

大學用書

材料力學 (上冊)

Mechanics of Materials

原著者：S. P. Timoshenko

James M. Gere

譯述者：王 樅 張伯烈 趙國華

修 訂 版

發行者 科技圖書股份有限公司

本公司經新聞局核准登記
登記證局版臺業字第1123號

書名：材料力學（上册）

原著者：Timoshenko and Gere

譯述者：王 縱 張伯烈 趙國華

發行人：趙國華

發行者：科技圖書股份有限公司

臺北市博愛路185號二樓

電話：3110953

郵政劃撥15697號

六十七年十月初版
六十七年五月修訂七版

特價新臺幣40元

原 序

爲了大學生的需要——不論他們在大學裡初次學習，或已畢業而當了工程師的，作爲參考引用——而編寫的一本「材料力學」教科書，應是一件可以辦到的工作。作者們寫成這本書，自認爲已能符合這些目標。

我們首先，將能施教的和易學易懂的，分別列出理論和方法，並供給足夠的討論與例題，使初學者能迅速的抓住基本要點。這樣，這本教科書便要超越了初級階段，而將更高深與更專門的資料也包容在內。因之，工程師們，不問他已在做設計或參與研究，或是發展主動研究所需要的，在本書內可找到不少新的資料，供他們很高興的去引用。

一眼瞥見這本書首列的目錄，便知道本書所包涵的內容。這些章節中包括了桿件受軸載重扭力和彎曲，以及其他各種材料力學的基本觀念，如應變能，應力與應變的變換，非彈性體的形態等。特別項目，對工程師們認爲有興趣的，包括了熱效應、非錐體梁、大撓度梁、不對稱梁等的彎曲，剪力中心，以及其他。最後一章，包含了單一載重法、逆定理、韌性與剛性方法、應變能定理、位能定理、瑞里夫—李茲法、餘定理等。這一章讀者提供了學習近代結構理論的結實的基礎。

本書的內容，對一個初習的大學生確是過多，因之要請每位教師相機選擇認爲最基本或最重要的資料向學生講解。教師們一定會賞識這幾百個新習題（一共超過600題），用供課外作業，或作課堂討論練習資料。

這本書具有「新」的感覺，因爲書中列有簇新而公認爲最具興趣性的材料力學題材的介紹。但另一方面，感覺到是「古」的。因爲這本書是根據有名的二本「材料強度學」（鐵馬與歌著）發展而成的。「材料強度學」曾在1955年改訂1956年出版第三版，第二版是在1941改版印行的，最初一版是1930年出版。若再上溯，最初第一版是根據若干最早在俄國出版的教科書——一直要追溯到1908年。（詳見Timoshenko著“*As I remember*”1968）。作者等希望這本書將和以後編寫的「高等材料力學」成爲連串的最新教科書。

要將編寫這本書的當時與此發生關係的人們致其謝忱，實爲一不可能的事。但對D. H. Young教授的細讀全書，提供有價值的指教，則感荷良深。另一同僚William Weaver, Jr. 教授，對「結構分析與能法」一章的供獻，則表示感謝。另一部分的感激是屬於歷年來爲數極多的學生們，從他們在校學習時的表現

，使作者們能體會到如何去編寫一本好的教科書。自然，沒有一本書在編寫中能缺少秘書的幫忙。這幾位如M F. Nelson 夫人，J Markenzie小姐，R E. Platt 夫人，和 S Bennett 小姐等，作者對她們表示由衷的感激。

鐵馬興歌

奇爾

於加州司坦福 1971年6月

1 原著者序	2 頁
2 目 錄	頁
3 符號一覽表	5 頁
第一章 拉力、壓力及剪力	
1.1 緒 言	11 頁
1.2 應力及應變	12 頁
1.3 拉力試驗	13 頁
1.4 直線型彈性及胡克氏定律	17 頁
1.5 軸向載重桿之撓曲	20 頁
1.6 靜不定結構	22 頁
1.7 溫度及預加應變之影響	31 頁
1.8 非線性行態	33 頁
1.9 剪應力及剪應變	36 頁
1.10 應變能	39 頁
習 題	46 頁
第二章 應力與應變之分析	
2.1 斜面上之應力	57 頁
2.2 雙軸應力	60 頁
2.3 純剪力	63 頁
2.4 雙軸應力之摩爾氏圓	65 頁
2.5 平面應力	68 頁
2.6 平面應力之摩爾氏圓	72 頁
2.7 三軸應力	75 頁
2.8 平面應變	77 頁
習 題	82 頁
第三章 扭 力	
3.1 圓桿之扭力	87 頁
3.2 空心圓桿之扭力	92 頁
3.3 扭力應變能	94 頁
3.4 薄壁管	96 頁

3.5 圓桿之非彈性扭力	101 頁
習 題	103 頁
第四章 剪力及彎曲力矩	
4.1 樑之各種型式	109 頁
4.2 樑內之應力合力	111 頁
4.3 介在載重、剪力及彎曲力矩間之關係	114 頁
4.4 剪力圖及彎曲力矩圖	117 頁
習 題	122 頁
第五章 樑內之應力	
5.1 樑內正交應力	129 頁
5.2 樑之設計	135 頁
5.3 樑內之剪應力	139 頁
5.4 圓形截面樑之剪應力	145 頁
5.5 構成樑	147 頁
5.6 樑內主應力	149 頁
5.7 非等截面樑內之應力（近似理論）	152 頁
5.8 合成樑	159 頁
5.9 彎曲與扭轉之結合	165 頁
5.10 彎曲與軸載重之結合	168 頁
習 題	172 頁
第六章 樑之撓度	
6.1 撓度曲線之微分方程式	184 頁
6.2 簡支樑	187 頁
6.3 懸臂樑	192 頁
6.4 力矩 - 面積法	193 頁
6.5 重疊法	198 頁
6.6 非等截面之樑	203 頁
6.7 差分法	205 頁
6.8 彎曲之應變能	210 頁
6.9 與撓度成正比例之載重	213 頁
6.10 熱之影響	216 頁
6.11 剪力變形之影響	218 頁
6.12 巨大撓度之樑	226 頁

習 題	229 頁
附錄 A 平面面積諸性質	
A.1 面積之重心	238 頁
A.2 組合面積之重心	240 頁
A.3 面積之慣性力矩	242 頁
A.4 極慣性力矩	244 頁
A.5 平行軸定理	246 頁
A.6 慣性積	247 頁
A.7 軸之旋轉	249 頁
A.8 主 軸	251 頁
習 題	252 頁
附錄 B 平面面積諸性質表	259 頁
附錄 C 結構用鋼截面性質 (摘要)	262 頁
附錄 D 樑之撓度與傾斜坡	269 頁
習題答案 第一章至第六章及附錄 A	274 頁

•
•

2-2

符號一覽表

A	面積，作用（力或力偶），常數
a, b, c	尺寸，距離，常數
C	積分常數，重心
c	自樑之中性軸至其最外表面之距離
D	變位，運動學之未知數
d	直徑，尺寸，距離
E	彈性模數，第二種橢圓積分
E_r	已降低之彈性模數
e	偏心距，尺寸，常數
F	力，第一種橢圓積分，柔性係數
f	剪力流，塑性彎曲之形狀因數
f_s	剪力之形狀因數
G	剪力之彈性模數
g	重力，加速度
H	距離，力，反力，馬力
h	高度，尺寸
I	一個平面面積之慣性力矩（或第二力矩）
I_x, I_y, I_z	對 x, y 及 z 軸之慣性力矩
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	主慣性力矩
I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}	一個平面面積對 x 及 y 軸慣性力矩之積
J	極慣性力矩，扭力常數
K	體積彈性模數，柱之有效長度因數
k	$\sqrt{P/EI}$ 之符號
L	長度，跨度
M	彎曲力矩，反力偶
M_p	樑之塑性力矩
M_y	樑之屈伏力矩
N	軸向力
n	安全因數，數目，比值，整數，每分鐘之轉數
O	座標之原點

P	集中力, 載重, 軸向力
P_{cr}	柱之臨界載重
P_u	極限載重
P_w	工作載重或容許載重
P_v	屈伏載重
p	壓力
Q	集中力, 一個平面面積之第一力矩 (或靜力矩)
q	分佈載重之強度 (每單位距離內之載重)
q_u	極限載重
q_v	屈伏載重
R	反力, 半徑
r	半徑, 距離, 旋轉半徑 ($r = \sqrt{I/A}$)
S	力, 樑之斷面模數, 剪力中心, 勁性係數
s	距離, 沿曲線之長度
T	溫度, 扭曲力偶或轉矩
T_u	極限轉矩
T_v	屈伏轉矩
t	厚度
U	應變能
u	單位體積之應變能
U^*	餘能
u^*	單位體積之餘能
$\bar{V}$	剪力, 體積
v	撓度, 速度
v', v'', etc	$dy/dx, d^2v/dx^2$ 等
W	重量, 功
W^*	餘功
X	靜贅力
x, y, z	矩形座標, 距離
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	重心之座標
Z	樑之塑性模數
α	角度, 熱膨脹係數, 比值

α_s	剪力係數
β	角度
γ	剪力應變，單位體積之重量
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	在 xy, yz, zx 各平面內之剪力應變
γ_θ	傾斜軸之剪力應變
δ, Δ	撓度，變位，伸長
ϵ, ϵ	正交應變
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	在 x, y 及 z 方向之正交應變
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主正交應變
ϵ_y	屈伏應變
ϵ_θ	傾斜軸之正交應變
θ	角度，單位長度內之扭曲角度，樑軸之旋轉角度
θ_p	與主平面或主軸線所成之角度
θ_s	與最大剪應力平面所成之角度
κ	曲度 ($\kappa = 1/\rho$)
κ_y	屈伏曲度
λ	距離
ρ	半徑，曲度半徑，在極座標內之徑向距離
ν	巴松氏 (Poisson's) 比值
σ	正交應力
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	在垂直於 x, y 及 z 各軸線之平面上之正交應力
σ_θ	傾斜平面上之正交應力
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主應力
σ_{cr}	柱之臨界應力 ($\sigma_{cr} = P_{cr}/A$)
σ_r	殘餘應力
σ_u	極限應力
σ_w	工作應力或容許應力
σ_y	屈伏應力
τ, τ	剪應力
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	在垂直於 x, y 及 z 各軸線之平面上與 x, y 及 z 各軸線平行之剪應力
τ_θ	斜面上之剪應力
τ_u	極限剪應力

τ_w	工作剪應力或容許剪應力
τ_v	屈伏剪應力
ϕ	角度，扭曲角度
ϕ	無尺寸之因數
ω	角速度

希臘字母表

字 母	讀 音	字 母	讀 音	字 母	讀 音
$A \alpha$	alpha	$I \iota$	iota	$P \rho$	rho
$B \beta$	beta	$K \kappa$	kappa	$\Sigma \sigma \varsigma$	sigma
$\Gamma \gamma$	gamma	$\Lambda \lambda$	lambda	$T \tau$	tau
$\Delta \delta$	delta	$M \mu$	mu	$\Upsilon \upsilon$	upsilon
$E \epsilon$	epsilon	$N \nu$	nu	$\Phi \phi \varphi$	phi
$Z \zeta$	zeta	$\Xi \xi$	xi	$X \chi$	chi
$H \eta$	eta	$O \omicron$	omicron	$\Psi \psi$	psi
$\Theta \theta$	theta	$\Pi \pi$	pi	$\Omega \omega$	omega

材料力學

第一章 拉力、壓力及剪力

1.1 緒 言

材料力學 (mechanics of materials) 為應用力學之一個部門，討論固體物體承受各種型式載重者之行態。為具有各種名稱而命名之研究領域，包括“材料強度”(strength of materials) 及“變形物體力學”(mechanics of deformable bodies) 等。在本書內被考慮之物體，包括軸向載重之桿，軸，樑及柱以及由此類組件構成之結構。通常我們分析之目的將為確定應力，應變及由載重所產生之變形；若對於從一般載重一直到失敗載重所有一切載重之值，均能求得。則我們即已獲得，該物體力學行態之完整景象。

理論分析及試驗結果，在材料力學之研究中，具有相等之重要任務。在許多機會中，我們將作合理之誘導以獲取公式或方程式，用以預示力學行態；但在同時我們必須認識清楚，這些公式，除非該材料之某些性質為已知者；即不能在實際上加以利用。若干性質祇有在試驗室內作過適宜之試驗後，始對於我們有用。另外在工程方面之許多重要問題，也不能用理論的方法有效地加以處理，而試驗的計量方法乃成為在實行上所必需者。材料力學在過去之進展，理論與試驗二者成為一項迷人之混雜，在若干實例中，試驗已指陳其結果，將為有用之途徑，而在其他若干實例中，理論亦復如是。著名人物如達文西 (Leonardo da Vinci 1452 - 1519) 及伽里略 (Galileo Galilei 1564 - 1642)，曾作過若干試驗以決定線，桿及樑之強度，雖然彼等並未發展出來任何適當之理論（按現在之標準）以解釋彼等之試驗結果。與此正好相反，有名之數學家尤勒 (Leonhard Euler 1707 - 1783) 在 1744 年曾發展成功柱之數學的理論，並算出柱之臨界危急載重，在有任何試驗的證據存在，足以表示尤勒氏結果之重大意義之前，尤勒氏之理論結果，被擱置未予採用達若干年，雖然現在這些理論尚構成長柱理論之根據垂二百三十年之久。

將理論之誘導與由試驗所決定之各項材料性質，合併在一起之重要性，當我們進行關於此一門學科之研究時，將愈益明顯。在本章內我們將開始討論若干基本概念，如應力與應變，並在其後研究簡單之結構元件之承受拉力，壓力及剪力等。

1.2 應力及應變

應力及應變之概念，可由考慮一根等截面之桿（參照附圖 1-1 a），這種基本的辦法，予以說明。一根等截面桿是一根在其整個長度內具有固定不變之橫截面及直的軸線之桿。在此插圖內，桿係被假想為在其兩端承受軸向力 P 者，軸向力 P 將使該桿產生均勻之拉長或拉力。在與軸線成直角之方向內，作成一個人為的切口（截面 m ）通過該桿，我們可將該桿之一部分隔離，使其成為一個隔

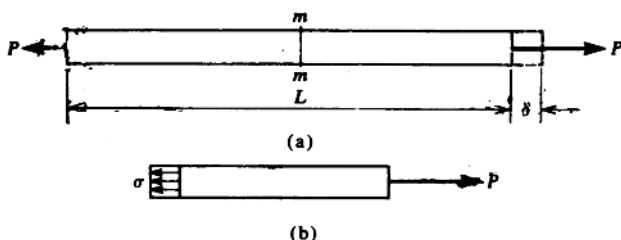


圖 1-1 受拉力之等截面桿

離體見（圖 1-1 b）。在其右端，施加拉力 P ，在其另一端，將有若干力存在，代表該桿被移去部分施加於剩餘部分上之作用。此若干力將繼續分佈於該截面上，與靜水壓力繼續分佈於一個浸於水中之面上相類似。力之強度，即在每個單位面積上之力，則被稱為應力（stress）通常採用希臘字母 σ 表示之。假設應力係在該截面作均勻分佈者（參閱附圖 1-1 b），我們可以很容易看出其合力等於強度 σ 乘以該桿橫截面之面積 A 。此外，如在附圖 1-1 b 內所示該物體之平衡狀況；我們也可以看出此一合力其大小必需等於力 P 而方向相反。因此，我們即得到

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1-1)$$

式，作為在一個等截面桿內均佈應力之方程式。此一方程式表示應力為力之若干單位除以面積——例如，每平方吋若干磅（psi）或每平方吋若干千磅（ksi）*。在該桿件被力 P 拉長時，如圖中所示，其結果所得到之應力為拉應力（tensile stresses）；若此等力之方向反轉，將使該桿被壓縮短，則此等力將被稱為壓應力（compressive stresses）。

關於方程式（1-1）為正確無誤之必要條件，為應力 σ 必須均勻分佈於桿之

* 1 個 kip，表示 1000 lb 之意，簡寫成 k。

截面上。若該軸向力 P 於經過該截面之重心處起作用，則此項條件可以實現；此項事實可用靜力學證明之（參照習題 1·2-1）。當載重 P 不在重心上作用時，其結果該桿將呈彎曲，而需要一種比較更為繁複之分析工作（參閱第 5·10 節）。此書全部均係假設所有一切之軸向力，一律在截面之重心處施加，除非特別聲明與此正好相反。除另外聲明者外，通常假定物體本身之重量可以略去不計，如在討論附圖 1-1 內之桿時所作過之假定。

一根負荷軸向力之桿，其全部伸長量將用希臘字母 δ 表示之（參閱附圖 1-1a），而在每個單位長度內之伸長量，稱為應變（strain），於是可以用方程式

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (1-2)$$

決定之。其中 L 為桿之全長。應注意者，應變 ϵ 為一個無次元之數量。只要應變係在桿之整個長度內均勻一致者，則一律均可從方程式（1-2）內精確獲得其結果。若桿所受者為拉力，則該應變為拉應變（tensile strain）代表該材料之伸長或拉長；若桿所受者為壓力，則該應變為壓應變（compressive strain），意指該桿內相鄰接之各截面相互移得更為靠近。

1.3 拉力試驗

在某種特殊材料內，應力與應變之關係，均用拉力試驗加以決定。該項材料之樣品，通常係採用正圓形桿，被安置於一座材料試驗機之內，使其受到拉力。在增加載重時，測量在桿上所受之力及桿之拉長量。在桿內之應力，係用桿之截面積除其所受之力求得之。而應變係用發生該項拉長量之長度除產生之拉長量而求得之。照這樣作去，即可求得該材料一個完整之應力—應變圖。

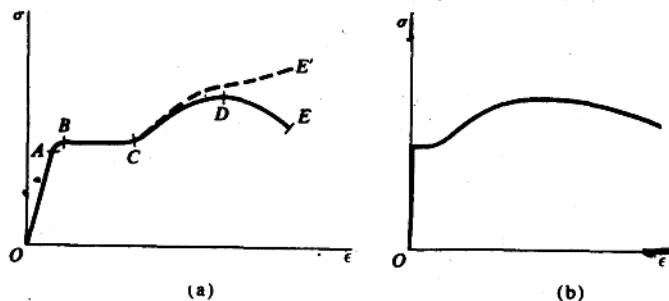


圖 1-2 結構鋼之典型應力—應變曲線(a)示意圖，(b)按比例尺繪出

14 材料力學

結構鋼之應力—應變圖的典型形狀，示於附圖 1-2 a 內，圖中軸向之應變點，繪在水平軸上，而與其相當之應力，則由曲線 $OABCDE$ 之縱標表出，從 O 到 A 點，應力與應變互成正比，該圖成直線形的（linear）在 A 點以後，介於應力與應變間之直線形的關係不再存在；因此在 A 點之應力被稱為比例極限（proportional limit）如為低碳鋼（即結構鋼），此項比例極限通常介於 30,000 psi 與 36,000 psi 之間，若屬於高強度鋼材，可能比此值大出很多。在載重繼續增加時，應變將比應力增加迅速，一直到 B 點，拉力雖無些許增加，但有相當大之伸長發生。此種現象稱為該材料之屈伏（yielding），在 B 點之應力稱為屈伏點（yield point）或屈伏應力（yield stress）。在 BC 這一段區間，該項材料稱為已變成塑性（plastic），而該桿可能產生實際塑性伸長之總額，約為出現比例極限時為止的伸長量之 10 倍至 15 倍。在 C 點該項材料開始應變硬化（strain harden），並對載重之增加呈現另外增加之抵抗力。像這樣，應力將隨更進一步的伸長而增加，並在 D 點應力將達到其最大值或其極限應力（ultimate stress）。在此點以外，載重減少，桿繼續更拉長些，最後試樣將在圖之 E 點處發生碎裂縫。

在該桿伸長時，同時將發生橫向之收縮，其結果為該桿截面面積之減小。此種現象一直到 C 點為止，對於應力—應變圖並無影響，但在此 C 點之外，由於截面面積之減小，對於應力之計算值，將有顯著之影響。該桿顯著之頸縮現象（

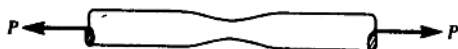


圖 1-3 一根受拉力桿之頸縮

necking）必將出現，（參閱圖 1-3）。若採用頸縮部分狹小之截面面積來計算 σ 時，則將發現實在之應力—應變曲線將會順着虛線 CE' 。其實在達到極限應力 DE 線之後，該桿能負荷之全部載重，確實將為減少，此項減少係由於面積之減小，而非材料本身損失其強度之故。該項材料在實際上係抵抗應力，逐漸增加一直到失敗之點為止。但對於大多數實際應用之目的，根據該試樣原來之截面面積而繪就之常用應力—應變曲線（conventional stress-strain curve） $OAB CDE$ ，對於設計用途，可以提供良好之資料。

在圖 1-2 a 內所示，係表示鋼材應力—應變曲線之一般性的特點而繪就者。但其比例則不是真實的，因為在以前已經提到過，在 B 點至 C 點間所發生之應變，可能大到發生於從 O 點至 A 點者之 15 倍。另外從 C 點至 E 點之應變，甚至可能

更大於比從 B 點至 C 點之應變。一幅按適當比例繪就之圖，如圖 1-2 所示。在此圖內，從 O 至 A 之應變，如與從 A 至 E 之應變作一比較，因其過小，以致看不出來，而該圖之直線形部分，却顯得像一條垂直線。

在一個很明顯的屈伏點之後，跟著便是很大的塑性應變，其存在多少是屬於鋼材之獨特性質。鋼材為目下最普遍使用之結構金屬。鋁合金在從直線形至非直線形區域之間，呈現一種比較更為漸進的轉換，如圖 1-4 內所示之應力—應變曲線。鋼材與許多鋁合金在破壞之前，將經過很大之應變，而被列在具延展性的一類。在另一方面，材料之易於脆碎者，將在比較低微之應變值（參閱圖 1-5）下破壞。脆性之材料包括陶器，鑄鐵，混凝土，某些金屬之合金及玻璃等。

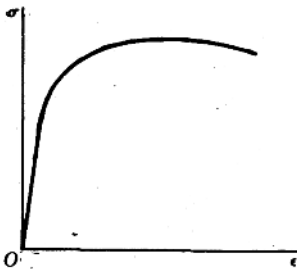


圖 1-4 結構用鋁合金之典型的應力—應變曲線

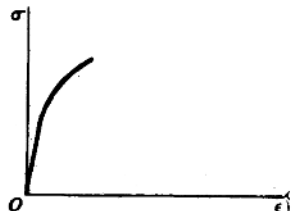


圖 1-5 脆性材料之典型的應力—應變曲線

對於各種受壓力之材料，亦可以獲得與這些受拉力者類似之應力—應變圖，且諸如此類之應力如比例極限，屈伏點，及極限應力等均可以確定。關於鋼材，經發見其比例極限及屈伏應力在受拉力及壓力者均將一律相同。當然，關於許多脆而易於破碎之材料，其受壓力時之各種特性應力，將比受拉力者大很多。*

彈性 (elasticity)

圖 1-2，1-4 及 1-5 中所示之各應力—應變圖，說明載重而受有拉力時各種材料之行態。在該項材料一個試樣上之載重被卸去時，即載重逐漸減少至等於零時，在載重時所顯現出來之伸長，將有一部分或者全部消失。一種材料之性質，由於此種性質以致該項材料於卸去其載重時，將有恢復至其原來形狀之傾向者稱為彈性 (elasticity)。若桿完全恢復至其原來之形狀，則此桿稱為完全彈性的 (perfectly elastic)；若桿僅部分恢復至其原來之形狀，則稱為部分彈性

*應力—應變圖，首由倍努利 (Jacob Bernoulli 1654—1705) 與旁雪萊 (J.V. Poncelet 1788—1867) 兩氏所創。