

物 理 學

編 著 者

梁樹根 張 鉦 王龍錫
董敏男 張啓陽 蔡繁仁

(上 冊)

興業圖書股份有限公司出版

版權所有・翻印必究

中華民國六十三年九月一版

物 理 學

上冊 基本定價三元

編著者：梁樹根 張 鋌 王龍錫
董敏男 張啓陽 蔡繁仁

發行人：王 志 康

內政部登記證 內版台業字第一七九四號

出版者：興業圖書股份有限公司

印刷者：永紳彩色印刷廠

臺南市忠孝街五十九號

發行所：興業圖書股份有限公司

臺南市勝利路一一八號

序

編著者任教大專物理多年，深感此科名著雖多，而對於初由中學升入大專就讀的同學們缺乏一本適當的物理，故編著者以多年來教學實際經驗，精細編寫，並參考國內外有關書籍，將其基本觀念，基本原理，重要定律與重要定理，擷英取華，編成本書，以供今日大專教學之用。

本書共分上，下兩冊，上冊內容包含力學，流體力學，熱學，波動與聲學；下冊內容包含電磁學，光學與近代物理學等。本書教材足夠兩學年教學之用，且適合大專各科系普遍採用。

本書多採用M.K.S.C制，有時也引用C.G.S.制或英制單位。專有名詞多採用教育部頒佈的物理學名詞。

編寫本書上冊時，我們曾自下列參考書中，摘取部分精華資料與插圖，謹向各該書著者致最大謝意。

- (1) D. Halliday and R. Resnick : Physics for Students Science and Engineering.
- (2) M. Alonso and E.J. Finn Physics.
- (3) J.A. Richards, Jr.F.W. Sears, M.R. Wehr, M.W. Zemanskey : Modern University Physics.
- (4) J. Orear : Fundamental Physics.
- (5) C. Kittel, W.D. Knight, M.A. Ruderman : Mechanics.
- (6) F.S. Crawford, Jr. : Waves and oscillation.
- (7) M.W. White, K.V. Manning, R.L. Weber : Basic Physics.
- (8) Beiser : Modern Technical Physics.
- (9) P.S.S.C. Physics.
- (10) R.A. Becker : Introduction to Theoretical Mechanics.
- (11) 李怡嚴：大學物理學。
- (12) 吳友仁：物理學。

編著者對本書之編撰，雖已竭盡棉薄，猶恐未逮。欠妥，疏誤之處，尚希海內外賢達，隨時指正，俾於再版時更正，不勝感幸。

編著者謹識

民國六十三年八月

物理學

目 錄

第一章 向量	1 ~ 16
1-1 向量與純量	1-2 向量加法——幾何法
1-3 向量之分量	1-4 向量之合成與分解——解析法
1-5 純量積	1-6 向量積
第二章 運動學	17 ~ 48
2-1 直線運動	2-2 曲線運動
2-3 等速率圓周運動	2-4 相對速度與相對加速度
第三章 質點動力學	49 ~ 83
3-1 牛頓第一運動定律	3-2 牛頓第二運動定律
3-3 牛頓第三運動定律	3-4 參考坐標系
3-5 力的種類	3-6 牛頓運動定律應用之限制
3-7 轉動坐標系	
第四章 功與能	84 ~ 121
4-1 緒言	4-2 定值力所作的功
4-3 非定值力所作的功 (一度空間)	4-4 非定值力所作的功 (二度空間)
4-5 動能與功能定理	4-6 功率
4-7 保守力	4-8 位能
4-9 在地表附近之重力位能	4-10 彈性能
4-11 位能曲線之討論	4-12 三度空間之保守力
4-13 非保守力	4-14 能量之守恆

4-15	質能		
第五章	動量及其守恆	122 ~ 154	
5-1	質心	5-2	質心之運動
5-3	質點之動量	5-4	動量之守恆
5-5	碰撞	5-6	衝量與動量
5-7	碰撞時之動量守恆	5-8	一度空間之碰撞
5-9	二度及三度空間之碰撞	5-10	核反應
第六章	剛體動力學	155 ~ 189	
6-1	前言	6-2	角速率與角加速率
6-3	定角加速率運動	6-4	圓周運動內一質點之 線速度與角速度，線 加速度與角加速度之 關係
6-5	作用於一質點之轉矩	6-6	一質點的角動量
6-7	多質點系的轉動動能與 轉動慣量	6-8	剛體繞固定軸的轉動 方程式
6-9	角動量不滅原理	6-10	剛體的平衡條件
6-11	重心	6-12	平衡的例子
第七章	振盪運動	190 ~ 217	
7-1	振盪	7-2	簡諧運動
7-3	簡諧運動的基本方程式	7-4	S.H.M. 的能量
7-5	單擺	7-6	S.H.M. 與等速圓周 運動的關係
7-7	同向的兩 S.H.M. 之 合成	7-8	兩個 S.H.M. 方向互 為垂直時的合成
第八章	重力	218 ~ 245	
8-1	萬有引力定律	8-2	萬有引力常數，G
8-3	慣性質量與重力質量	8-4	球狀分佈質量的重力效應

- | | | | |
|-----|------------|------|--------------|
| 8-5 | 重力加速度, g | 8-6 | 重力場 |
| 8-7 | 行星和衛星運動 | 8-8 | 重力位能 |
| 8-9 | 多質點系統的位能 | 8-10 | 行星和衛星運動的能量考究 |

第九章 流體力學..... 246 ~ 270

- | | | | |
|-----|-----------------|-----|--------------|
| 9-1 | 流體 | 9-2 | 密度與壓力 |
| 9-3 | 靜流體中之壓力變化 | 9-4 | 巴斯噶原理與阿基米得原理 |
| 9-5 | 壓力的測量 | 9-6 | 流體動力學 |
| 9-7 | 流線與續流方程式 | 9-8 | 柏努力方程式 |
| 9-9 | 柏努力方程式與續流方程式的應用 | | |

第十章 波動力學..... 271 ~ 299

- | | | | |
|-------|-----------|-------|---------|
| 10-1 | 波動及其傳播的介質 | 10-2 | 縱波與橫波 |
| 10-3 | 彈簧繩上的波 | 10-4 | 行進波 |
| 10-5 | 重疊原理 | 10-6 | 干涉 |
| 10-7 | 駐波 | 10-8 | 聲的波動性 |
| 10-9 | 聲音三大特性 | 10-10 | 振動系統和聲音 |
| 10-11 | 拍音 | 10-12 | 都卜勒效應 |

第十一章 熱學..... 300 ~ 361

- | | | | |
|-------|-----------|-------|--------------|
| 11-1 | 巨觀及微觀之描述 | 11-2 | 溫度及熱力學第零定律 |
| 11-3 | 溫度之測量及溫標 | 11-4 | 熱膨脹 |
| 11-5 | 熱——能的一種形式 | 11-6 | 熱量及比熱 |
| 11-7 | 熱之傳播 | 11-8 | 熱與功 |
| 11-9 | 熱力學第一定律 | 11-10 | 可逆及不可逆過程 |
| 11-11 | 卡爾諾循環 | 11-12 | 熱力學第二定律 |
| 11-13 | 熱機之效率 | 11-14 | 絕對溫標及熱力學第三定律 |

第十二章 氣體動力論..... 362 ~ 379

- | | | | |
|------|---------|------|---------|
| 12-1 | 理想氣體 | 12-2 | 壓力之運動計算 |
| 12-3 | 理想氣體之比熱 | 12-4 | 能量之均分 |

1

向

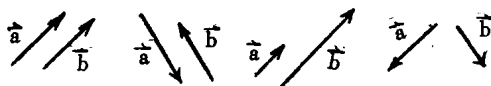
量

1-1	向量與純量·····	2
1-2	向量加法—幾何法·····	3
1-3	向量之分量·····	4
1-4	向量之合成與分解—解析法·····	6
1-5	純量積·····	9
1-6	向量積·····	12

1 - 1 向量與純量

在討論物理問題時，我們常常會遇到一些數量，如一物體之質量，電子之電量，水之比熱，電阻器之電阻，……等等，僅具有大小及單位便能表現它，這些量，我們稱之為純量（Scalar）；另外有一些物理量，如點的位移，作用力，速度，電場，磁場，……等等，不能單純地被一個數值及單位所確定之，必須另外再加以一個方向來描述它，這一類的物理量，我們稱之為向量（Vector）。

吾人以粗體字如 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, 等表示向量（手寫時，可用箭頭描述向量，如 $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$, 等）；在圖示法中，畫一箭頭代表其方向，而以長度表示其大小，如圖 1-1 所示；而向量 $\mathbf{a}$ 之大小（magnitude），則以 $|\mathbf{a}|$ 表之，稱為 $\mathbf{a}$ 之絕對值。



1 - 1 向量圖示法

若 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 兩向量，方向及大小均相同，則 $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 相等，記為

$$\mathbf{a} = \mathbf{b}$$

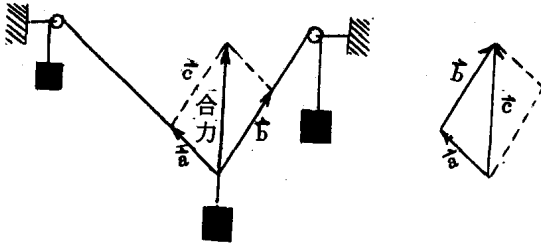
某一向量的大小與 $\mathbf{a}$ 相同，而方向與 $\mathbf{a}$ 相反時，記為 $-\mathbf{a}$ ，如圖 1-2，又長度為 1 之向量稱為單位向量（Unit Vector）。



1 - 2

1 - 2 向量加法—幾何法

由實驗可證明二力之合力可用平行四邊形定律決定之（圖 1-3），由是可引出向量加法之定義如下：



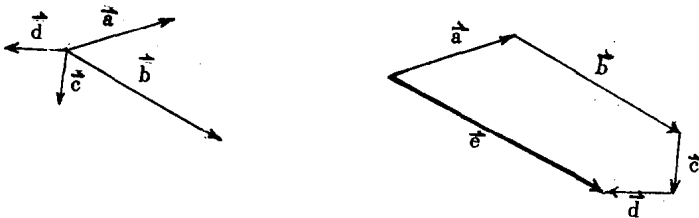
1 - 3 兩力之合成（平行四邊形定律）

設有兩向量 a 與 b ，如將 b 的起點接於 a 的終點，則以 a 的起點為起點， b 的終點為終點的向量，即為 a 與 b 兩向量之和 c ，記為

$$a + b = c$$

或以 a ， b 為兩鄰邊之平行四邊形之對角線即為 $a + b$ 。

同理，我們亦可推廣至多個向量和，如圖 1-4 說明 $a + b + c + d = e$



1 - 4 多個向量之和

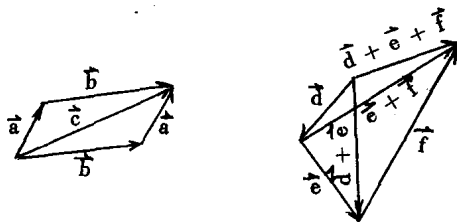
由圖 1-5，我們可證得向量加法具有交換性（commutative）及結合性（associative）。

$$a + b = b + a$$

（加法交換律）

4 物理學

$$\mathbf{d} + (\mathbf{e} + \mathbf{f}) = (\mathbf{d} + \mathbf{e}) + \mathbf{f} \quad (\text{加法結合律})$$



1-5 (a) 向量加法之交換性
(b) 向量加法之結合性

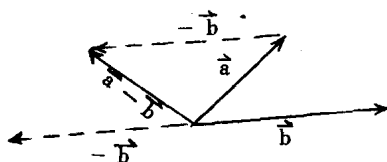
又設 m, n 為純量，則向量亦滿足乘法結合律及分配律

$$(mn)\mathbf{a} = m(n\mathbf{a}) \quad (\text{乘法結合律})$$

$$(m+n)\mathbf{a} = m\mathbf{a} + n\mathbf{a} \quad (\text{乘法分配律})$$

$$m(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = m\mathbf{a} + m\mathbf{b} \quad (\text{乘法分配律})$$

兩向量相減，即兩向量之差，記為 $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{c}$ ，可改寫成 $\mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \mathbf{c}$ ，由圖 1-6 可知，先繪 $-\mathbf{b}$ ，再求得 $\mathbf{a}$ 與 $-\mathbf{b}$ 之向量和。



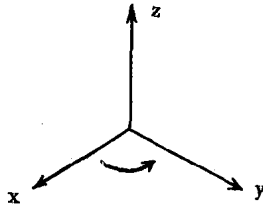
1-6 向量差

當 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ 時， $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 稱為零向量 (Zero Vector)，記成 $\mathbf{0}$ ，其大小為零，沒有方向。

1-3 向量之分量

我們引用空間中三條互相垂直之直線為軸之坐標系統，如無特別

聲明，皆指右旋直角坐標 (right-handed rectangular coordinates)，此坐標系統因其 x ， y ， z 軸之正向拾可藉右手之拇指，食指，中指等所指之方向代表之，圖 1-7 表示右旋直角坐標系。



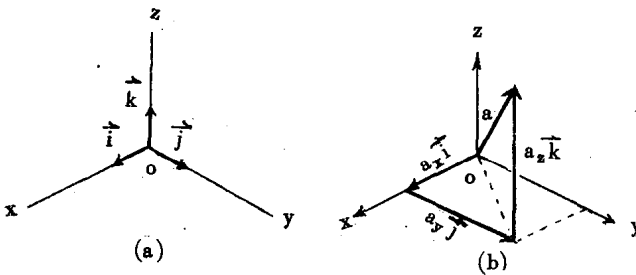
1-7 右旋直角坐標系

在 x ， y ， z 三軸上各取三點 $(1, 0, 0)$ ， $(0, 1, 0)$ 及 $(0, 0, 1)$ ，由原點至此三點之向量為單位向量 (圖 1-8 a)

自原點至 $(1, 0, 0)$ 之單位向量稱為 $\mathbf{i}$

自原點至 $(0, 1, 0)$ 之單位向量稱為 $\mathbf{j}$

自原點至 $(0, 0, 1)$ 之單位向量稱為 $\mathbf{k}$



1-8 (a) 單位向量 $\mathbf{i}$ ， $\mathbf{j}$ ， $\mathbf{k}$ (b) $\mathbf{a}$ 之三分量表示法

在圖 1-8 b 中，向量 $\mathbf{a}$ 可以三個平行於座標軸之分量和表之，
即
$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

1 - 4 向量之分解與合成—解析法

由上節知一向量可利用坐標方法分解為三分量；

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

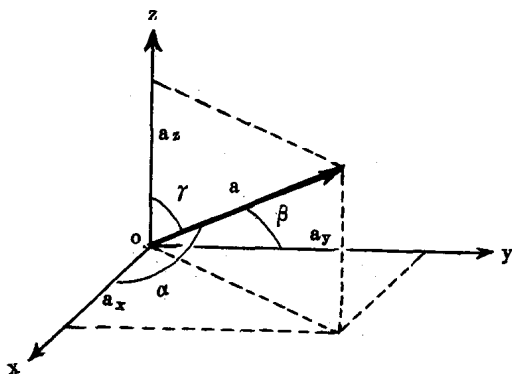
另外，我們可利用三角法分解向量，設向量 $\mathbf{a}$ 與 x 軸之交角為 α ，與 y 軸之交角為 β ，與 z 軸之交角為 γ ，則：

$$a_x = |\mathbf{a}| \cos \alpha$$

$$a_y = |\mathbf{a}| \cos \beta$$

$$a_z = |\mathbf{a}| \cos \gamma$$

$\cos \alpha$ ， $\cos \beta$ 及 $\cos \gamma$ 稱為 $\mathbf{a}$ 之方向餘弦 (direction cosines)，因 $|\mathbf{a}| \cos \alpha$ ， $|\mathbf{a}| \cos \beta$ ， $|\mathbf{a}| \cos \gamma$ 為 $\mathbf{a}$ 在 x ， y ， z 軸之投影，故為所求之三分量 (圖 1-9)。



1 - 9

兩個以上之向量相加時，只要將同方向之分量相加即可，例如：

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{c} = c_x \mathbf{i} + c_y \mathbf{j} + c_z \mathbf{k}$$

其合向量為

$$\mathbf{R} = R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} + R_z \mathbf{k}$$

其中

$$R_x = a_x + b_x + c_x$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y$$

$$R_z = a_z + b_z + c_z$$

又由畢氏定理：

$$|\mathbf{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$\mathbf{R}$ 與 x , y , z 軸之夾角，可由下列三式求得

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{|\mathbf{R}|}$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{|\mathbf{R}|}$$

$$\cos \gamma = \frac{R_z}{|\mathbf{R}|}$$

例1. 已知 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 求 (a) $|\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}|$ (b) $|2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} - 5\mathbf{c}|$

$$\begin{aligned} \text{解: (a) } \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} &= (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}) + (2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) \\ &\quad + (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}) \\ &= 4\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 0\mathbf{k} \\ &= 4\mathbf{i} - 4\mathbf{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{則 } |\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}| &= |4\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 0\mathbf{k}| \\ &= \sqrt{(4)^2 + (-4)^2 + (0)^2} \\ &= \sqrt{32} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} - 5\mathbf{c} &= 2(3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}) - 3(2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) \\ &\quad - 5(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}) \\ &= 6\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k} - 6\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 9\mathbf{k} \\ &\quad + 5\mathbf{i} - 10\mathbf{j} - 10\mathbf{k} \\ &= 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{則 } |2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} - 5\mathbf{c}| &= |5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}| \\
 &= \sqrt{(5)^2 + (-2)^2 + (1)^2} \\
 &= \sqrt{30}
 \end{aligned}$$

在二度空間（ x 軸與 y 軸平面內），則更簡單，圖 1-10 說明兩度空間情形， $\mathbf{a}$ 的分量 a_x 與 a_y 可由下式求出

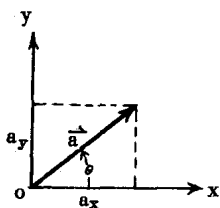
$$a_x = |\mathbf{a}| \cos \theta$$

$$a_y = |\mathbf{a}| \sin \theta$$

式中 θ 為向量 $\mathbf{a}$ 與正 x 軸所夾的角度，是由正 x 軸沿反時針方向測量的。反之，如已知兩個分量 a_x 及 a_y ，則由圖 1-10 得

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \theta = a_y / a_x$$



1-10 二度空間向量之分解

例 2. 一輛汽車在一平路上向東行駛 30 哩至一交叉點，然後轉向北行駛 40 哩後停車，求該車的合成位移。

我們選擇一平面參考坐標系統，其原點置於汽車起始點，正 x 軸方向指向東方，正 y 軸方向指向北方，兩個連續的位移， $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ ，繪示如圖 1-11，合成位移 $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ ，因 $\mathbf{a}$ 沒有 y -分量， $\mathbf{b}$ 沒有 x -分量，故

$$R_x = a_x + b_x = 30 \text{ 哩} + 0 = 30 \text{ 哩}$$

$$R_y = a_y + b_y = 0 + 40 \text{ 哩} = 40 \text{ 哩}$$

$\mathbf{R}$ 之大小和方向為

$$|\mathbf{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

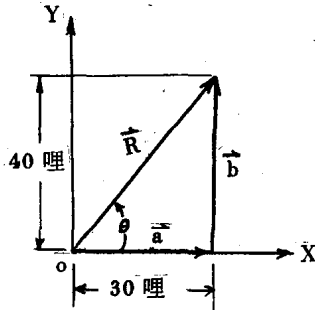
$$= \sqrt{(30 \text{ 哩})^2 + (40 \text{ 哩})^2}$$

$$= 50 \text{ 哩}$$

$$\tan \theta = R_y / R_x = \frac{40 \text{ 哩}}{30 \text{ 哩}} = 1.33$$

$$\theta = \tan^{-1}(1.33) = 53^\circ$$

合成位移 R 的大小為 50 哩，方向為東偏北 53°



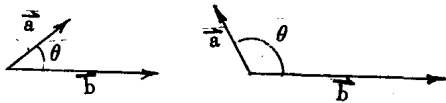
1-11

1 - 5 純量積

純量積 (scalar product) 又稱內積 (inner product) 或點積 (dot product) ；兩向量 a , b 之純量積記為 $a \cdot b$, 其定義為

$$a \cdot b = |a| |b| \cos \theta \quad (1)$$

θ 為 a 與 b 間之夾角，如圖 1-12 所示。



1 - 12 向量間之夾角

由此定義知兩向量之純量積為一純量，亦即為一實數。又因(1)式

中之 $\cos \theta$ 可正可負，故純量積可為正或負，視兩向量間之夾角而定。

兩非零向量互相垂直之充要條件為其內積等於零；設 $\mathbf{a}$ ， $\mathbf{b}$ 為兩非零向量，如

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$$

則因 $|\mathbf{a}| \neq 0$ ， $|\mathbf{b}| \neq 0$ ，故必 $\cos \theta = 0$ ， $\therefore \theta = 90^\circ$

反之，如 $\theta = 90^\circ$ ，則 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos 90^\circ = 0$

例3. 設 θ 為向量 $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 之夾角，試證 $\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}}}$

證：於(1)式中，令 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ，則

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}| |\mathbf{a}| \cos 0^\circ = |\mathbf{a}|^2$$

$$\text{及 } \mathbf{b} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{b}| |\mathbf{b}| \cos 0^\circ = |\mathbf{b}|^2$$

$$\text{故 } |\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}, |\mathbf{b}| = \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}} \quad (2)$$

將(2)代入(1)，得

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}} \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}}} \quad (3)$$

由定義得知純量積具有交換律及分配律，即

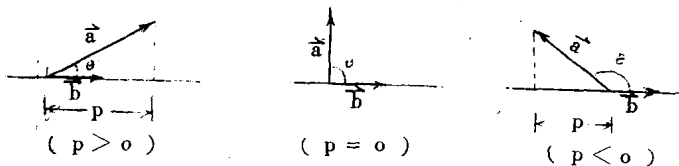
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} \quad (4)$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} \quad (5)$$

設 $\mathbf{a}$ 及 $\mathbf{b}$ ($\neq 0$) 為已知向量， θ 為其夾角，則實數

$$P = |\mathbf{a}| \cos \theta$$

為 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 方向之分量 (圖 1-13)。即 P 為 $\mathbf{a}$ 沿 $\mathbf{b}$ 方向之正投影長度



1-13 向量 $\vec{a}$ 在沿向量 $\vec{b}$ 方向之分量

。若 $\mathbf{a} = 0$ ，則 θ 無意義，此時 $P = 0$

由(3)式得

$$P = |\mathbf{a}| \cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} \quad \mathbf{b} \neq 0 \quad (6)$$

若兩向量 $\mathbf{a}$ ， $\mathbf{b}$ 表之如下：

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k}$$

$$\text{則 } \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (7)$$

因 $\mathbf{i}$ ， $\mathbf{j}$ ， $\mathbf{k}$ 為互相垂直之單位向量，故

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = 1, \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1, \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

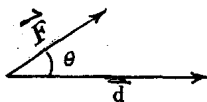
$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = 0, \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0, \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} &= a_x b_x \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} + a_x b_y \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} + a_x b_z \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} \\ &\quad + a_y b_x \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} + a_y b_y \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} + a_y b_z \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} \\ &\quad + a_z b_x \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} + a_z b_y \mathbf{k} \cdot \mathbf{j} + a_z b_z \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{aligned}$$

例4. (一力所作之功)，一質點受一定力 $\mathbf{F}$ 之作用，設質點之位移為 $\mathbf{d}$ ，按照力學定義，所作之功 W 為

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = |\mathbf{F}| |\mathbf{d}| \cos \theta$$

式中 θ 為 $\mathbf{F}$ 與 $\mathbf{d}$ 之夾角。



1-14 力所作之功

例5. 求向量 $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ 及 $\mathbf{B} = 6\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 間之夾角

$$\text{解: } |\mathbf{A}| = \sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (-1)^2} = 3$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = 7$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (2)(6) + (2)(-3) + (-1)(2) = 4$$