

圖模諾 绘制原理和方法

楊祖裕 編著

人民鐵道出版社

1
33

繪制原理和方法

楊祖裕 編著

人民鐵道出版社

1963年·北京

本书深入浅出地介绍了绘制諾模图的基本知識、原理和方法，并列举出一些典型公式的諾模图图形，及其实例。对网络图的繪制法，諾模图图形的改造等也作了介绍。

諾模图

繪制原理和方法

楊祖裕 編著

人民铁道出版社出版

(北京市霞公府甲24号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第010号

新华书店北京发行所发行

人民铁道出版社印刷厂印

书号 1911 开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张 $2 \frac{3}{4}$ 字数 60 千

1963年11月第1版

1963年11月第1版第1次印刷

印数 0,001—4,000 册 定价 (9) 0.36 元

前 言

诺模图是近代发展起来的一个数学分支，最早是由工程师们为了简化计算工作创造出来的。在十九世纪，以许多直线组成的网络图为主要形式，后又创造了用尺度线组成的诺模图理论，它的发明者是法国的奥根氏。

苏联在1900~1910年间也由索洛、H·M·盖尔西万诺夫和A·K·富拉索夫等人作了大量的奠基工作，并由H·A·格拉高列夫教授在苏联以罗蒙诺索夫命名的国立莫斯科大学里组织了诺模图的科学研究讲习班，它成为苏联诺模图研究事业的中心。我国罗河教授在1948年及1953年亦先后发表了两本诺模图的理论著作，促进了我国诺模图工作的发展。

在现代化的建设事业中，包含着大量的计算工作，不论在科学研究机关、实验室、结构设计部门、建筑工地和工矿企业等部门都有很多计算工作，作这些计算要花费大量的时间和人力。若广泛应用诺模图进行计算，可使现代技术中常用的复杂计算公式成为容易掌握的、求解迅速的图上作业，从而将大大缩短计算工作时间，提高工作效率，节省很多的人力，使千万个熟练的技术人员免去作重复的、单纯代公式的数字计算工作，把宝贵精力从事于更需要的技术工作方面去。

本书共分六章。第一、二章介绍诺模图的基本知识；第三章是建立在直线几何关系上的几种典型公式的诺模图作法；第四章介绍建立在行列式基础上的诺模图绘制法；第五章为网络图及多变量公式的诺模图绘制原理；第六章介绍改

104

造图形的方法。前三章对具有中等文化程度的读者来说，学完后已可基本掌握诺模图的绘制技术；后三章供对诺模图有兴趣及对制图有更高要求的读者参考。

笔者对诺模图仅具初浅知识，在学习前人著作的基础上，根据由浅入深的、以实用为目的的原则编写的，希望能引起我国科学技术工作者的注意，并扩大它在社会主义建设事业中的应用范围，起一个抛砖引玉的作用。谬误之处，还希读者指正。

杨 祖 裕

1963年5月于成都

目 录

第一章 求解算式的几种方法	1
§ 1. 直接代入法.....	1
§ 2. 制成图表备用法.....	1
§ 3. 网络图法.....	3
§ 4. 诺模图法.....	3
第二章 繪制諾模图的基本知識	4
§ 5. 尺度与刻度点的划分.....	4
§ 6. 尺度模量, 自变量的上下限和图幅 尺寸的决定.....	7
§ 7. 误差、精确度和作图注意事项.....	9
§ 8. 三点共线的条件.....	12
§ 9. 行列式的基本性质.....	14
第三章 用几何关系繪制典型公式的諾模图	15
§10. $f_1(u) = f_2(v)$ 型公式的诺模图	15
§11. $f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)$ 型公式的诺模图.....	18
§12. $f_1(u) = f_2(v) \times f_3(w)$ 型公式的诺模图.....	23
§13. $f_1(u) + f_2(v) = \frac{f_1(u)}{f_3(w)}$ 型公式的诺模图.....	26
§14. $\frac{1}{f_1(u)} + \frac{1}{f_2(v)} = \frac{1}{f_3(w)}$ 型公式的诺模图.....	29
§15. $f_1(u) + f_2(v) + f_3(w) + \dots = f_4(q)$ 型 公式的诺模图.....	31
§16. $\frac{f_1(u)}{f_2(v)} = \frac{f_3(w)}{f_4(q)}$ 型公式的诺模图.....	33

§17.	$f_1(u) + f_2(v) = \frac{f_3(w)}{f_4(q)}$ 型公式的诺模图	36
§18.	$f_1(u) + f_2(v) \times f_3(w) = f_4(w)$ 型公式的 诺模图	40
§19.	多变量的组合诺模图	43
第四章	用行列式作出的诺模图	46
§20.	$f_1(u) \times f_2(v) = f_3(w)$ 型公式的诺模图图形	47
§21.	$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)$ 型公式的诺模图图形	53
§22.	$f_1(u) \times f_2(v) \times f_3(w) = f_1(u) + f_2(v)$ $+ f_3(w)$ 型公式的诺模图图形	56
§23.	$f_1(u) \times f_3(w) + f_2(v)g_3(w) + h_3(w)$ $= 0$ 型公式的诺模图图形	60
§24.	$f_1(u) = \frac{f_2(v) + f_3(w)}{\varphi_2(v) + \varphi_3(w)}$ 型公式的 诺模图图形	62
§25.	$\frac{f_1(u) + f_2(v)}{\varphi_1(u) + \varphi_2(v)} = \frac{f_1(u) + f_3(w)}{\varphi_1(u) + \varphi_3(w)}$ 型公式 的诺模图图形	62
第五章	多变量公式的诺模图及网络图	63
§26.	网络图的基本知识	63
§27.	网络图的绘制	67
第六章	诺模图图形的改造	70
§28.	投影作图改造法	70
§29.	计算改造法	73
参考文献		82

第一章 求解算式的几种方法

§1. 直接代入法

直接代入法是一个具有 K 个参变量的算式中将已知的 $K-1$ 个变量代入，以求出未知量的方法。

例如，在计算集中荷载下简支梁的跨中挠度时，算式为

$$\Delta_{\max} = \frac{Pl^3}{48EI},$$

如果其中 P 、 l 、 E 及 I 四个值为已知，则直接代入算式中就可得出 $\Delta_{\max}$ 的值。但是， P 、 l 、 E 及 I 可能有各种组合，代入每一组值后需经过乘除等计算才能求出相应的数值 $\Delta_{\max}$ 。因此，公式的变量愈多，算式形式愈复杂，解算时间也愈多。

§2. 制成图表备用法

为了避免常用的复杂算式，直接代入进行求算的麻烦起见，往往作成图表以供查用，节省解算时间，如常见的三角函数表，自然对数表，双曲线函数表及厂函数表等。

例如，算式

$$y = \log x,$$

x 之值从1~10时，相应数列的 y 值如表1。

表1

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y = \log x$	0.0000	0.3010	0.4771	0.6021	0.6990	0.7782	0.8451	0.9031	0.9542	1.0000

又如在计算具有宽度 C 的无限长基础上作用着 匀 布 荷 载, 如图 1, 则离地面深度为 Z 的 M 点处, 土壤所受的应力系按下式算出

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} (\varphi_2 - \varphi_1 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_1) =$$

$$= \sigma_z p$$

为简化计算, 上式中系数 σ_z 之值可列成表

2 查用。表 2 中 $\frac{Z}{C} =$

$f(\varphi_1, \varphi_2); \frac{x}{C} = \varphi$

(φ_1, φ_2) 。

作成表格备查以解
公式, 虽能达到一劳

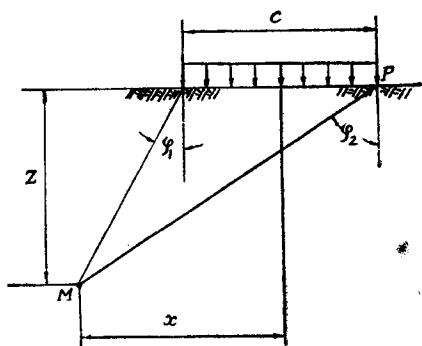


图 1

表 2

$\frac{Z}{C}$	x/C					
	0	0.25	0.5	1.0	1.5	2.0
0	1.00	1.00	0.50	0	0	0
0.25	0.96	0.90	0.50	0.02	0	0
0.50	0.82	0.74	0.48	0.08	0.02	0
0.75	0.67	0.61	0.45	0.15	0.04	0.02
1.00	0.55	0.51	0.41	0.19	0.07	0.03
1.25	0.46	0.44	0.37	0.20	0.10	0.04
1.50	0.40	0.38	0.33	0.21	0.11	0.05
1.75	0.35	0.34	0.30	0.21	0.13	0.07
2.00	0.31	0.31	0.28	0.20	0.13	0.08
3.00	0.21	0.21	0.20	0.17	0.13	0.10
4.00	0.16	0.16	0.15	0.14	0.12	0.10
5.00	0.13	0.13	0.12	0.12	0.11	0.09
6.00	0.11	0.11	0.10	0.10	0.10	0.09

永逸之目的，但往往限于精力和篇幅仍不能很详尽，且列入表中的每一值仍需一次次计算求得。因此凡在不是各种通用计算（如三角函数表、对数表等）及精确度要求不很高时，一般的算式常常不作成表格备查。

§3. 网络图法

设有一式

$$f(t) \times f(u) = f(v) \times f(w), \quad (1)$$

我们令

$$T = f(v) \times f(w),$$

并令 $f(u)$ 代表直角坐标 X 轴的正方向， $f(w)$ 代表直角坐标 X 轴的负方向， T 代表直角坐标 Y 轴的正方向，则根据直角坐标上直线系的绘法，可作成图 2，即网络图解法。例如已知 (1) 式中 $f(u_i)$ 、 $f(t_i)$ 及 $f(v_i)$ 的数值，则按图 2 虚

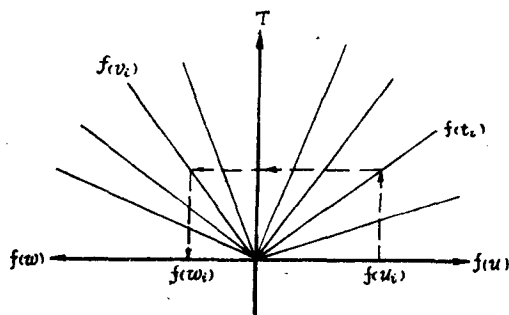


图 2

线箭头指示方向求出 $f(w_i)$ 。

§4. 诺模图法

诺模图法是将一个已知算式按一定规律排列的数根曲线轨迹，以解算公式的方法。

图 3 所示为工程中常用的求算矩形截面惯性矩公式的诺模图。它的优点是简洁明了，易于掌握，使用方便，求解迅速。

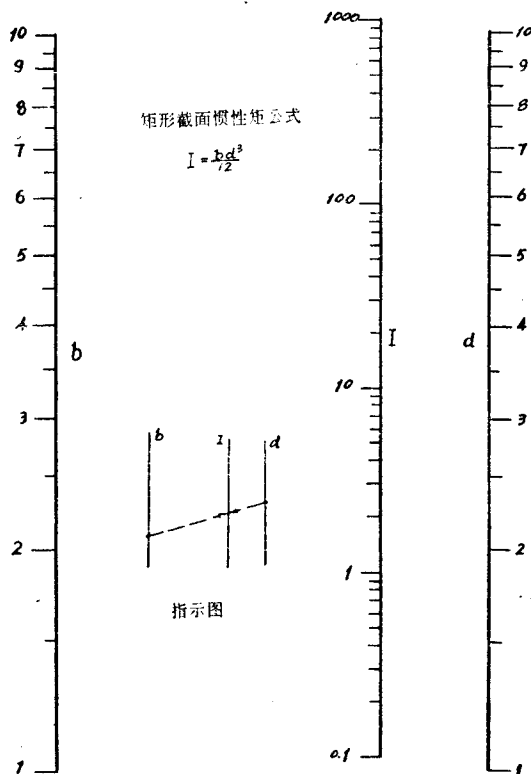


图 3

第二章 繪制諾模图的基本知識

§5. 尺度与刻度点的划分

诺模图中每一根图线的轨迹称为尺度线。例如，刻于直

线上的均匀刻度数(图4)就是直线尺度。若用对数规律刻划的,就称为对数尺度线(图5)。如果是以曲线规律刻划的就称为曲线尺度线(图6)。每一尺度线均代表一个函数的性质,故可通称为函数尺度线。一个诺模图往往是用两根以上的尺度线组成的。如果方程式是用隐函数给出的,如 $f(x, y, z, u, \dots) = 0$, 其中每个变量都有可能作为答数变量,即 $y = \varphi(x, z, u, \dots)$, $z = \varphi(x, y, u, \dots)$ 等,那末每个变量的尺度线既是答数尺度亦是已知尺度。若方程式是用显函数给出的,那末自变量尺度为已知尺度,函数尺度为答数尺度,此时,答数尺度的位置最好位于图案的中央(图3)。

$$f(u) = u$$

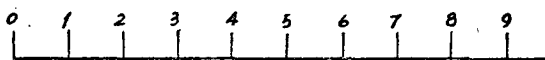


图 4

$$f(u) = \log u$$



图 5

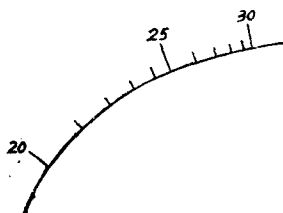


图6 曲线尺度

尺度线的宽度一般用0.2~0.3毫米,垂直于尺度线的主要刻度线和细分点的刻度线,其宽度用0.15~0.2毫米。尺度线上主要刻度线的长度用5毫米;细分点刻度线的长度用2毫米。在不均匀尺度线上划分细分点的刻

度时,可用平方几何内插法刻划,如图7所示。例如,在一不均匀直线尺度上有 x_1 、 x_2 和 x_3 三个相连的主要刻度点, x_1 至 x_2 的距离为 Δ_1 , x_2 至 x_3 的距离为 Δ_2 ,并用 $\Delta_1^{(2)}$ 表示 $\Delta_1 - \Delta_2$ 之差。

那末,当在 Δ_1 上划分二段时,可取中央分点加 $\frac{1}{8}\Delta_1^{(2)}$ 的长,作为细分点的位置(图7, a); 当在 Δ_1 上划分三段时,可在三等分点上顺次加 $\frac{1}{9}\Delta_1^{(2)}$ 作为细分点的位置(图7, b); 当 Δ_1 上划分成四段时,可在四等分点上的第一和第三两点加上 $0.1\Delta_1^{(2)}$ 长,第二点加上 $\frac{1}{8}\Delta_1^{(2)}$ 长作为细分点的位置(图7, c); 当在 Δ_1 上划分成五段时,可在五等分点上的第一和第四点加上 $0.08\Delta_1^{(2)}$ 长,第二和第三两点加上 $\frac{1}{8}\Delta_1^{(2)}$ 长,作为细分点的位置(图7, d)。在曲线上刻划不均匀尺度的刻点时,若刻点间距离相差不大,变化较缓,也可借助投射器进行,如

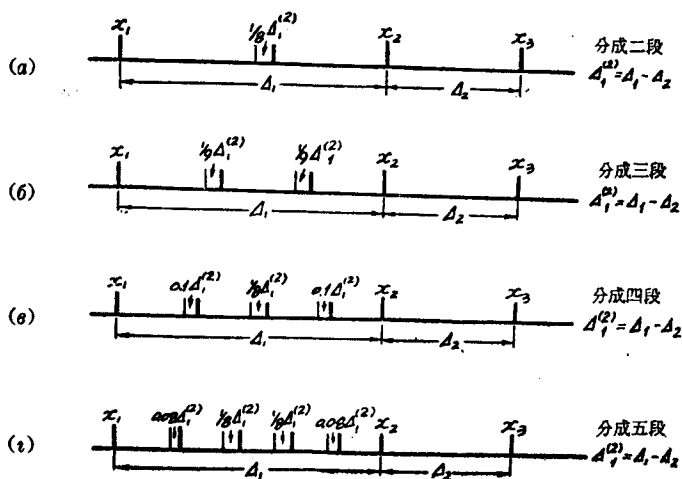


图 7

图8。投射器为一束等角放射直线，使用时将中间束 OB 通过刻点 B' ， OC 束通过刻点 C' ， OA 束通过刻点 A' ，其中 AC 垂直 OB 束且 AB 等于 BC ，其他各束线与 $A'B'$ 及 $B'C'$ 线段之交点即所要求的细分点。

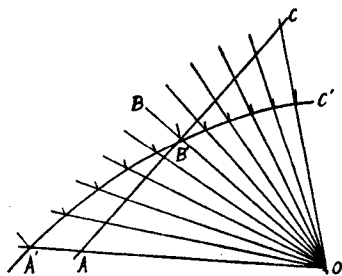


图8 用投射器刻细分点

尺度上相邻刻点的距离一般应在 2 ~ 5 毫米之间，相邻线段长度之和应在 4 ~ 10 毫米之间，图上标明数字的字体可用五号字体。当制图时使用放大的比例尺，然后又用照相法缩小时，上述图线和字体亦应按比例放大。

§6. 尺度模量，自变量的上下限和图幅尺寸的决定

尺度线的起点数值和终点数值是我们计算中可能遇到的自变量的上限及下限，上下限的范围不应定得过宽或过窄，过宽占去图幅尺寸，降低精度；过窄影响使用程度。通常，根据使用要求范围略加放宽作为上下限，同时也应根据不产生很大误差的条件来确定，如图9中计算三角形边长的情形。由图可知，当 β 角增大到接近 $(180^\circ - \alpha)$ 时， α 值的变化将十分迅速；当 β 有很小的误差时， α 值也会产生很大的误差。此时， α 值的下限就应有一定限制， $\alpha < 6l$ ，亦即给出了 β 角变化范围的下限值。

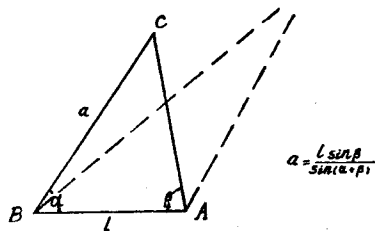


图 9

诺模图中各尺度线所占图幅的位置, 应根据图纸尺寸, 计算所需的精确程度及使用的方便程度来确定。常用的图幅尺寸为 20×30 厘米; 若为了印刷成书的需要, 亦可用 15×25 厘米的图幅。

尺度线在图幅中所占的长度被尺度上下限函数值之差除, 所得之商, 谓之尺度模量。即

$$m_u = \frac{L_u}{f(u) - f(u_0)} \quad (2)$$

例1. 有一函数尺度 $f(u) = (u+9)^2$, u 值之上下限定为 $1 \sim 21$, 今图幅中尺度线的长用200毫米左右, 求此尺度线的尺度模量及绘出尺度线。

解: 根据公式(2)可得:

$$m_u = \frac{200}{(21+9)^2 - (1+9)^2} = 0.25。$$

由此, 尺度线的刻点可列表进行, 如表3。

表3

u	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$f(u) = (u+9)^2$	100	144	196	256	324	400	484	576	676	784	900
$L_u = m_u[f(u) - (1+9)^2]$	0	11	24	39	56	75	96	119	144	171	200

按上表绘出的尺度线的刻点如图10。

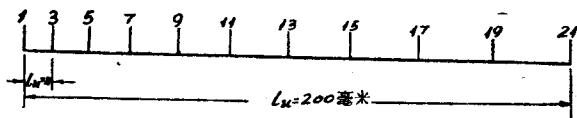


图 10

例2. 有一函数 $f(u) = \frac{1}{u^2}$, u 之值自 $1 \sim 3$, 今图幅中尺度线的长用200毫米左右, 求此尺度线的尺度模量及绘出尺度线。

解: 根据公式(2)可得

$$m_u = \frac{200}{\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}} = 225。$$

由此，尺度綫的刻度点可列表进行，如表4。

表4

u	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$f(u) = \frac{1}{u^2}$	1	$\frac{1}{1.44}$	$\frac{1}{1.96}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{3.24}$	0.25
$L_u = m_u \left[\frac{1}{u^2} - \frac{1}{1.2^2} \right]$	0	-68.75	-110.20	-137.19	-155.56	-168.75

u	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
$f(u) = \frac{1}{u^2}$	$\frac{1}{4.84}$	$\frac{1}{5.76}$	$\frac{1}{6.75}$	$\frac{1}{7.84}$	$\frac{1}{9}$
$L_u = m_u \left[\frac{1}{u^2} - \frac{1}{1.2^2} \right]$	-178.51	-186	-191.72	-196.3	-200

按上表繪出的尺度綫如图11，图中距离自右端算起，表示尺度綫长度計算时为負数。

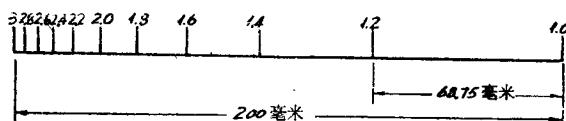


图 11

§7. 誤差、精确度和作图注意事項

诺模图是建立在近似計算理論基礎上的图綫解算方法，因此图綫除反映出算式关系之外，还需具有一定的精确度和最小的誤差。

誤差分绝对誤差与相对誤差。凡一个近似数 a ，具有 Δa 的誤差，則数 a 的绝对誤差为 Δa ，相对誤差为 $\frac{\Delta a}{a} = \eta$ ， η 亦

称为数 a 的精确度。设计图形时一般可要求尺度线及解算结果有 0.001 的最低精确度，或最大误差应不大于 0.002。

制图误差。制图误差决定于图纸尺寸的大小，制图方法、答数尺度的尺度方程型式，图形设计的形状以及刻度线划分的方式等。

如前所述，图纸尺寸常用 20×30 毫米。制图时的图纸应该使用好的道林纸，不要用厘米纸，因为厘米纸有时印得不正确。图上作平行线时，不要用丁字尺沿图板绘平行线，应该在已作直线上两端绘出垂直的等高线，然后作出平行线，作图时尺度线及刻点的线条宽度已如前述。必须指出，当尺度线宽 0.3 毫米时，法线方向将有 0.15 毫米的误差。

答数尺度的尺度方程式，最常用的是均匀尺度和对数尺度两种。对数尺度读数的绝对误差将随着数值的增大而增加，因此答数尺度应尽可能用均匀尺度。

图形设计的原则是：图案力求简单、明了，求解时放置直尺的次数应最少。答数尺度的位置最好放在中央，在图形设计完成后，在适当位置应标有置尺解算的指示图。

尺度线上刻点的划分，应如前述方法进行，通常只计算尺度线上的主要刻点位置。细分点的划分，不论是分二段或五段，均可用目估法或平方几何内插法进行。若相邻细分点的长度相差不超出 1 毫米时，则其划点的误差不会超过 0.1 毫米，连同以目估分段时可能产生的几何误差 0.2 毫米计算在一起，对尺度刻点位置的误差可最终认为不超出 0.3 毫米。

图上作业误差，主要是置尺误差所引起的，它与诺模图中答数尺度的位置，尺度线的轨迹形式及其轨迹线的粗细有关。

图 12 所示根据给定了 u 、 v 之值后，置直尺求出 w 之值