨是较全面而系统地介绍多刚体系统动力学几种有代表性的研究方法,并在保留各种方法固有风格的前提下力图连贯沟通。不过限于作者水平,实际效果与预期目标尚有差距。书中对各种方法基本内容的叙述作了改进,以避免烦琐冗长的推导过程。虽然不同研究方法各有其习惯采用的符号和术语,为便于阅读,书中尽可能将主要符号和名词予以统一。每章都附有例题和习题以帮助读者加深对各种方法的理解。书中还增加多刚体系统的算法一章,向读者介绍计算机辅助分析处理经典力学问题的初步概念。

本书可作为高等工科院校的一般力学、机械原理、机器人、车辆、航天技术等专业的研究生教材,也可作为上述各专业教师、研究人员及工程技术人员的参考书。在本书写作过程中得到许多兄弟院校理论力学同行的热情支持和鼓励,北京大学力学系周起釒

教授对本书作了详细的审阅并提出了宝贵意见，作者谨表示深切的谢意。

作者于上海交通大学

一九八六年十二月

符 号 表

$\mathbf{a}$ 加速度

$$\mathbf{a} = [\mathbf{a}_i], \mathbf{a}_i = \ddot{\mathbf{r}}_0 + \sum_{k=1}^n \boldsymbol{\omega}_k \times (\boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{d}_{ki})$$

$A^{(ij)}$ $\mathbf{e}^{(j)}$ 相对 $\mathbf{e}^{(i)}$ 的方向余弦矩阵

$\hat{A}^{(ij)}$ $(O_j, \mathbf{e}^{(j)})$ 相对 $(O_i, \mathbf{e}^{(i)})$ 的旋量变换矩阵

$\hat{A}^{*/(ij)}$ 对于倒置旋量的旋量变换矩阵

A R/W 方法基本方程的系数矩阵

$\mathbf{b} = [\mathbf{b}_{ij}]$, $\mathbf{b}_{ij}$ 为增广体矢量

B_i 第 i 刚体

B_0 零刚体

B_i^* 第 i 增广体

$\{B\}$ 多刚体系统

$\{B_j\}$ 系统的第 j 子树

B R/W 方法基本方程的系数矩阵

$\mathbf{c}_{ij}$ 体铰矢量

$\mathbf{c}_{ik}^e$ 力元矢量

$\mathbf{c}_{ik}^c$ 切断铰的体铰矢量

$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_{ij}]$, $\mathbf{C}_{ij} = S_{ij} \mathbf{c}_{ij}$ 为加权体铰矢量

$\mathbf{C}^e = [\mathbf{C}_{ik}^e]$, $\mathbf{C}_{ik}^e = S_{ik}^e \mathbf{c}_{ik}^e$ 为加权力元矢量

$\mathbf{C}^c = [\mathbf{C}_{ik}^c]$, $\mathbf{C}_{ik}^c = S_{ik}^c \mathbf{c}_{ik}^c + S_{ik}^c \mathbf{z}_k^c$ 为切断铰的加权体铰矢量

C_i 第 i 刚体 B_i 的质心

C_i^* 第 i 增广体 B_i^* 的质心

C 系统的总质心

$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_{ij}]$, $\mathbf{d}_{ij}$ 为通路矢量

$\mathbf{d}_{ij}$ 基点 O_i 至 O_j 的矢径

$D^{(ij)}$ $(O_i, \mathbf{e}^{(i)})$ 相对 $(O_j, \mathbf{e}^{(j)})$ 的齐次变换矩阵

D_i $(O_i, \mathbf{e}^{(i)})$ 相对 $(O_0, \mathbf{e}^{(0)})$ 的齐次变换矩阵

$\mathbf{e}^{(i)}$ 第 i 参考基

$\mathbf{e}_s^{(i)}$ 第 i 基的第 s 基矢量

E 单位矩阵

E 单位并矢

E_k 第 k 力元

$\mathbf{f}_p$ P_p 上的总作用力 (矢量力学方法) 或主动力 (分析力学方法)

$\mathbf{f}_p^a$ P_p 上作用的理想约束力

$\mathbf{f}_p^*$ P_p 上作用的惯性力

$\mathbf{f} = [\mathbf{f}_j]$, $\mathbf{f}_j = \boldsymbol{\omega}_{i(j)} \times \boldsymbol{\Omega}_j$

$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_i]$, $\mathbf{F}_i$ 为 B_i 的作用力主矢

$\mathbf{F}^g = [\mathbf{F}_i^g]$, $\mathbf{F}_i^g$ 为 B_i 的重力主矢

$\mathbf{F}^c = [\mathbf{F}_i^c]$, $\mathbf{F}_i^c$ 为 B_i 的控制力主矢

$\mathbf{F}^n = [\mathbf{F}_i^n]$, $\mathbf{F}_i^n$ 为 B_i 的理想约束力主矢

$\hat{\mathbf{F}}^g = [\hat{\mathbf{F}}_i^g]$, $\hat{\mathbf{F}}_i^g$ 为 B_i 的重力旋量

$\hat{\mathbf{F}}^c = [\hat{\mathbf{F}}_i^c]$, $\hat{\mathbf{F}}_i^c$ 为 B_i 的控制力旋量

$\hat{\mathbf{F}}^n = [\hat{\mathbf{F}}_i^n]$, $\hat{\mathbf{F}}_i^n$ 为 B_i 的约束力旋量

$F^{(r)}$ 系统的第 r 广义主动力

$F^{*(r)}$ 系统的第 r 广义惯性力

g 重力加速度

$$G = [g_{ij}], g_{ij} = \sum_{k=1}^n m_k d_{ik} \times \ddot{d}_{jk}$$

$$G^* = [g_{ij}^*], g_{ij}^* = \sum_{k=1}^n m_k b_{ik} \times \ddot{b}_{jk}$$

G 由 g 的分量及零元素组成的 4×4 矩阵

H_i B_i 相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的动量矩

H_{Ci} B_i 相对系统总质心的动量矩

H_0 系统相对质心的总动量矩

H 系统的约束矩阵

$i^+(j)$ 第 j 铰 O_j 的内接刚体序号

$i^-(j)$ 第 j 铰 O_j 的外接刚体序号

$i(j)$ 使用规则标号时的 $i^+(j)$

I_i B_i 相对系统总质心的等效惯量张量

$I_{pq}^{(i)}$ 广义惯量矩阵 Φ_i 的元素

J_{pq} 惯量矩 ($p=q$) 或惯量积 ($p \neq q$)

$J = \text{diag}[J_i]$, J_i 为 B_i 相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的惯量张量

J_i J_i 的坐标矩阵, 即惯量矩阵

k_{js} O_j 铰的第 s 滑移轴基矢量

k_j 单自由度 O_j 铰的滑移轴基矢量

κ 滑移轴基矢量组成的准对角阵

$$\hat{\kappa} = \text{diag}[k_j^T; p_j^T]$$

K_i B_i 相对 O_i 的惯量张量

K_i^* B_i 相对 C_i 的惯量张量

K 对角线元素等于 K_i 的张量矩阵

K^* 对角线元素等于 K_i^* 的张量矩阵

L_k 第 k 刚体分割面

$L(j) = i^+(j)$ 第 j 铰 O_j 的内接刚体序号

L 邻接列阵

m_v P_v 的质量

$m = \text{diag}[m_i]$, m_i 为 B_i 的质量

$$m_s = \sum_{i=1}^n m_i \quad \text{系统的总质量}$$

$M = [M_i]$, M_i 为 B_i 的作用力相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的主矩

$M^g = [M_i^g]$, M_i^g 为 B_i 的重力相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的主矩

$M^c = [M_i^c]$, M_i^c 为 B_i 的控制力相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的主矩

$M^a = [M_i^a]$, M_i^a 为 B_i 的理想约束力相对 O_i (旋量方法) 或相对 C_i (其它方法) 的主矩

n 系统 $\{B\}$ 包含的刚体数

n^* 系统内的多余铰数

N_j' O_j 的滑移自由度

N_j'' O_j 的转动自由度

$N_j = N_j' + N_j''$ O_j 的总自由度

N 系统的总自由度

N^0 非树系统的派生树自由度

N^c 切断铰的自由度

N 法向约束力
 O_j 第 j 基的基点
 O_j 第 j 铰点, 规则标号时为 B_j 的内接铰点
 O_j^0 无滑移时的 O_j 位置
 p_{js} O_j 铰的第 s 转轴基矢量
 p_j 单自由度 O_j 铰的转轴基矢量
 p 转轴基矢量组成的准对角阵
 p_* 缺第一行第一列的 p 矩阵
 P_ν 组成质点系的第 ν 质点
 P 虚功率
 P^0 切断铰的虚功率
 P_j O_j 铰的主动控制力 (保保夫方法)
 q_j 第 j 广义坐标
 q_{js} O_j 铰的第 s 广义坐标
 q 广义坐标列阵
 q_* 缺第一元素的 q 列阵
 Q_i B_i 的动量
 $\hat{Q} = [\hat{Q}_i]$, $\hat{Q}_i$ 为 B_i 的动量旋量
 Q 休斯顿方法的计算矩阵
 Q^* 休斯顿方法的计算矩阵
 $Q^{**} = QQ^*$
 r_ν P_ν 相对固定基点的矢径
 r_i B_i 的质心相对固定基点的矢径
 r_0 零刚体质心相对固定基点的矢径
 r_0 系统总质心相对固定基点的矢径
 $r^{(i)}$ 任意点相对 $(O_i, e^{(i)})$ 的齐次坐标列阵
 s_1 系统的完整约束数

s_2 系统的非完整约束数
 $s = s_1 + s_2$ 系统的约束方程数
 $s = \dot{r}_0 1_n - d^T \times \omega_0 1_n$ (转动铰系统)
 $s = (\dot{r}_0 + \omega_0 \times z_1) 1_n - d^T \times \omega_0 1_n$ (带滑移铰系统)
 S 关联矩阵
 S_* 缺第一行第一列的关联矩阵
 $\bar{S}$ 全关联矩阵
 S_0 零刚体的关联矩阵
 S^0 切断铰的关联矩阵
 S_0^0 零刚体与切断铰的关联矩阵
 S^+ 内关联矩阵
 $\bar{S}^+$ 全内关联矩阵
 S^0 力元关联矩阵
 S^i 分割面关联矩阵
 $\hat{S}$ 旋量关联矩阵
 T 动能
 T 通路矩阵
 T_* 缺第一行第一列的通路矩阵
 $\hat{T}$ 旋量通路矩阵
 $\hat{T}^* = \hat{k} \hat{T}$
 $u = a - d^T \times \sigma$ (转动铰)
 $u = a - d^T \times (\dot{\omega}_0 1_n - T^T f) - 2d^{\circ T} \times \omega$ (带滑移铰系统)
 u_r 第 r 广义速率
 U 回路矩阵
 $\hat{U}$ 旋量回路矩阵
 $\hat{U}^* = \hat{k} \hat{U}$
 v_i B_i 的内接铰点 O_i (旋量方法) 或质心 C_i (其它方法) 的速度
 $\hat{v} = [\hat{v}_i]$, $\hat{v}_i$ 为 B_i 的速度旋量
 $v^{(r)}$ 第 r 偏速度

$\mathbf{V}=[\mathbf{V}_j]$, $\mathbf{V}_j$ 为 O_j 关联的刚体之间的相对速度

$\mathbf{V}^o=[\mathbf{V}_k^o]$, $\mathbf{V}_k^o$ 为第 k 力元作用点之间的相对速度

$\mathbf{V}^c=[\mathbf{V}_k^c]$, $\mathbf{V}_k^c$ 为切断铰 O_k 关联的刚体之间的相对速度

$\hat{\mathbf{V}}=[\hat{\mathbf{V}}_j]$, $\hat{\mathbf{V}}_j$ 为 O_j 关联的刚体之间的相对速度旋量

$\hat{\mathbf{V}}^c=[\hat{\mathbf{V}}_k^c]$, $\hat{\mathbf{V}}_k^c$ 为切断铰 O_k 关联的刚体之间的相对速度旋量

$$\mathbf{w}=[\mathbf{w}_j], \mathbf{w}_j=\sum_{s=1}^{N_j}\sum_{r=1}^{N_j}\frac{\partial p_{js}}{\partial \theta_{jr}}\dot{\theta}_{js}\dot{\theta}_{jr}$$

z_{js} O_j 关联的刚体之间的第 s 滑移坐标

z_j 单自由度 O_j 铰的滑移距离

z_j O_j 铰的滑移矢量

z_k^c 第 k 切断铰的滑移矢量

Z_i B_i 的高斯拘束

Z 系统的高斯拘束

α 卡尔丹角

$\alpha=-(\mathbf{pT} \times \mathbf{dT})$ (转动铰系统)

$\alpha=-(\mathbf{pT} \times \mathbf{d} + \mathbf{kT})^T$ (带滑移铰系统)

$\alpha^*=\mu^T\alpha=-(\mathbf{pT} \times \mathbf{b})^T$

β 卡尔丹角

$\beta=-(\mathbf{pT})^T$

γ 卡尔丹角

$\gamma=-(\alpha^TS^o + \beta^T \times C^o)$

δ 变分符号

δ_{pq} 克罗尼克符号

$\delta=[\delta_j]$, $\delta_j=-\sum_{i=0}^n\omega_i \times (\omega_i \times C_{ij})$

ε 克里弗符号

ε_{pqr} 里奇符号

$\varepsilon=[\varepsilon_i]$, $\varepsilon_i=\omega_i \times (\mathbf{J}_i \cdot \omega_i)$

θ 欧拉角中的章动角

θ_{js} O_j 关联的刚体之间的第 s 角度坐标

θ_j 单自由度 O_j 铰的转角

θ_s 第 s 单元矩阵

λ_j 欧拉参数或四元数的第 j 元素

$\lambda=[\lambda_k]$, λ_k 为拉格朗日乘子矩阵

Λ 四元数

Λ^* 共轭四元数

$\mu=[\mu_{ij}]$, $\mu_{ij}=\delta_{ij}-(m_i/m)$

$\nu=\text{diag}[\nu_j]$, ν_j 为单自由度 O_j 铰的类型参数

π_r 第 r 伪坐标

ρ_v P_v 相对动基点的矢径

$\sigma=\dot{\omega}_0\mathbf{1}_n-T^T(\mathbf{w}+\mathbf{f})$

φ 欧拉角中的自转角

$\Phi=\text{diag}[\Phi_i]$, Φ_i 为 B_i 的广义惯量矩阵

ψ 欧拉角中的进动角

Ψ_i B_i 的主动力矩阵

$\omega=[\omega_i]$, ω_i 为 B_i 的绝对角速度

ω_* 缺第一元素的 ω 矩阵

ω_0 零刚体的绝对角速度

$\omega^{(r)}$ 第 r 偏角速度

$\Omega=[\Omega_j]$, Ω_j 为 O_j 关联的刚体之间的相对角速度

Ω_* 缺第一元素的 Ω 矩阵

$\Omega^c=[\Omega_k^c]$, Ω_k^c 为第 k 切断铰关联的刚体之间的相对角速度

目 录

符号表	1
绪论	1
第一章 刚体运动学基础	6
§1.1 矢量、并矢与四元数	6
§1.2 刚体的有限转动	15
§1.3 刚体的角速度	30
§1.4 刚体的运动学方程	35
第二章 刚体动力学基础	40
§2.1 动量、动量矩与动能	40
§2.2 刚体的质量几何	44
§2.3 动力学普遍方程	49
§2.4 自由刚体的运动	57
§2.5 自由陀螺体的运动	64
第三章 多刚体系统的运动学	73
§3.1 结构的基本概念	73
§3.2 非树系统的结构	83
§3.3 转动铰联结系统的运动学	89
§3.4 带滑移铰系统的运动学	96
§3.5 带力元系统的运动学	109
第四章 罗伯森-维滕堡方法	114
§4.1 有根树系统	114
§4.2 无根树系统	128
§4.3 胡克尔-马格里斯方法	133
§4.4 非完整系统	140
§4.5 非树系统	146
§4.6 自由多刚体系统	155

第五章 牛顿-欧拉方法	165
§5.1 旋量的对偶数记法	165
§5.2 旋量的矩阵记法	177
§5.3 多刚体系统中的旋量方法	182
§5.4 罗伯森-史维塔塞方法	197
§5.5 席勒恩-克洛茨方法	203
第六章 变分方法	213
§6.1 高斯最小拘束原理	214
§6.2 里洛夫方法	216
§6.3 齐次坐标及其变换	225
§6.4 保保夫方法	229
第七章 凯恩方法	243
§7.1 广义速率、偏速度及偏角速度	243
§7.2 广义主动力与广义惯性力	247
§7.3 凯恩动力学方程	252
§7.4 休斯顿方法	265
第八章 多刚体系统的算法	272
§8.1 动力学问题的计算机辅助分析	272
§8.2 符号运算的专用程序	274
§8.3 使用常用语言的符号运算程序	281
§8.4 微分方程的数值积分程序	286
§8.5 利用变分原理的数值计算程序	295
习题	300
习题答案	307
名词索引	322
中外文人名对照	326
参考文献	328

绪 论

多刚体系统动力学是在经典力学基础上产生的新学科分支。由欧拉、拉格朗日等人奠基的经典刚体动力学发展至今已有约二百年。对于刚体的平面运动或定轴转动的研究还可上溯到更久远的年代。经典刚体动力学的主要研究对象是单个刚体,研究成果可以解释一些重要的力学现象,如地球和陀螺仪的进动和章动,复摆及各种简单机械的运动。但在丰富的经典刚体动力学文献中,对于相互联系的两个以上刚体的研究只有如双复摆、陀螺体及万向支架陀螺仪等几种特殊问题。

现代科学技术的发展,如车辆、飞机、机构、机器人等工业技术,尤其是宇航技术的急速发展,使刚体动力学的研究受到极大的冲击。这种新情况可以概括为两个方面:

1) 出现了由大量刚体组成的工程对象,这些刚体以各种各样的方式相联系,组成复杂的机械系统。各个刚体部件作大位移运动。

2) 出现了计算能力飞速增长的数字计算机,从而使对复杂系统进行大规模数字仿真计算的可能性成为现实。这样,经典力学的研究方法必须加以变革,以适应计算技术的要求。

处理由多个刚体组成的系统,原则上可利用传统的经典力学方法,即以牛顿-欧拉方程为代表的矢量力学方法或以拉格朗日方程为代表的分析力学方法。但随着组成系统的刚体数目增多,刚体之间联系状况和约束方式变得极其复杂。对作为隔离体的单个刚体列写牛顿-欧拉方程时,较约束力的出现使未知变量的数目明

显增多。因此,即使直接采用牛顿-欧拉方法,也必须加以发展,制定出便于计算机识别刚体联系状况和约束形式的程式化方法,并致力于自动消除铰的约束反力。最早期的多刚体系统研究文章,如1963年的弗勒彻(Fletcher)^[12],1965年的胡克尔(Hooker)和马格里斯(Margulies)^[18,19]等所提出的方法都是牛顿-欧拉方程的直接发展。近期的罗伯森(Roberson)和史维塔塞(Schwertassek)方法^[65,66],席勒恩(Schiehlen)和克洛兹(Kreuzer)方法^[61,64]等则是牛顿-欧拉方程的另外几种表达形式。

采用拉格朗日方程可以避免出现不作功的铰的理想约束反力,使未知变量的数目减少到最低程度。但随着刚体数和自由度的增多,动能和势能函数的项数急剧扩张,求导数的计算工作量庞大,推导过程繁琐枯燥且容易出错。当系统稍有改变或者物理模型稍有变化时,就必须重新推导。不过拉格朗日方程的推导过程虽然繁琐却十分程式化,因此有可能利用计算机代替手工操作^[20]。

1966年罗伯森(Roberson)和维滕堡(Wittenburg)^[61,61]创造性地将图论引入多刚体系统动力学,使这个学科分支跨入新阶段。他们利用图论的一些基本概念和数学工具成功地描绘系统内各个刚体之间的联系状况,这种联系状况被称作系统的结构。借助图论工具可将系统的结构引进运动学和动力学的计算公式。罗伯森-维滕堡和胡克尔-马格里斯独立地重新发现并发展了增广体概念。这一概念是由上世纪末作为多刚体系统动力学的先驱者费舍尔(Fischer)^[9]所创造的。利用增广体概念可对胡克尔-马格里斯或罗伯森-维滕堡的基本方程作出明确的物理解释。罗伯森-维滕堡方法以十分优美的风格处理了树结构多刚体系统,对于非树系统,则必须利用铰切割或刚体分割方法转变成树系统处理。维滕堡最早对多刚体系统动力学作出完整的阐述,他的著作^[61]已成为这门学科分支的入门读物。

旋量方法是沿着另一条独立途径发展的动力学分析方法。早在 1809 年潘索(Poinsot)就建立了旋量概念,以后经过冯密色斯(Von Mises)^[72]、迪明伯格(Диментберг)^[89]、杨安慈(Young, A. T.)^[84,85]等人的努力,利用对偶数作为旋量的数学工具,建立了旋量的算法,并在开链和闭链空间机构的运动学和动力学分析中得到广泛的应用。旋量形式的动力学方程实际上是牛顿-欧拉方程的一种简练的表达形式。本书作者的研究表明,将旋量的对偶数记法改为矩阵记法并与图论概念结合,可以将适用范围扩大到任意结构的多刚体系统。

变分方法是经典力学的重要部分。如果说在经典力学中,变分原理只是对力学现象的抽象概括,则在计算技术飞速发展的今天,变分方法已成为可以不必建立动力学方程而直接借助数值计算寻求运动规律的有效方法。变分方法主要用于工业机器人动力学,它有利于结合控制系统的优化进行综合分析。由于变分方法不受铰的约束数目的影响,因此尤其适用于带多个闭环的复杂系统。高斯(Gauss)最小拘束原理是变分方法的基本原理,保保夫(Попов)^[87,91]和里洛夫(Lilov)^[40,90]从同一原理出发,发展了两种不同风格的计算方法。

凯恩(Kane)方法是在 1965 年前后形成的分析复杂系统的一种新方法。最先用于分析复杂航天器,以后发展为使用范围更广泛的普遍性方法。这种方法源出于吉布斯(Gibbs)和阿沛耳(Appell)的伪坐标概念。其特点是利用广义速率代替广义坐标描述系统的运动,并将矢量形式的力与达朗伯惯性力直接向特定的基矢量方向投影以消除理想约束力,因而兼有矢量力学和分析力学的特点。作为凯恩方法的具体应用,休斯顿(Huston)和帕塞列罗(Passereilo)^[21,24,46]将凯恩方法用于分析人体的多刚体模型,莱金斯(Likins)^[87,88]则用于考虑弹性效应的多体航天器研究。

以上叙述了从六十年代开始,多刚体系统动力学朝独立的力学分支发展进程中的几种主要研究派别。除此以外,还应提到安德鲁(Andrews)和柯萨万(Kesavan)^[1]的矢量网络方法,捷尔可夫斯基(Jerkovsky)^[2a]的变换算子方法,以及符柯布拉托维奇(Vukobratovic)^[74,75,88]在机器人动力学方面的研究工作。虽然各种方法的风格迥然不同,但共同目标是要实现一种高度程式化,适宜编制计算程序的动力学方程建立方法,只要用最少量的准备工作就能处理任何特殊的多刚体系统。更具体地说,要提供一种有效的计算机软件,只要用户输入具体系统的参数,就能将动力学方程自动编排出来,并进而完成多种功能的动力学分析、综合、优化和设计工作。本书不企图对所有研究方法作全面阐述,而只介绍几种有代表性的研究方法,并在叙述中力求使各种方法相互沟通。

对于由少量刚体组成的简单系统,用任何一种方法,甚至最经典的牛顿-欧拉方程或拉格朗日方程都可以手推公式导出解析形式的动力学方程。但多刚体系统动力学的主要任务是处理那些由大量刚体组成的复杂系统,因此任何一种方法都必须利用计算机辅助分析,必须附有相应的计算机算法并配备完善的计算机软件。

有两种不同的计算机辅助分析方法:

1) 符号-数值方法 计算机自动推导数字-字符形式的动力学方程,再对符号方程作数值计算。

2) 纯数值方法 动力学方程以未展开的矩阵形式存在,直接进行数值积分导出数值形式的动力学规律。

上述两种方法各有优缺点,符号-数值方法尤其适合于需要多次重复计算的课题,例如系统的综合与参数优化问题。

本书共分八章。第一、二章介绍刚体运动学和动力学的基础

知识及必要的数学工具。在第三章中将多刚体系统的运动学作为独立的章节叙述,因为尽管关于多刚体系统结构的图论概念以及关联矩阵、通路矩阵是属于罗伯森-维滕堡方法的,但所导出的运动学计算公式对于牛顿-欧拉方法和变分方法也同样具有普遍意义。第四至七章分别介绍上述四种不同方法的基本内容。其中第四章中的自由多刚体系统以及第五章中旋量的矩阵记法等部分加进了本书作者的部分研究结果。各章使用不同方法推导动力学方程,第四章用分析力学方法,第五章用矢量力学方法,第七章的凯恩方法兼有二种方法的特点,第六章则利用变分原理代替动力学方程的推导。由于多刚体系统的动力学方程一般均为高阶非线性方程,不可能进行解析积分,因此仅在第二章中对于无力矩自由刚体及陀螺体的解析形式运动规律作简要叙述。一般情况下,动力学方程的积分只能由计算机完成。因此在第八章中叙述与多刚体系统的计算机算法有关的基本内容,介绍符号-数值方法及纯数值方法的几种典型计算机程序。

本书各章都附有例题和习题。为了避免过于繁琐冗长的推导过程,绝大多数题目是讨论由少量刚体组成的简单系统。读者用书中介绍的方法手工操作解这些简单问题时不一定比传统的牛顿-欧拉方法或拉格朗日方程更方便。设置这些例题和习题的目的是帮助读者理解各种方法的基本思想和熟悉计算步骤,并在一定程度上对各种方法的优缺点进行对比。再一次指出,多刚体系统动力学的所有方法只有在处理由大量刚体组成的复杂系统,并与计算机辅助分析结合进行时,才能显示出明显的优越性。

随着多刚体系统动力学发展的日趋完善,考虑带挠性部件或充有液体的更广义的多体动力学问题已成为新的发展方向,但尚未形成完备的系统。本书的讨论范围仅限于多刚体系统。所列的参考文献不包含考虑结构挠性的多体问题文献。

第一章 刚体运动学基础

§1.1 矢量、并矢与四元数

1. 矢量

矢量是有方向性物理量的数学抽象。矢量除有确定的实数模值及方向以外,同时必须满足矢量代数所规定的运算规则。有时还必须规定矢量的作用线或作用点。不需明确规定作用线或作用点的矢量称为自由矢量,本章讨论的矢量仅限于自由矢量。矢量在书中以黑体字母表示¹⁾。

三个汇交于 O 点的正交单位矢量 $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$ 、 $\mathbf{e}_3$ 称为基矢量,它们组成的右手正交参考系称为基, O 称为基点。同一基的基矢量之间满足以下正交性条件:

$$\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{e}_q = \delta_{pq} \quad (p, q = 1, 2, 3) \quad (1.1.1)$$

$$\mathbf{e}_p \times \mathbf{e}_q = \varepsilon_{pqr} \mathbf{e}_r \quad (p, q, r = 1, 2, 3) \quad (1.1.2)$$

其中 δ_{pq} 为克罗尼克(Kronecker)符号, ε_{pqr} 为里奇(Ricci)符号,

$$\delta_{pq} = \begin{cases} 1 & (p = q) \\ 0 & (p \neq q) \end{cases} \quad (1.1.3)$$

$$\varepsilon_{pqr} = \begin{cases} 1 & (p, q, r \text{ 按 } 1, 2, 3 \text{ 顺序循环置换}) \\ -1 & (p, q, r \text{ 按 } 3, 2, 1 \text{ 逆序循环置换}) \\ 0 & (p, q, r \text{ 中有重复标号}) \end{cases} \quad (1.1.4)$$

1) 书中大多数矢量用小写黑体字母表示,若干特殊情形如力、力矩、动量、动量矩等则按习惯以大写黑体字母表示。