

262878



水工结构应力分析丛书之十

混凝土坝的温度控制计算

潘家铮 编著



上海科学技术出版社

514
3238;3

水工結構應力分析叢書之十
混凝土壩的溫度控制計算

潘家鐸 編著

上海科學技術出版社

STORIES

內容 提 要

本書論述混凝土壩的溫度控制計算；除概述外，從解決溫度問題的措施，熱傳導原理和計算資料，澆筑溫度和最高溫升計算，分析到天然冷卻，人工冷卻，長期穩定溫度變易，以及關於堤壩溫度計算的總結，溫度應力計算等，并有數值解法舉例。本書可供水利工程設計人員及有關專業院校師生參考之用。

水工結構應力分析叢書之十

混凝土壩的溫度控制計算

潘家鋒 編著

上海科學技術出版社出版

(上海南京西路2004號)

上海市書刊出版業營業許可證出093號

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

上海劳动印制厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印張4 26/32 摘頁2 字數 113,000

1959年12月第1版 1959年12月第1次印刷

印數 1—2,500

統一書號：15119 · 1351

定 价：(十二)0.74元

目 录

| | |
|-----------------------------|-----|
| 第一章 概述 | 1 |
| 第二章 解决混凝土温度問題的措施 | 3 |
| 第三章 热傳導原理和計算資料 | 5 |
| 第四章 混凝土的澆筑溫度和最高溫升計算(一)..... | 11 |
| 第五章 混凝土的澆筑溫度和最高溫升計算(二)..... | 18 |
| 第六章 堤壩的天然冷却——数学解法..... | 24 |
| 第七章 堤壩的天然冷却——数值解法..... | 38 |
| 第八章 人工冷却——圓筒散热問題..... | 45 |
| 第九章 長期稳定溫度交場的計算..... | 61 |
| 第十章 关于堤壩溫度計算的总结..... | 77 |
| 第十一章 溫度应力計算..... | 80 |
| 第十二章 数值解法举例 | 119 |
| 附录 貝塞爾函数表 | 136 |
| 参考文献 | 149 |

第一章 概述

混凝土堤坝的体积极为庞大，而且由于施工和结构上的需要，常常是大块地浇筑，这就引起了极为重要的温度控制和散热問題。

众所周知，水泥在硬化时，会发生很可观的水化热量，这些热量将使混凝土温度发生显著上升（譬如說，使用普通水泥和在一般浇筑速度下，混凝土的最高温度会比浇筑时高出 $15\sim80^{\circ}\text{C}$ ）。然后，由于混凝土和外界温差关系，这些热量逐渐散发出去，但混凝土导温性質极为不良，如果任其自然散发，往往需要較长时期，特别是厚的重力坝，有时会需要数十年甚至数百年的時間才会将水化热全部散发出去，而达到穩定状态。

混凝土的温度升高和降低，会引起什么問題呢？总的說来，溫度变化将引起相应的体积变化，从而会发生裂縫或拉力。首先我們注意到水泥水化热的发生过程是很快的（常常在數天內即发生了90%），因此混凝土在澆搗后，会迅速升到很高溫度，如澆筑間歇期不長，这些热量難望有效地散发，遂使混凝土內部溫度与外界溫度相差悬殊，溫度梯度很陡，在表面极易引起巨大拉力和开裂現象。其次每块混凝土在溫度升到最高后回降时，体积隨之收縮，但底部受到基岩牽制，就会发生垂直的裂縫，各結構縫之間，会长期处在逐漸張开的过程中，在結構和防滲上均极不利。

对于拱坝來講，溫度問題更具有特殊重要意义。因为拱坝必須在結構縫中灌漿封拱后，才能起良好的拱的作用，若封拱时坝內热量远未散发，则灌漿后混凝土必繼續收縮，将縫拉开，破坏拱的作用，而且除非預先埋有二期灌漿設備，是很难补救这些裂縫的。对于大断面的混凝土重力坝設有縱縫者，也是如此。

其次，我們注意到拱壘的溫度應力，常甚可觀，其重要性不亞于水壓力，而且溫度收縮荷載往往使拱壘中產生不可避免而極為不利的拉應力（壘體越厚，這種應力越大）。因此，如封拱時溫度过高，則將來收縮後，即使不破壞拱的整體作用，亦會產生巨大的溫度應力。

所以拱壘在灌漿封拱時，常在寒冷季節進行，而且要求壘內熱量已相當地發散。但上面說過，混凝土天然散熱性質很差，若不加處理，往往要等待很長時期後才可封拱，這當然拖延了建設進度，不够合理。因之，就產生了人工冷卻的必要性。

由此看來，大體積混凝土的降溫散熱計算，是極重要的一个问题。這方面的計算，要用到熱傳導學中的許多原理和公式，將予以後分節敘述。這裡先談一下溫度控制計算的目的和所需資料。

一般講來，溫度控制計算的目的，是要解決或弄清楚下面幾個問題：

1. 計算在各種條件下混凝土中溫度的變化過程。
2. 根據溫度計算結果，研究和確定下列各問題：(1)混凝土原料（水泥、摻合料、毛石……）的選擇和配合；(2)澆搗厚度、程序和速度的確定；(3)各種降溫措施（如骨料預冷、加冰塊等）的研究和確定；(4)各種人工散熱措施的研究和設計；(5)灌漿、封拱等措施時間的確定。
3. 根據溫度計算結果，確定相應的溫度應力，作結構強度核算。

進行溫度控制計算，必須具備下列基本數據和資料：

1. 混凝土各成分（水泥、水、砂、粗骨料）的熱學性質，配合比。
2. 壘體尺寸，澆築過程、速度、措施、灌漿日期等。
3. 混凝土澆搗溫度，當地氣溫、水溫和其他有關的水文氣象資料。
4. 各種人工散熱措施的設計資料。

第二章 解決混凝土溫度問題的措施

在研究各種熱學計算問題前，我們先來看一下，要解決混凝土的降溫散熱問題，可以採取哪些方法？我們可以分類列舉如下：

[甲] 从減少混凝土發热量方面着手

1. 減少水泥用量。混凝土成分中，只有水泥會發熱，因此減少水泥用量，就直接減少發热量和溫度上升值，而且減少水泥用量對節約資材方面來講，更具有極重要的意義，下面這些措施，是值得在每個工程中進行詳細考慮和研究的（每立方公尺混凝土的水泥用量可低到180~120公斤）：

- ①摻用摻合料。
 - ②採用稠硬性混凝土。
 - ③加大粗骨料粒徑。
 - ④採用加氣劑、塑化劑。
 - ⑤混凝土中放置大塊毛石（毛石埋設率可達20~30%，最大可達50%）。
 - ⑥分別按坯體各部分應力情況，採用不同標號的混凝土。
 - ⑦進行詳盡的混凝土配合試驗，採用多級配的粗細骨料。
 - ⑧設計中考慮後期強度。
2. 摻用大體積預製混凝土塊。預製混凝土塊可以很早制就，在澆築時將其加入，其熱量早已散失，故可解決部分發熱問題，但不能節約水泥，而且施工中很不方便。
3. 采用低熱（特種）水泥，主要是減少水泥中 C_3S 的成分。

[乙]从减低混凝土澆筑温度方面着手

其法有：

1. 混凝土原料进行預冷。最有效的是預冷粗骨料。冷却砂或水泥較为困难。
2. 用冷水或加冰拌制混凝土。
3. 实行夏季作业(在气温較高地区)，防止在运送和入仓过程中、混凝土温度的迅速升高。

[丙]从加速散热过程方面着手

1. 减少澆捣层厚度，延长間歇时间。
2. 增加散热面积。如开槽，留寬縫等。
3. 降低散热面上的溫度。如噴冷水，放冰块等。
4. 加設人工冷却措施。如在坝內預埋冷却水管，开冷却井等。

以上各种措施，有的效果大，有的小，有的代价貴，有的低，有的施工方便，有的困难，有的适宜于某工程，有的不宜，因此，如何針對一个具体的工程，进行詳細和全面的研究，决定适当的散热措施，乃是一个极为重要而复杂的問題，我們在本书中尙不能对这問題进行全面的討論。但无论采取何种措施，都必須对混凝土中热傳导的情况有所了解。因此本书将仅限于散热及溫度应力的数学計算和物理原理的叙述，掌握了这些工具，再加上經濟分析，则不難就每一工程研究各种措施的适宜性。

第三章 热傳導原理和計算資料

关于温度变化过程的計算，是一个热傳導學上的問題。我們首先简单介紹一些热傳導學中的主要常数和原理。每一种物質具有几个热學上的性質，在我們的計算中，需要用到以下两个：

1. 比热 c 比热是指将单位質量的物質升高单位溫度所需的热量，其单位为[大卡/公斤-度^①]。 c 并非一个常数，乃視溫度不同而有改变的，因此更正确些应写为 $c = c_0 + c_1\theta + c_2\theta^2$ (θ 为溫度)。但由于坝內溫度变化范围不大(通常不过几十度)，因此，常可令 c 为常数以簡化計算 (在别的高温热傳導計算中就不允许这样做，例如烟囱的散热計算就是)。

2. 导热系数 k 图 1 中示一块材料，面积为 1，厚度也是 1，它的两面存在着 1 度温差(即溫度梯度 $\frac{\partial\theta}{\partial x} = 1$)，则热量就将通过材料由高温面傳向低温面。在每单位時間中傳导过来的热量，称为該材料的导热系数 k ，单位为[大卡/公尺-小時-度]， k 在溫度变化范围不大的情况下，也得視為常数。

3. 导溫系数 a 在热傳導計算中，我們常发现 c 或 k 并不是独立变数，而是以其組合形式出現的，即

$$\theta = f\left(\frac{k}{c\rho}\right)$$

式中 ρ 是材料的密度或容重(公斤/立方公尺)，其中的独立变数

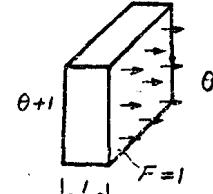


图 1.

① 在本書中溫度一律以攝氏計。

表 1

| 材料名称 | 密度 ρ | k (大卡/公尺·小时·度) | | | | | c (大卡/公斤·度) | | |
|----------|-----------|------------------|--------|--------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| | | 21.1°C | 32.2°C | 43.3°C | 54.4°C | 21.1°C | 32.2°C | 43.3°C | 54.4°C |
| 水 | 1000 | 0.516 | 0.516 | 0.516 | 0.516 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| 普通水泥 | 1.062 | 1.097 | 1.131 | 1.162 | 0.109 | 0.123 | 0.158 | 0.197 | |
| 石英砂 | 2.658 | 2.651 | 2.640 | 2.636 | 0.167 | 0.178 | 0.190 | 0.207 | |
| 玄武岩(卵块石) | 1.646 | 1.641 | 1.638 | 1.633 | 0.183 | 0.181 | 0.187 | 0.200 | |
| 白云岩(卵块石) | 3.710 | 3.645 | 3.586 | 3.424 | 0.192 | 0.196 | 0.204 | 0.212 | |
| 花岗岩(卵块石) | 2.509 | 2.500 | 2.494 | 2.479 | 0.171 | 0.169 | 0.175 | 0.185 | |
| 石灰岩(卵块石) | 3.470 | 3.390 | 3.324 | 3.262 | 0.179 | 0.181 | 0.187 | 0.196 | |
| 石英岩(卵块石) | 4.039 | 4.007 | 3.974 | 3.935 | 0.165 | 0.173 | 0.181 | 0.189 | |
| 粗面岩(卵块石) | 1.617 | 1.627 | 1.639 | 1.645 | 0.183 | 0.185 | 0.191 | 0.193 | |

$\frac{k}{c\rho}$ 可称为材料的导温系数, 以 a 記之, 单位是(公尺²/小时), 即

$$a = \frac{k}{c\rho} \quad (1)$$

普通混凝土的組成材料的 k 和 c 值可利用表 1 估算(注意, 水泥的 k 及 c 值常可得自厂家資料, 最好不要用表列数值)。

利用表 1, 可大致估計混凝土的热学常数。例如設混凝土的組成为:水泥 9.17%, 水 5.03%, 砂 22.0%, 花崗岩块石 63.8%, 則(取温度为 32° 为准)

$$k = (0.516 \times 5.03 + 1.097 \times 9.17 + 22 \times 2.651 + 2.5 \times 63.8) \\ \div 100 = 2.306 \text{ (大卡/公尺-小时-度)}$$

$$c = (1.000 \times 5.03 + 0.128 \times 9.17 + 0.178 \times 22 + 0.169 \times 63.8) \\ \div 100 = 0.2090 \text{ (大卡/公斤-度)}$$

設混凝土容重 $\rho = 2400$, 則

$$a = \frac{k}{\rho c} = \frac{2.306}{2400 \times 0.209} = 0.00473 \text{ (公尺}^2/\text{小时})$$

表 1 資料, 取自美国垦务局技术資料(参考文献 4), 这表所列数据一般偏大些, 表 2 示得自其他工程或书籍中的一些資料。

表 2

| 資料來源 | 导热系数 k (大卡/小时-公尺-度) | 比热 c (大卡/公斤-度) | 导温系数 a (公尺 ² /小时) |
|----------------------------------|--------------------------|---------------------|-----------------------------------|
| 苏联建筑法規第 2 卷 3 篇第 3 章表(1)..... | 1.489 | 0.243 | 0.00247 |
| 雷可夫著“热傳導理論” 附录 VIII | 0.992 | 0.216 | 0.00192 |
| 根据美国 Norris 等 17 个大坝采用数字平均 | 2.1 | 0.222 | 0.0038 |
| 我国新安江电站..... | 1.76 | 0.21 | 0.0035 |
| 我国流溪河电站 | 2.30 | 0.209 | 0.0047 |

由表可見, 混凝土的比热彼此較接近(在 0.21~0.24 之間),

但其导温系数(或导热系数)则相差很大,小的达0.002,大的达0.005,除了骨料性质不一致外,在量测方面恐怕也难期准确。对于重要的工程,导温系数必须经过试验来决定,若为初步估算,则可取为 $a=0.0025\sim0.004$ 公尺²/小时之间。注意,导温系数取得小些,是偏于安全的。

其次,我们研究一下水泥的发热特性,一般讲,1公斤水泥在材龄为 t (小时)内的全部散热量 Q_t 可以公式

$$Q_t = Q_0(1 - e^{-mt}) \text{ (大卡/公斤)} \quad (2)$$

表示之, Q_0 为1公斤水泥的最终发热量, m 表示水泥发热的快慢,为水泥的特性之一(单位为 $\frac{1}{\text{小时}}$)。例如某种混合水泥的 $Q_0=60$ 大卡/公斤, $m=0.01(\frac{1}{\text{小时}})$,则在材龄为1,2,3……天后的总发

热量将如图2所示。由图可见,在最初一周内大部分(80%)热量均已发生,而在10天以后,则90%的热量都发生了。

如果已知某种水泥在两个材龄时的发热总量(一般由试验得出),则即可计算 Q_0 及 m 两值。

如有更多的资料,可用最小二乘法或平均法确定 Q_0 及 m 值。表3仅为一般指数,系供参考(不可随意采用)。

表 3

| 水泥种类 | 表面率(平方厘米/克) | C ₃ S% | 水化热(大卡/公斤) | | |
|------|-------------|-------------------|------------|-----|-----|
| | | | 3天 | 7天 | 28天 |
| 早强水泥 | 2080 | 56 | 102 | 108 | 114 |
| 普通水泥 | 1770 | 48 | 79 | 86 | 91 |
| 中热水泥 | 1930 | 42 | 63 | 74 | 82 |
| 低热水泥 | 1930 | 20 | 44 | 52 | 65 |

我們要注意，采用低热水泥，发热量虽然较小，但散发的速度則也較慢。

最后我們導引热傳导的基本微分方程式。参考图3，設在某物体中切出一小块元素 $dx dy dz$ 来看，該物体内各点温度均为 x 、 y 、 z 和 t 的函数，即 $\theta = \theta(x, y, z, t)$ 。設此物体有内热源，每小时每单位体积发生热量

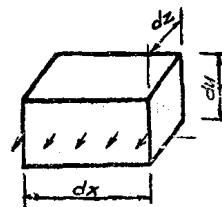


图 3

A (大卡/立方公尺·小时)，則在絕热状态下，其温度上升率为 $\frac{A}{cp}$ (度/小时)，此外，因为元素各面温度不等，热量要流入或流出元素，以 $dx dy$ 面上來講，当坐标为 z 处，該面上温度梯度为 $(\frac{\partial \theta}{\partial z})_s$ ，流过該面的总热量为

$$k \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_s dx dy dt$$

而在 $z+dz$ 的面上，通过的热量为

$$k \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z+dz} dx dy dt$$

相抵后，元素内增加了热量

$$k \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z+dz} - \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_z \right] dx dy dt = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \cdot dx dy dz \cdot dt$$

因此将引起元素温度上升

$$d\theta = \frac{k}{cp} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} dt$$

或其上升率为

$$\frac{k}{cp} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

同样，另外两个方向上的相应值为

$$\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \text{及} \quad \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$

于是我們可以写下热传导的基本方程式为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \theta + \frac{A}{cp} \quad (3)$$

如果采用圓柱坐标(r, ϕ, z)則为(图4)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \theta + \frac{A}{cp} \quad (4)$$

本书中的全部热傳導計算問題，就是要在各种边界和起始条件下，解决上述的基本微分方程式(3)或(4)。

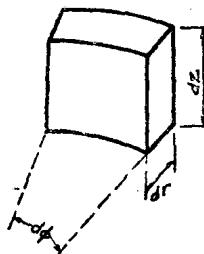


图 4

第四章 混凝土的澆筑溫度和 最高溫升計算(一)

混凝土在拌和后入仓时的温度称为澆筑溫度，可用下式計算：

$$\theta_p = \frac{\sum w \cdot c \cdot \theta}{\sum w \cdot c} \quad (5)$$

式中 θ_p ——澆筑溫度(度)；

w ——每立方公尺中各种成分的重量(公斤/立方公尺)；

c ——混凝土各种成分的比热(大卡/公斤·度)；

θ ——混凝土各种成分在拌和时的溫度。

如无特殊处理，混凝土的澆筑溫度一般接近当地月平均溫度，因为主要成分，砂、石、骨料常接近月平均溫度①。水溫則接近月平均水溫。水泥的溫度往往較高(例如有达 50°C)但所占比重不大。如在拌和时采取預冷措施，则 θ_p 可以大大低于气温，在計算中将有关的材料的 θ 降低即可，如加冰拌和，则應計入冰的熔解吸热影响。但是我們要注意，預冷拌和后，热量会由外界倒流入混凝土中，因此澆筑时就会比拌和时升高一些，預冷得越多，倒灌現象也越快。这一点，在計算澆筑溫度时必須考慮及之，一般説来，在拌和时預冷 10° ，在入仓后将回升 $2\sim 4^{\circ}$ 。

混凝土入仓后，溫度就开始变化，分析起来，有以下两点原因：

1. 水泥水化热开始发生，使混凝土溫度升高。
2. 混凝土澆筑溫度与外界溫度不同，热量流动，引起溫度变化。

① 当日气温高出月平均溫度时应采取一些简单的防护措施。

关于水化热問題，根据上章說明，可以用式 $Q = Q_0(1 - e^{-mt})$ 表示。故在絕热状态下，水化热引起的混凝土温度上升值可以 $\theta = \theta_0(1 - e^{-mt})$ 代表。式中 θ_0 是指在絕热状态下、水化热能引起的最高混凝土温升， $\theta_0 = \frac{Q_0 w_c}{c_p}$ ， w_c 代表每立方公尺中水泥含量（公斤/立方公尺）。例如，令 $Q_0 = 60$ 大卡/公斤， $w_c = 240$ 公斤/立方公尺， $c = 2400$ ， $c_p = 0.20$ ，則 $\theta_0 = \frac{60 \times 240}{2400 \times 0.20} = 30^\circ\text{C}$ ，設澆搗时温度为 25°C ，則温度可以用式 $\theta = 25^\circ + 30^\circ(1 - e^{-mt})$ 代表。

但这是指絕熱情況，实际上，混凝土温度一面在上升，一面也在不断散发（如混凝土拌和时經過預冷，則开始时还吸热，到其温

度高于外界温度后再散热）。

研究图 5，可知澆筑层高度常常远比平面尺寸为小（每层高度总在 $0.5 \sim 4.0$ 公尺之内，而平面尺寸常达十数公尺以至数十公尺），而散热

速率和断面尺寸平方成正比，尤其是每层四周有模板圍护，未拆模前，是良好的絕緣层，因此，研究混凝土澆搗后的温度上升問題时，我們常只考虑热量是从表面进出，而认为其他四面为絕緣，这可使問題简化为单向情况，而能方便地用数学方法来处理它。

我們首先研究这样一个問題，設混凝土澆筑温度为 θ_p ，外界温度为 θ_a ，暫不計水化热問題，試研究表面散热对混凝土内温度的影响。这里，温度 θ 为 x 及 t 的函数（ x 是某点离表面距离），基本方程式为 $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$ 。起始条件和边界条件为 $t=0, \theta=\theta_p$ ； $x=0, \theta=\theta_a$ 。适合这些条件的解答是①

① 在导引中，假定混凝土是无厚的，若混凝土厚度很小，则式(6)不再适用，應該用以后的式(14)。

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_p - (\theta_p - \theta_a) \left[1 - P\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \right] \\ &= \theta_a - (\theta_a - \theta_p) P\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right)\end{aligned}\quad (6)$$

这里, $P\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right)$ 为机率积分值,

$$P\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}} e^{-\beta^2} d\beta \quad (7)$$

将上式代入 $\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$, 可以証明符合基本方程式。至于它满足边界条件更是显然的 [因为 $P(\infty) = 1, P(0) = 0$]。机率积分值可在积分表 (如 Pierce 的 A short table of integrals) 中查到。

其次, 假定澆筑温度与外界温度一样, 仅考慮水化热影响, 則基本方程式为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{A}{c\rho} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \theta_0 m e^{-mt} \quad (8)$$

边界条件是 $x=0, \theta=0$ (取澆筑温度为計算起点); 起始条件是 $t=0, \theta=0$; 适合这些条件的解答为

$$\theta = \theta(t, x) = \theta_0 \int_{t=0}^{t=t_1} m e^{-mt} P\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t_1-t)}}\right) dt \quad (9)$$

这个解答可从上一解答中推繹出来。因为設在 x 深处的一层, 当时间 t 时, 水化热将使它升高 $\theta_0 m e^{-mt}$ 度, 根据上述解答, 这升高值在时间 t_1 时将变化 $\theta_0 m e^{-mt} P\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t_1-t)}}\right)$ 。因而从时间 $t=0$ 到 $t=t_1$ 间, 在 x 处的总的温度升高为

$$\theta_0 \int_0^{t_1} m e^{-mt} P\left(\frac{x}{2\sqrt{a(t_1-t)}}\right) dt$$

因为热傳导方程式为綫性, 故适用叠加原理。我們說: 若澆筑温度为 θ_p , 外界温度为 θ_a , 水化热的最終絕热温升为 θ_0 , 則澆筑后时间为 t_1 、距离为 x 处的温度是