

正交试验法

中国科学院数学研究所数理统计组编

人民教育出版社

正交试验法

中国科学院数学研究所数理统计组编

人民教育出版社

1975·北京

内 容 提 要

正交试验法是使用正交表来安排多因素试验和分析试验结果的一种试验方法。本书介绍正交试验法的基本内容，并通过工农业生产中的实例说明这种方法的运用，同时对它的原理和正交表的构造作了说明。为了使用方便，书末还附了42张常用的正交表。

本书供广大工农兵、知识青年、中小学教师和科技人员阅读参考。

正 交 试 验 法

中国科学院数学研究所数理统计组编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

1975年12月第1版 1976年4月第1次印刷

书号13012·024 定价0.36元

毛主席语录

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

通过实践而发现真理，又通过实践而证实真理和发展真理。

人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

读书是学习，使用也是学习，而且是更重要的学习。

目 录

前 言	1
第一章 基本方法	4
§ 1 指标、因素和水平	4
§ 2 试验方案的设计	6
§ 3 试验结果的分析	14
习 题	23
第二章 多指标与水平数不等的试验	25
§ 1 多指标试验的分析方法	25
§ 2 水平数不等的试验	33
§ 3 活动水平与组合因子	38
习 题	40
第三章 有交互作用的试验	43
§ 1 交互作用的概念	43
§ 2 试验方案的设计	45
§ 3 试验结果的分析	50
§ 4 交互作用在试验中的地位	54
习 题	55
第四章 区组和田间试验	57
§ 1 区组的概念	57
§ 2 田间试验的排列	60
§ 3 田间试验的注意事项	67
§ 4 田间试验实例	70
第五章 正交试验法原理解释	76
§ 1 为什么叫正交试验法	76

§ 2 结果分析中的可比性	79
第六章 一类正交表的构造	81
§ 1 引言	81
§ 2 正交表的定义及其变换	82
§ 3 二水平正交表的构造	83
§ 4 三水平正交表的构造	91
§ 5 关于构造 $L_t^q(t^q)$ 型表的一般方法	97
附 水平加法与乘法表	99
附录 常用正交表	105

(一) 二水平表	(六) 五水平表	30. $L_{27}(9 \times 3^9)$
1. $L_4(2^3)$	14. $L_{25}(5^6)$	31. $L_{32}(4^5 \times 2^{16})$
2. $L_5(2^7)$	(七) 混合水平表	32. $L_{32}(4^9 \times 2^4)$
3. $L_{12}(2^{11})$	15. $L_8(4 \times 2^1)$	33. $L_{32}(8 \times 4^3)$
4. $L_{16}(2^{15})$	16. $L_{12}(3 \times 2^4)$	34. $L_{32}(8 \times 4^6 \times 2^6)$
5. $L_{20}(2^{19})$	17. $L_{12}(6 \times 2^2)$	35. $L_{32}(16 \times 2^{16})$
6. $L_{24}(2^{23})$	18. $L_{16}(4 \times 2^{12})$	36. $L_{36}(2^{11} \times 3^{12})$
7. $L_{32}(2^{31})$	19. $L_{16}(4^2 \times 2^9)$	37. $L_{36}(6 \times 3^{12})$
(二) 三水平表	20. $L_{16}(4^3 \times 2^6)$	38. $L_{50}(10 \times 5^{10})$
8. $L_9(3^4)$	21. $L_{16}(4^4 \times 2^3)$	39. $L_{50}(5^{11} \times 2)$
9. $L_{27}(3^{13})$	22. $L_{16}(8 \times 2^3)$	40. $L_{54}(9 \times 3^{21} \times 2)$
(三) 四水平表	23. $L_{18}(2 \times 3^7)$	41. $L_{64}(16 \times 4^9 \times 2^{21})$
10. $L_{16}(4^5)$	24. $L_{18}(6 \times 3^6)$	42. $L_{36}(6^2 \times 3^5 \times 2)$
11. $L_{64}(4^{21})$	25. $L_{20}(5 \times 2^8)$	
(四) 七水平表	26. $L_{20}(10 \times 2^2)$	
12. $L_{19}(7^8)$	27. $L_{24}(3 \times 4 \times 2^4)$	
(五) 八水平表	28. $L_{24}(6 \times 4 \times 2^3)$	
13. $L_{64}(8^9)$	29. $L_{24}(12 \times 2^{12})$	

前 言

随着我国社会主义革命和社会主义建设事业的不断发展,在工农业生产中,我们经常要试制产品、改革工艺、选择优良品种等,这就需要进行试验。如何安排试验,这里有一个方法问题。毛主席教导我们:“我们不但要提出任务,而且要解决完成任务的方法问题。我们的任务是过河,但是没有桥或没有船就不能过。不解决桥或船的问题,过河就是一句空话。不解决方法问题,任务也只是瞎说一顿。”实践证明,一个好的试验方法,只要少量试验就能得到正确的结论和较好的效果;如果试验方法不好,往往做了很多试验还得不到预期的结果。

正交试验法是一种多因素的试验方法,这种方法使用正交表来安排试验和分析试验结果。它最早开始于农业试验,目前在工业、农业和科学技术的各个领域中都有着广泛的应用。

一九五八年,在全国大跃进形势鼓舞和推动下,我国数理统计工作者走出高楼深院,深入工厂农村,对正交试验法在纺织工业和农业上的应用做了初步探索。但是,由于受到刘少奇修正主义路线的破坏,正交试验法为社会主义建设服务的道路没有坚持下来。

伟大的无产阶级文化大革命以来,在毛主席革命路线指

引下，我国数理统计工作者在总结工农兵的丰富实践经验的基础上，对原有正交试验法进行提炼和改造，并广泛应用于工农业生产实践中。从近年来在全国推广普及的实践经验看，这种方法上的简化，取得了很好的效果，打开一个全新的局面。现在，工农兵和技术人员不仅能够掌握使用这种方法，而且能够走上讲台宣讲正交试验法。工农兵成了科学试验的真正主人，这是无产阶级文化大革命和批林批孔运动的成果。

目前全国许多省市都在有领导、有组织、有计划地开展这方面的推广普及工作，举办各种规模和各种形式的学习班，有的还召开了现场经验交流会，出版了各种资料。凡是开展了普及工作的地方和单位，都攻克了不少重大试验项目。

除了工业生产上广泛应用正交试验法并且取得成果外，更可喜的是近来农业试验中也开始应用这种方法。不少师范院校和分布在农村的中小学，结合开门办学，和贫下中农一起在农业生产方面应用了正交试验法，取得了成绩和经验。

为了使正交试验法更加普及地为工农业生产服务，我们编写了这本通俗易懂的小册子。

全书共分六章。第一章介绍基本方法，使读者对这种方法有一个初步的了解。学习了这一章，就可以处理一些简单的试验。第二章介绍多指标和不同水平的试验，属于方法的灵活应用。第三章介绍有交互作用的试验。交互作用在多因素试验的结果分析中是一个重要概念，了解这个概念，对于正确掌握结果分析的方法是必要的。

前三章是正交试验法的基本内容。为了正确理解正交试验法的基本内容和比较熟练地掌握这一方法，每章后面都附

有习题。

第四章主要是农业田间试验的内容，但是它所提出的提高试验精度、减少试验误差等问题在工业试验中也是一个重要问题，因此也可以把它灵活应用到农业以外的试验中去。第五章主要解释正交试验法的原理，说明这种方法的特点。最后一章介绍一类正交表的构造；学习这一章需要较多的数学知识，对于希望尽快掌握方法并运用于实际试验工作的同志，可以略去不读。

为了使用的方便，书末附有试验次数不超过 64 的 42 张正交表。在试验中，如果还需要更大的表，可以根据第六章中所讲的方法自行构造。

本书是正交试验法普及推广工作的产物。在这个过程中，广大工农兵群众和许多高等院校的同志给我们以极大的鼓励和帮助，提供了不少修改意见；正文中的例子和习题也都取自各地试验成果的资料；北京师范大学数学系的同志在提供正交表方面也给了我们很大的帮助，在这里我们表示深切的谢意。

限于我们实际工作的经验与理论水平，书中的缺点和错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

一九七五年十月

第一章 基本方法

§1 指标、因素和水平

正交试验法是一种安排和分析试验的方法。下面通过一个例子介绍一些与试验有关的名词。

某生产队为了提高棉花的产量和质量，从外地引进四个新品种，现在需要通过试验比较这四个品种的优劣，同时摸清它们的栽培技术。

棉花的产量以亩产量表示，棉花的质量则由棉毛纤维长度、手感和颜色等项指标来考核。以上这些量都是在试验中用来衡量试验效果的，叫做试验指标。进行一项试验，首先要明确试验目的是什么，用什么试验指标来考核？在这些试验指标中，棉花的亩产量和纤维长度可以直接用数量表示，叫做定量指标。棉花的手感和颜色不能直接用数量表示，只能凭手摸，眼看来评定，叫做定性指标。对于定性指标，可以按评定结果打出分数或评出等级，就可以用数量表示了，这就是定性指标定量化。在正交试验法中，为了便于分析试验结果，凡遇到定性指标总是把它定量化加以处理，因此，以后我们对这二者就不加区别了。

在棉花试验中，品种、播种时间、密植程度、种植方式、施肥时间和数量、中耕和田间管理（如打顶）、生长期的雨量和气

温等都对试验指标有影响,通常称它们为因素。有一类因素,在试验中可以人为地加以调节和控制,如品种,播种时间和密植程度等,叫做可控因素。另一类因素,由于自然、技术和设备等条件的限制,暂时还不能人为调节的,如棉花生长期的雨量和气温等,叫做不可控因素。正交试验法在设计试验方案时,一般只适用于可控因素。因此,今后说到因素,凡没有特别说明的,都是可控因素。

有的因素对试验指标影响的规律,经过长期生产实践,已经比较清楚,这就不必在试验中再加考察。通常在试验之前必须进行认真分析,确定哪些因素要在这次试验中进行考察,哪些暂不考察而固定在适当状态上。只考察一个因素的试验,叫做单因素试验;考察二个以上因素的试验,叫做多因素试验。正交试验法是一种适用于考察多因素试验的方法,尤其是三个或三个以上因素的试验。在棉花试验中,需要通过试验摸清规律的因素有五个(品种、密植程度、苗肥数量,花铃肥数量以及打顶台数),可以用正交试验法来安排试验。

因素在试验中所处状态的变化,可能引起指标的变化,因素变化的各种状态叫做因素的水平。某个因素在试验中需要考察它的几种状态,就叫它是几水平的因素。如棉花品种有四个:北京2号、408、岱16、柯312,希望通过试验知道哪个品种在本地产量高、质量好。四个品种就是品种这个因素的四个水平。又如密植程度可供选择的也有四种:5000、6000、7000和8000(株/亩),希望在试验中摸清密植程度多少合适。这里的5000、6000、7000、8000(株/亩)就是密植程度这个因素的四个水平。其他三个因素各取二个水平。

我们把这个试验中已确定的因素水平列成下面的因素水平表。

表 1-1 棉花试验的因素水平表

因素 水平	品 种	密植程度 (株/亩)	苗 肥 硫酸(斤/亩)	花 铃 肥 硫酸(斤/亩)	打 顶 台 数
1	北京 2 号	5000	6	25	6—8 台
2	408	6000	2	40	10—12 台
3	岱 16	7000			
4	柯312	8000			

我们已经看到，品种这个因素的四个水平不是用数量表示的，而是用品种代号表示的。凡是不能用数量表示水平的因素，叫做定性因素。在多因素试验中，经常会遇到定性因素。对定性因素，只要对每个水平规定具体含义，就可与通常的定量因素一样对待。

§ 2. 试验方案的设计

正交试验法包括两部分内容：(1) 怎样安排试验方案；(2) 怎样分析试验结果。这一节和下一节就最简单的情况，举一些实际例子分别说明这两部分内容。

1. 例1.1

某化工厂生产的一种产品，收率* 较低且不稳定，一般在 60%—80% 之间波动。工人师傅和技术人员决心通过试验，

* 收率是化工生产的一项重要指标，系指某种产品的实际产量与理论上按投入原料起完全反应计算所得到的最大产量之比。显然，收率要求愈高愈好。

摸清规律,找出好的生产条件,实现稳产高产。

怎样用正交试验法安排这个试验呢?

首先,根据生产实践经验,分析影响该产品收率的各种因素,认为反应温度的高低,加碱量的多少和催化剂种类的不同可能是造成收率不稳的较主要的原因。根据以往的生产经验选了温度的三个水平:80°C、85°C、90°C;加碱量的三个水平:35、48、55(公斤);催化剂的三个水平:甲种、乙种、丙种。为方便起见,用 A 代表温度, A_1 、 A_2 、 A_3 分别代表温度的三个水平,即 $A_1=80^\circ\text{C}$ 、 $A_2=85^\circ\text{C}$ 、 $A_3=90^\circ\text{C}$;类似地,用 B 代表加碱量, B_1 、 B_2 、 B_3 分别代表加碱量的三个水平;用 C 代表催化剂, C_1 、 C_2 、 C_3 代表三种催化剂。将因素水平列成表1-2。

表 1-2 收率试验的因素水平表

水 平	因 素	A	B	C
		温 度 ($^\circ\text{C}$)	加碱量(公斤)	催 化 剂 种 类
1		80	35	甲
2		85	48	乙
3		90	55	丙

用正交试验法安排试验,需要用一类事先已排好的表格,这类表格叫做正交表。每个正交表都有一个代号,例如安排上面这个试验用的一张正交表,它的代号是 $L_9(3^4)$ (表1-3)。它有9行(横向为行),4列(纵向为列),表头上面写着4个列号,表的左边写着9个行号即试验号。表中整齐地排列着“1”、“2”、“3”三种数字。

现在把这三个因素 A 、 B 、 C 分别放在正交表 $L_9(3^4)$ 表头的三列上。例如依次放在第1、2、3列上,列成表1-4。这一

表 1-3 正交表 $L_9(3^4)$

列 号 试验号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

表 1-4 收率试验的表头设计

因 素	温 度 A	加 碱 量 B	催化 剂 种 类 C
列 号	1	2	3

步通常叫做表头设计。

温度在正交表 $L_9(3^4)$ 的第 1 列, 就把第 1 列中的“1”换成温度的 1 水平“80°C”, “2”换成温度的 2 水平“85°C”, “3”换成温度的 3 水平“90°C”。同样, 加碱量在第 2 列, 就把第 2 列中的“1”、“2”、“3”, 分别换成加碱量的三个水平: 35、48、55(公斤)。第 3 列是催化剂, 就把这列中的“1”、“2”、“3”, 分别换成“甲”、“乙”、“丙”三种催化剂。第 4 列这里没有用, 可以不管它, 或将它抹去。这样一来, 正交表就变成试验方案表(表 1-5), 表中的每一行都是一个试验操作条件。例如第 1 号试验是温度 80°C, 加碱量 35 公斤, 用甲种催化剂 (简写为 $A_1B_1C_1$); 第 4 号试验是温度 85°C, 加碱量 35 公斤, 乙种催化剂

表 1-5 收率试验方案表

因素(列号) 试验号	A 温度($^{\circ}\text{C}$) (1)	B 加碱量(公斤) (2)	C 催化剂种类 (3)	试验指标 收率(%)
1	80 (1)	35 (1)	甲 (1)	
2	80 (1)	48 (2)	乙 (2)	
3	80 (1)	55 (3)	丙 (3)	
4	85 (2)	35 (1)	乙 (2)	
5	85 (2)	48 (2)	丙 (3)	
6	85 (2)	55 (3)	甲 (1)	
7	90 (3)	35 (1)	丙 (3)	
8	90 (3)	48 (2)	甲 (1)	
9	90 (3)	55 (3)	乙 (2)	

(即 $A_2B_1C_2$) 等等。总共 9 次试验。

表 1-5 的最右边一栏是试验指标收率。试验做完后, 将每号试验得到的收率填在该号试验指标栏, 供以后分析试验结果用。

2. 正交表

由于用正交试验法安排试验都要用正交表, 下面我们介绍一下正交表记号所表示的意思。

以 $L_9(3^4)$ 为例, 字母 L 表示它是一张正交表; L 右下脚码 9 表示它有 9 行, 可以用它来安排做 9 个试验; 括号内的指数 4 表示它有 4 列, 用它安排试验时, 最多可以考察 4 个因素; 括号内的底数 3 表示表中每列恰有 1、2、3 三种数字, 安排试验时, 被考察的因素一般都要求是三水平的。

例 1.1 中所要考察的因素个数是 3 个(不多于 4 个), 每个因素都是三水平, 所以可用这张表来安排试验方案。

又如正交表 $L_8(2^7)$ (见附录表 2), 表示这张表有 8 行 7

列,表中每列恰由 1, 2 两种数字组成;用来安排试验,要做 8 次试验,最多能考察 7 个因素,每个因素都要求二个水平。

$L_9(3^4)$ 和 $L_8(2^7)$ 都是相同水平的正交表,也就是说这种正交表中每一列所包括的数字(水平)种数都是相同的。有些正交表中每列所包括的数字种数并不相同,这类正交表叫做混合型正交表。如 $L_8(4 \times 2^4)$ (见附录表 15),它有 8 行 5 列;其中第 1 列是 1、2、3、4 四种数字组成,后 4 列是 1、2 两种数字组成;用它安排试验时,要做 8 个试验,最多可以考察一个 4 水平和四个 2 水平的因素。

本书附录中列出了试验次数不超过 64 的 42 张常用正交表,供读者选择使用。

3. 安排试验方案的步骤

现在我们回过头来总结一下用正交试验法安排试验方案的步骤,并指出需要注意的一些问题。

第一步:明确试验目的,确定试验指标。

有时生产中存在的问题较多。例如可能有产量问题,质量问题,消耗问题,不可能通过一次试验把所有问题都解决。试验之前,应根据实际情况,确定这次试验主要解决哪一个或哪几个问题。针对一个或几个问题确定相应的试验指标。

第二步:挑因素选水平。

试验指标定了以后,就可着手分析影响这几个指标的各种因素。排除那些对指标影响不大,或已经掌握得较好的因素(即让它们固定在适当的水平上),挑选那些对指标可能影响较大,但又没有把握的因素来进行考察。特别注意不能把重要因素固定,否则,由于重要因素固定在不适当的水平,使

试验得不到应有的效果。

对于选出的因素,根据生产经验或专业知识,定出它们的变化范围。在此范围内选出每个因素的水平,水平的间隔要适当。因素水平选定后,列成因素水平表。

以上两步不是数学方法所能解决的,需由试验者按照实际情况,根据经验和专业知识确定。特别是因素和水平的挑选,是安排试验方案的重要环节,直接关系到试验的效果,应该由有关人员认真商定。

第三步: 选用正交表

选用哪张正交表,一般根据因素和水平多少以及试验工作量大小而定。例如,每个因素都是二水平时,当有3个因素时,一般用 $L_4(2^3)$ (也可用 $L_8(2^7)$); 当有4—7个因素时,一般用 $L_8(2^7)$ (当因素个数较多,试验条件又允许时,也可用 $L_{16}(2^{15})$); 每个因素都是三水平,而有3—4个因素时,一般用 $L_9(3^4)$; 当有5—7个因素时,一般用 $L_{18}(2 \times 3^7)$ 。

实际安排试验时,挑选因素、水平和选用正交表有时是结合进行的。例如,挑好四个因素,如果每个因素取4个水平,则须用 $L_{16}(4^5)$, 要做16个试验。为节省试验次数,改为每个因素3个水平,则用 $L_9(3^4)$, 9个试验就够了。

第四步: 表头设计。

把各个因素分别放在选用的正交表表头的适当列上,列成如表1-4的表头设计。这一步在简单的情况下是很容易的,以后将会看到,在复杂一点情况下,还是比较困难的。

第五步: 列出试验方案。

对于表头上有因素的每个列,把列中的数字,依次换成该