水工結构应力分析丛书之八

連拱壩

潘家錚 編著

上海科学技术出版社

水工結构应力分析丛书之八

連 拱 坝

潘家錚 編著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书介紹連拱坝設計中所遇到的結构計算方法，除概述外，分章按拱圈的計算公式，拱端常数及用系数計算，垛头計算、垛墻計算、彈性稳定、地質应力等作了討論分析，可供水利工程設計人員及有关专业院校师生参考之用。

水工結构应力分析丛书之八

連 拱 坝

潘家錚 編著

*

上海科学技术出版社出版

（上海南京西路2004号）

上海市书刊出版业营业許可証出093号

上海市印刷五厂印刷　新华书店上海发行所总經售

*

开本 850×1168　1/32　印張 5 18/32　插頁 1　字数 135,000

1959年11月第1版　1959年11月第1次印刷

印数 1—2,300

統一书号：15119・1323

定　价：（十二）0.82元

目　录

第一章 概述

連拱坝是垛坝的一种。垛坝的主要結构由两部分組成：即上游傾斜的面板，用以擋水，及面板后的垛壁，用以将压力傳达到基础上去。連拱坝（多拱坝）的面板由一組圓形拱圈組成。除了連拱坝外，象平板坝和大头坝都隶属于垛坝类型中，其作用亦相仿，惟面板形式不同而已。

垛壁結构可以是一道单純的混凝土壁，称为单垛；或可以是由两道較薄的壁組合做成，称为双垛。垛壁須按傾复穩定、滑动穩定及彈性穩定进行計算及設計。垛壁可以是很厚的大体积混凝土，也可以是薄壁結构。

在面板和垛壁相交处，常将垛壁做厚，逐漸尖削，使面板上荷載均匀地傳达到后面部分中去；这一部分称为垛头，或称为漸变段。

垛坝适用于較寬的河段中，且两岸山坡須不过陡，否则常要在两岸各做一段重力坝接头。垛坝对坝址地質是有一定要求的，但是也有些垛坝建造在地質較差的河段中，借底板把反力傳布到广大基础面上，这时必須避免各垛发生不均匀沉陷，因为这将引起面板的巨大扭应力（大头坝較适应于这种情况）。

面板下端常与大块基础混凝土固結，或者也可直接嵌入基岩中，并进行阻水幕灌浆，以减少滲漏損失。如垛坝造在透水基础上，其阻水措施更需詳細設計。但上托力对垛坝設計的影响則較次要。

垛坝上一般不过水，因为过水常引起坝的震动和下游的冲刷。

如一定要在坝上过水也是可能的，惟允許单寬流量較小，常不如将溢洪道建在另一处或在某些坝块上改建重力坝为宜。

垛坝面板通常是傾斜的，借以利用面板上的水重来获得足够的稳定性。面板傾斜度，对基础反力及垛内应力大小也有关系，連拱坝面板的一般傾斜度常在1:1左右。

决定垛壁的間距（也就是决定坝的跨数）是一个复杂的問題。这問題应在初步設計中进行比較后选定，比較中应考虑不同跨度对面板、垛壁、模板、鋼筋、施工条件、基础处理和单价的影响。比較中，面板傾斜度和垛壁間距应同时考虑，进行选擇。

当連拱坝的主要輪廓拟定后，即可进行細节設計和应力及稳定計算。这可分为面板計算、垛头計算和垛壁計算等几部分。在面板設計中，主要先肯定中心角。中心角一般限在150～180°之間，中心角大些，混凝土方数也多些，但在温度变化、地震和基座移动下的应力将小得多。因此，当坝址年温度变化有相当数值时，或在地震区域中，中心角常常取为180°。采取180°中心角，并可使施工簡单，計算方便，拱和垛壁間傳力情况良好，因此，除非有特殊理由，我們总采用180°中心角。

拱圈所受的荷載組合中，庫空时不一定比庫滿时有利，因为薄的圓拱很适宜于承受均匀徑向水压力，而庫空时的拉力反比庫滿时为大。但庫空时的失事危害性很小，因此安全系数似可稍低些。一般面板厚度根据庫滿情况决定，鋼筋則根据庫空情况决定。

連拱坝的拱圈总是采用等截面圓拱，这使工地施工大为簡易，計算也方便，到目前为止，还很少看到采用过他种形式或变截面的拱圈。

在計算拱圈时，总是垂直上游面切出一条单位寬度的拱作为考虑对象（图1）。在靠近坝頂或水面处，和接近基础处，有相当一段长度内的拱圈受到坝頂或基础影响。这一段的长度可近似地以式 $L=2\sqrt{rT}$ 估計之，r 为拱半徑，T 为拱厚，这一部分中拱圈应

力的合理計算，要用到試載法，而在中央的一部分拱圈（通常也是最长的一段）則可按普通彈性拱理論計算，惟須考慮剪力、軸向压力和基础变形的影响在内。

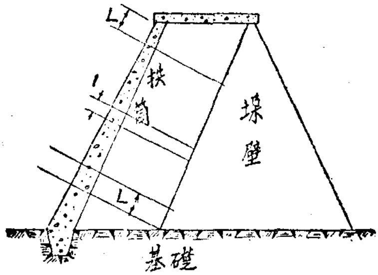


图 1

用試載法計算近基础部分应力的大致步驟如下：

把結构視为由拱圈和梁組成，拱圈垂直于上游面切取，梁則平行于軸綫切取。然后將荷載分配于两者間幷調整之，使两者在相交点处的变形相同。这种計算相当复杂，往往要用單位荷載法，本书中不拟詳述，可参考本丛书之九‘拱壩’一书。

关于垛头及垛壁的設計計算，詳述于第四、五、六章中。

第二章　拱圈的計算公式

符号　本章所用符号如下（参見图 2）：

R_u——拱筒外半徑

r——拱中心綫半徑

T——拱厚（或写为 T_1）

ϕ_A——拱頂至拱端夹角

ϕ——拱頂至任一点夹角

ξ——拱圈傾角

y——拱頂至任何一点之距离（沿对称綫量）

y_A——拱頂至拱端之距离（沿对称綫量）

H——在拱頂处水头（与拱內推力符号合用）

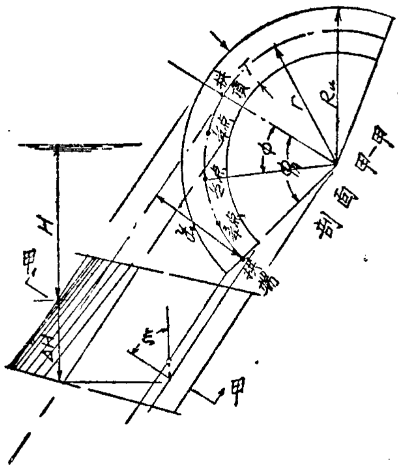


图　2

w_c——拱圈容重

M_L——外荷載所生力矩（將拱頂切开計算）

H_L——外荷載所生推力（將拱頂切开計算）

V_L——外荷載所生剪力（將拱頂切开計算）

以均匀水压力引起的 M_L, H_L, V_L 为正

${}_AM_L$——在拱端之 M_L

${}_AH_L$——在拱端之 H_L

${}_AV_L$——在拱端之 V_L

M_0——在拱頂之总力矩

H_0——在拱頂之总推力

V_0——在拱頂之总剪力

M——任何一点之总力矩(使外緣受压者为正)

H——任何一点之总推力(压力为正)(与拱頂水头符号合用)

V——任何一点之总剪力(使拱向上移动者为正)

t——温度变化值

s——混凝土膨脹系数

$\int$——指自拱頂至拱端之积分

L——彈性应变能，或长度

γ_0——水的容重$(=1)$

p——水压力$(=\gamma_0 H$，或γ_0乘水头)

ds——沿拱軸的微分弧长

θ——积分变数

Z——漸变徑向荷載情况下的荷載常数$=\gamma_0 R_u^2 \cos\xi$

W——自重下的荷載常数$=w_c Tr\cos\xi$

E——混凝土的彈性模量

I——拱圈断面的慣性矩$=\frac{1}{12}T^3$

A——拱圈断面的面积$=T$

G——混凝土的抗剪彈性模量$=\frac{E}{2}(1+\mu)$，μ为泊松比

α——基础常数，$\frac{\alpha}{ET^2}$ 即由于单位力矩引起的垂直基础面的轉动

β——基础常数，$\frac{\beta}{E}$ 即由于单位推力引起的垂直基础面的变位

γ——基础常数，$\frac{\gamma}{E}$ 即由于单位剪力引起的基础平面內的变位

a, b, T_2, ρ, k, K', q, c 見第三章的說明。

計算拱圈应力原理 拱圈的計算原理，在本丛书‘拱坝’中将从变形观点进行詳細推导，本书中試从应变能原理来推导，当然两者的本質是一样的 ❶。

在半个拱内的总应变能为

$$L=\int\frac{M^2}{2EI}ds+\int\frac{H^2}{2EA}ds+\int\frac{V^2}{2GA}ds$$

$$+\frac{\alpha M_A^2}{2ET^2}+\frac{\beta H_A^2}{2E}+\frac{\gamma V_A^2}{2E} \tag{1}$$

上式中最后三项指支座基础变形所引起的应变能。

任何一点的总力矩、推力和剪力可視为由两部分合成，一部分为外荷載引起，一部分为拱頂应力引起（注意因对称关系 $V_0=0$）：

$$M=M_0+H_0y-M_L \qquad \frac{\partial M}{\partial M_0}=1,\ \frac{\partial M}{\partial H_0}=y$$

$$H=H_0\cos\phi+H_L \qquad \frac{\partial H}{\partial H_0}=\cos\phi$$

$$V=H_0\sin\phi-V_L \qquad \frac{\partial V}{\partial H_0}=\sin\phi$$

M_0 及 H_0 可由下列条件求出：即在拱頂之轉动和切向变形应等于 0，或即 $\frac{\partial L}{\partial M_0}=0$，$\frac{\partial L}{\partial H}=0$，将式(1)就 M_0、H_0 微分之，得

$$\frac{\partial L}{\partial M_0}=\int\frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial M_0}ds+\frac{\alpha}{ET^2}M_A\frac{\partial M_A}{\partial M_0}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial H_0}=\int\frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial H_0}ds+\int\frac{H}{EA}\frac{\partial H}{\partial H_0}ds$$

$$+\int\frac{V}{GA}\frac{\partial V}{\partial H_0}ds+\frac{\alpha M_A}{ET^2}\frac{\partial M_A}{\partial H_0}$$

$$+\frac{\beta H_A}{E}\frac{\partial H_A}{\partial H_0}+\frac{\gamma V_A}{E}\frac{\partial V_A}{\partial H_0}=0 \tag{3}$$

---

❶ 更詳細的推导过程和基本假定等，可参考文献 [4]，或文献 [2] 的第三章 121 ~151 頁。

将式(2)中的 M 及 M_A 展开后，可化为下式：

$$\int\frac{M_0+H_0y-M_L}{I}ds+\frac{\alpha}{T^2}[M_0+H_0y_A-{}_AM_L]=0$$

或

$$M_0\left[\int\frac{ds}{I}+\frac{\alpha}{T^2}\right]+H_0\left[\int\frac{yds}{I}+\frac{\alpha y_A}{T^2}\right]$$

$$-\int\frac{M_L}{I}ds-\frac{\alpha_A M_L}{T^2}=0 \tag{4}$$

同样，将式(3)中的 M、H、V、M_A、H_A、V_A 各展开整理归納后，可以得出下式：

$$M_0\left[\int\frac{yds}{I}+\frac{\alpha y_A}{T^2}\right]+H_0\left[\int\frac{y^2ds}{I}+\int\frac{\cos^2\phi}{T}ds\right.$$

$$\left.+3\int\frac{\sin^2\phi}{T}ds+\frac{\alpha y_A^2}{T^2}+\beta\cos^2\phi_A+\gamma\sin^2\phi_A\right]$$

$$-\int\frac{M_Ly}{I}ds+\int\frac{H_L\cos\phi}{I}ds-3\int\frac{V_L\sin\phi}{T}ds$$

$$-\frac{\alpha}{T^2}{}_AM_Ly_A+\beta\,{}_AH_L\cos\phi_A$$

$$-\gamma\,{}_AV_L\sin\phi_A=0 \tag{5}$$

式(4)及(5)为解算对称拱圈在对称荷載下拱頂应力的最一般性公式。

各种外荷載下 M_L、H_L 及 V_L 的公式

A. 均匀徑向荷載

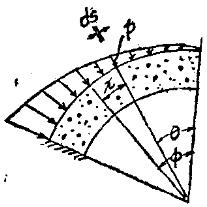
拱圈上的水压力可以分为两部分。一为均匀部分，一为漸变部分，均匀部分的值即为拱頂处的水压力 $p=\gamma_0 H$ (γ_0 为水的容重)，均匀压力引起的 M_L 等很易导出为

$$M_L=pR_u r\,\text{vers}\,\phi,\quad H_L=pR_u\,\text{vers}\,\phi,$$

$$V_L=pR_u\sin\phi$$

B. 漸变徑向荷載

因为連拱坝拱圈的縱軸与水平有傾角 ξ，故沿拱圈各点水头是变化的，在任一点 (ϕ) 处的水头，比拱頂大 ΔH：



$$\Delta H = R_u \operatorname{vers}\phi \cos\xi$$

故漸变徑向荷載的值为

$$p = \gamma_0 R_u \operatorname{vers}\phi \cos\xi$$

图 3

漸变荷載引起的 M_L 等須由积分求出(見图3)。

在 θ 点的荷載 pds，引起 ϕ 点的力矩 $dm = pds \cdot x$，而 ϕ 点总外力矩为

$$M_L = \int_0^\phi dm = \int_0^\phi pxds$$

$$= \int_0^\phi \gamma_0 R_u \operatorname{vers}\phi \cos\xi \cdot r \sin(\phi - \theta) R_u d\theta$$

故

$$M_L = \gamma_0 R_u^2 \cos\xi r \int_0^\phi \operatorname{vers}\theta \sin(\phi-\theta) d\theta$$

$$= \gamma_0 R_u^2 \cos\xi \cdot r \left(\operatorname{vers}\phi - \frac{\phi\sin\phi}{2} \right)$$

$$= Z \cdot r \left(\operatorname{vers}\phi - \frac{\phi\sin\phi}{2} \right)$$

式中 $Z = \gamma_0 R_u^2 \cos\xi$，同样可导出

$$H_L = \int pds \sin(\phi - \theta)$$

$$= \gamma_0 R_u^2 \cos\xi \left(\operatorname{vers}\phi - \frac{\phi\sin\phi}{2} \right)$$

$$= Z \left(\operatorname{vers}\phi - \frac{\phi\sin\phi}{2} \right)$$

$$V_L=\gamma_c R_u^2 \cos\xi\left(\frac{\sin\phi}{2}-\frac{\phi\cos\phi}{2}\right)=Z\left(\frac{\sin\phi}{2}-\frac{\phi\cos\phi}{2}\right)$$

C. 拱圈自重

令 w_c 为拱圈混凝土容重，则切取一公尺宽的拱圈出来时，其上自重为 w_cT，此值分解到作用在拱平面內的分力为 $w_cT\cos\xi$(見图 4)。

此力引起的 M_L 等可导得如下：

$$M_L=\int_0^\phi w_cT\cos\xi(r\sin\phi-r\sin\theta)rd\theta$$

$$=w_cT\cos\xi r^2\int_0^\phi(\sin\phi-\sin\theta)d\theta$$

$$=w_cTr\cos\xi\cdot r(\phi\sin\phi-\text{vers}\,\phi)$$

$$=W\cdot r(\phi\sin\phi-\text{vers}\,\phi)$$

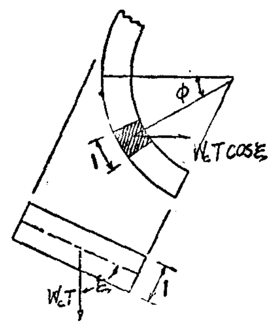


图 4

式中 $\qquad W=w_cTr\cos\xi$

同理 $\qquad H_L=w_cTr\cos\xi\cdot\phi\sin\phi=W\cdot\phi\sin\phi$

$$V_L=w_cTr\cos\xi\cdot\phi\cos\phi=W\cdot\phi\cos\phi$$

D. 小 結

由于均匀水压力：

$$M_L=pR_ur\,\text{vers}\,\phi \tag{6}$$

$$H_L=pR_u\,\text{vers}\,\phi \tag{7}$$

$$V_L=pR_u\sin\phi \tag{8}$$

由于漸变荷載：

$$M_L=Zr\left(\text{vers}\,\phi-\frac{\phi\sin\phi}{2}\right) \tag{9}$$

$$H_L=Z\left(\text{vers}\,\phi-\frac{\phi\sin\phi}{2}\right) \tag{10}$$

$$V_L=Z\left(\frac{\sin\phi}{2}-\frac{\phi\cos\phi}{2}\right) \tag{11}$$

由于自重:

$$M_L=Wr(\phi\sin\phi-\text{vers}\,\phi) \tag{12}$$

$$H_L=W\phi\sin\phi \tag{13}$$

$$V_L=W\phi\cos\phi \tag{14}$$

将式(6)～(14)代入式(4)及(5)即可解出拱顶应力 M_0 及 H_0。

拱顶应力解算

将式 (6)、(7)、(8) 代入 (4)，并令 $I=\frac{T^3}{12}$，　$y=r\,\text{vers}\,\phi$，$ds=rd\phi$，可得到一个方程式

$$M_0\left[\frac{12r}{T^3}\int d\phi+\frac{\alpha}{T^2}\right]+H_0\left[\frac{12r^2}{T^3}\int\text{vers}\,\phi d\phi+\frac{\alpha r}{T^2}\text{vers}\,\phi_A\right]-pR_u\frac{12r^2}{T^3}\int\text{vers}\,\phi d\phi-\frac{\alpha}{T^2}pR_ur\,\text{vers}\,\phi_A=0$$

或簡化写为

$$M_0\frac{1}{T^2}A_1+H_0\frac{1}{T}B_1-pR_u\frac{1}{T}D_1=0 \tag{15}$$

式中　$A_1=\frac{12r}{T}A_1'+\alpha$　而 $A_1'=\int d\phi=\phi_A$

$$B_1=\frac{12r^2}{T^2}B_1'+\frac{r\alpha}{T}\text{vers}\,\phi_A$$

$$B_1'=\int\text{vers}\,\phi d\phi=\phi_A-\sin\phi_A$$

$$D_1=\frac{12r^2}{T^2}D_1'+\frac{r\alpha}{T}\text{vers}\,\phi_A$$

$$D_1'=\int\text{vers}\,\phi d\phi=\phi_A-\sin\phi_A$$

同样将式(6)、(7)、(8)代入(5)，簡化后，得

$$M_0 \frac{1}{T} B_1 + H_0 B_3 - pR_u D_3 = 0 \tag{16}$$

式中
$$B_1 = \frac{12 r^2}{T^2} B_1' + \frac{\alpha r}{T} \operatorname{vers} \phi_A$$

$$B_3 = \frac{12 r^3}{T^3} B_{31} + \frac{r}{T} B_{32} + \frac{\alpha r^2}{T^2} \operatorname{vers}^2 \phi_A + \beta \cos^2 \phi_A + \gamma \sin^2 \phi_A$$

$$D_3 = \frac{12 r^3}{T^3} D_{31} + \frac{r}{T} D_{32} + \frac{r^2}{T^2} \alpha \operatorname{vers}^2 \phi_A - \beta \operatorname{vers} \phi_A \cos \phi_A + \gamma \sin^2 \phi_A$$

而
$$B_{31} = \int \operatorname{vers}^2 \phi d\phi = \phi_A - 2\sin \phi_A + \frac{\phi_A + \sin \phi_A \cos \phi_A}{2}$$

$$B_{32} = \int \cos^2 \phi d\phi + 3 \int \sin^2 \phi d\phi = 2\phi_A - \sin \phi_A \cos \phi_A$$

$$D_{31} = \int \operatorname{vers}^2 \phi d\phi = B_{31}$$

$$D_{32} = 3 \int \sin^2 \phi d\phi - \int \operatorname{vers} \phi \cos \phi d\phi = 2\phi_A - \cos \phi_A \sin \phi_A - \sin \phi_A$$

解(15)、(16)式，得

$$H_0 = pR_u \frac{A_1 D_3 - B_1 D_1}{K} \tag{17}$$

式中
$$K = A_1 B_3 - B_1^2$$

及
$$M_0 = pR_u T \frac{D_1 B_3 - D_3 B_1}{K} \tag{18}$$

至于在漸变水压力作用下，H_0 及 M_0 可用类似公式計算：

$$M_0 \frac{1}{T^2} A_1 + H_0 \frac{1}{T} B_1 - Z \frac{1}{T} D_1 = 0 \tag{19}$$

$$M_0 \frac{1}{T} B_1 + H_0 B_3 - Z D_3 = 0 \tag{20}$$

解之，得

$$H_0=Z\left[\frac{A_1D_3-D_1B_1}{K}\right] \tag{21}$$

$$M_0=ZT\left[\frac{D_1B_3-D_3B_1}{K}\right] \tag{22}$$

式中的 A_1、B_1、B_3 仍和以前相同，惟 D_3、D_1 等和上述均匀水压力情况不同：

$$D_1=\frac{12r^2}{T^2}D_1'+\frac{\alpha r}{T}\left(\text{vers}\,\phi_A-\frac{\phi_A\sin\phi_A}{2}\right)$$

$$D_1'=\int\left(\text{vers}\,\phi-\frac{\phi\sin\phi}{2}\right)d\phi$$

$$=\phi_A-\frac{3}{2}\sin\phi_A+\frac{1}{2}\phi_A\cos\phi_A \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned}
D_3=&\left[\frac{12r^3}{T^3}D_{31}+\frac{r}{T}D_{32}+\frac{\alpha r^2}{T^2}\left(\text{vers}\,\phi_A\right.\right.\\
&\left.-\frac{\phi_A\sin\phi_A}{2}\right)\text{vers}\phi_A-\beta\left(\text{vers}\,\phi_A-\frac{\phi_A\sin\phi_A}{2}\right)\cos\phi_A\\
&\left.+\gamma\left(\frac{\sin\phi_A}{2}-\frac{\phi_A\cos\phi_A}{2}\right)\sin\phi_A\right]\\
D_{31}=&\int\left(\text{vers}\,\phi-\frac{\phi\sin\phi}{2}\right)\text{vers}\,\phi d\phi\\
=&1\frac{5}{8}\phi_A-2\frac{1}{2}\sin\phi_A+\frac{1}{2}\phi_A\cos\phi_A-\frac{1}{4}\phi_A\cos^2\phi_A\\
&+\frac{5}{8}\cos\phi_A\sin\phi_A\\
D_{32}=&3\int\left(\frac{\sin\phi}{2}-\frac{\phi\cos\phi}{2}\right)\sin\phi d\phi\\
&-\int\left(\text{vers}\,\phi-\frac{\phi\sin\phi}{2}\right)\cos\phi d\phi\\
=&\frac{\phi_A\cos^2\phi_A}{2}-\sin\phi_A+\phi_A-\frac{\sin\phi_A\cos\phi_A}{2}
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

計算自重下的应力，公式亦一样：

$$\left.\begin{aligned} H_0&=W\left(\frac{A_1D_3-D_1B_1}{K}\right)\\ M_0&=WT\left(\frac{D_1B_3-D_3B_1}{K}\right)\end{aligned}\right\}\quad(25)$$

式中 A_1、B_1、B_{31}、B_{32} 等仍和以前一样，D_1、D_{32}、D_{31} 則改为

$$\left.\begin{aligned} D_1&=\frac{12r^2}{T^2}D_1'+\frac{r}{T}\alpha[\phi_A\sin\phi_A-\operatorname{vers}\phi_A]\\ D_1'&=\int(\phi\sin\phi-\operatorname{vers}\phi)d\phi\\ &=\sin\phi_A-\phi_A\cos\phi_A-(\phi_A-\sin\phi_A)\\ D_{31}&=\int(\phi\sin\phi-\operatorname{vers}\phi)\operatorname{vers}\phi d\phi\\ &=\frac{-5}{4}\phi_A+3\sin\phi_A-\phi_A\cos\phi_A\\ &\quad-\frac{\phi_A\sin^2\phi_A}{2}-\frac{3}{4}(\sin\phi_A\cos\phi_A)\\ D_{32}&=2\int\phi\sin\phi\cos\phi d\phi\\ &=\phi_A\sin^2\phi_A-\frac{1}{2}(\phi_A-\sin\phi_A\cos\phi_A)\\ D_3&=\frac{12r^3}{T^3}D_{31}+\frac{r}{T}D_{32}\\ &\quad+\frac{\alpha r^2}{T^2}(-\operatorname{vers}\phi_A+\phi_A\sin\phi_A)\operatorname{vers}\phi_A\\ &\quad-\beta\phi_A\cos\phi_A\sin\phi_A-\gamma\sin\phi_A\cos\phi_A\end{aligned}\right\}\quad(26)$$

最后，我們推导温度应力公式。令 ε＝拱圈膨脹系数，t＝温度变化值，設將拱頂切开，則在温度变化下，將发生水平相对变位

$$\delta=\varepsilon tr\sin\phi_A$$

因此計算应力 H_0 及 M_0 的基本公式为 $\dfrac{\partial L}{\partial H_0}=\varepsilon tr\sin\phi_A$，