734

高等学校试用教材

高 等 数 学

（上册）

费祥历 刘 奋 马铭福 主编

石油大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/费祥历等编. —东营:石油大学出版社,
2000.5
ISBN 7-5636-1337-4

Ⅰ.高… Ⅱ.费… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材
Ⅳ.031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 24333 号

高　等　数　学

(上册)

费祥历　刘　奋　马铭福　主编

责任编辑:宋秀勇(电话　0546—8392139)
封面设计:孟卫东

出 版 者:石油大学出版社(山东　东营,邮编　257062)
网　　址:http://sunctr.hdpu.edu.cn/~upcpress
电子信箱:upcpress@sunctr.hdpu.edu.cn
印 刷 者:山东滨州新华印刷有限责任公司
发 行 者:石油大学出版社(电话　0546—8392563)
开　　本:850×1168　1/32　印张:14.875　字数:406 千字
版　　次:2001 年 8 月第 1 版第 2 次印刷
印　　数:5101—11200 册
定　　价:16.80 元

前言

本书的编写依据是教育部颁发的高等学校工科本科基础课程《高等数学课程教学基本要求》和石油大学新教学计划关于管理和工科本科各专业《高等数学教学大纲》.在编写过程中参考了大量的国内外同类教材、教学参考书及教学研究成果,吸收了石油大学应用数学系高等数学课程组全体老师长期积累的丰富教学经验,充分考虑了教学的便利和改革的需要.

全书分上、下册和一个附册.上册包括一元函数微积分学,常微分方程与差分方程初步.下册包括向量代数与空间解析几何,多元函数微积分学,无穷级数理论.上、下册是课堂讲授的主体内容.附册是数学实验,内容相对独立,主要目的是使学生学会使用数学软件 Mathematica,用此软件的数值计算、画图、符号演算、动画等功能加深对高等数学思想方法的理解.附册主要用于学生课外上机实验.上、下册的章节编号与附册章节编号独立.

本书从内容安排上,把微分方程放在上册,其目的是与“大学物理”等后继课程的教学需要相一致.把空间解析几何放在下册,与多元函数微积分学形成一个整体,便于学习多元函数微积分过程中参考.每章后的复习题是对该章内容的问题式小结及复习提纲,总练习是对该章内容学习情况的综合性检测.各节后的练习题分成 A、B 两部分,A 部分题用于预习及课堂练习,课外练习可以 B 部分题为主,带 * 号的内容可根据需要选讲.每章后的选读内容是本书的重要补充,其中数学在经济学中的应用部分内容基本上能满足经济类专业对高等数学在经济学中的应用方面的教学要

求.数学家小传是对与该章有关的重要数学家的介绍,目的是弘扬数学先辈们追求真理的精神,也涉及到数学概念的发展史,从中寻求科学发展的规律.

在编写指导思想上,概念、性质、公式等知识点相对集中,叙述较为精练,书中有大量的几何直观图形表示.应用题的选择既照顾到数学在物理、力学、几何等学科中的传统应用,同时增加了大量的数学在经济、人口、生物、金融、环保等方面的现代应用,期望学生所学知识更接近于当代科技发展.

全书由多年从事高等数学教学工作的费祥历、刘奋、马铭福主编.上、下册中的绪论,第一、六、十章及各章后的选读由费祥历编写;第四、五、九和十一章由刘奋编写;第二、三、七和八章由马铭福编写;程相国编写了附录Ⅰ.附册由费祥历、同小军、白占兵、王清河编写.

在编写过程中张广禄教授、徐振贤教授、王子亭教授、亓健副教授、吕魏然副教授提出了许多宝贵建议.教务处、应用数学系、石油大学出版社对本书的出版给予了大力支持,借此表示衷心感谢.

限于作者水平,也由于教学改革是一个持久的动态过程,教材中不妥之处在所难免,敬请读者提出意见及建议以利改进.

编　者

2000年5月

目录

绪 论

从小学到高中，我们花了近四分之一的时间学习数学，在大学还要学高等数学.为什么要用这么多时间去学习既抽象又难懂的数学呢?我们将要学习的高等数学研究什么样的问题，与初等数学有何不同之处？在学习中需要注意哪些事项？在深入学习高等数学之前，对数学的发展历程做一个简单的回顾，对高等数学的概貌有一个总体了解，根据教学经验谈一些学习高等数学的思想方法，相信会对学好这门课程有些帮助.

0.1 数学的发展概况

数学的发展过程与生产实践的需要是密切相关的.根据不同时期数学所具有的不同特点，数学的发展大致可分为五个阶段：

数学的萌芽时期(远古时代—公元前 6 世纪).人类在与大自然的斗争及漫长的劳动过程中，由于记录收获物品的数量、比较货物交换的多少的需要而结绳计数或屈指数数，逐步形成整数的概念，建立了简单的运算，产生了几何上的一些简单知识.这一时期的数学知识是零碎的，没有命题的证明和演绎推理.

常量数学时期(公元前 6 世纪—17 世纪上半叶).随着劳动技能的提高、智慧的增加和知识的积累，数学从具体、实用的阶段逐步形成了能解决大量实际问题的比较系统的知识体系及比较抽象的、有独立的演绎系统的学科.中算的《九章算术》与西算的《几何原本》是这一时期产生的影响深远的代表作.现在中学数学的主要内容本质上是这一时期的产物.

变量数学时期(公元 17 世纪上半叶—19 世纪 20 年代).欧洲

资本主义的蓬勃发展，机械化大工业生产，航海、军事、天文研究等促使欧洲数学进入一个繁荣时期. 产生了笛卡尔的解析几何，牛顿、莱布尼兹的微积分，围绕微积分的理论及应用发展起来了一大批数学分支. 数学研究的对象和方法发生了根本的改观. 恩格斯说"在一切理论成就中，未必再有什么像 17 世纪下半叶微积分的发明那样被看做人类精神的最高胜利了".

近代数学时期(19 世纪 20 年代—20 世纪 40 年代). 数学的发展进入了迅猛发展的历史阶段. 微积分的基础的严格化、近世代数的问世、数学公理化、非欧几何的诞生、集合论的创立，都是典型成就. 空前的创造精神和严格化思想是这一时期数学发展的主要特点. 高等数学及复变函数论、线性代数、概率统计等现行理、工科大学生必修的这些数学课程基本上形成并严格化于 17 世纪中叶至 20 世纪上半叶.

现代数学时期(20 世纪 40 年代—现在). 原子能的发现、空间技术的发展、电子计算机的发明、生命科学的复兴以及经济理论的成功应用都与数学的发展息息相关，也极大地促进了数学的发展. 拓朴学、泛函分析、模糊数学、控制论、分形几何学、混沌理论等一批新兴数学分支产生、发展并得到广泛应用. 这些理论已经进入本科高年级及研究生的学位课程中. 数学分支间的相互渗透、数学与其他学科的相互渗透、电子计算机与数学的结合是当代数学的三个特点.

中国的科学技术与传统数学在 14 世纪前一直处于世界领先地位. 但是由于封建专制、八股取士、清代自雍正起实行闭关锁国政策等社会原因，以及中国数学重实用而轻理论，没有形成严密的演绎体系，缺乏记录公式的简洁符号，过分依赖于算具等自身的弱点，中国数学逐步脱离了世界数学的主流. 在 16 世纪以后西方数学迅速赶上并超过中国. 虽然在 17 世纪徐光启与意大利传教士利玛窦就已经把欧几里德的《几何原本》前 6 卷等一些数学著作翻译引入了中国，后来 19 世纪下半叶由李善兰和华蘅芳把《几何原本》

的后 9 卷，以及一批近代西方数学，如代数学、微积分、概率论、三角学等也作了翻译介绍，并创造了大批至今还在使用的数学名词，如点、直线、直角、微分、积分、函数等，但是这些数学知识传播不广，没有使中国数学落后的局面有多大改变. 清末民初一大批学子出国留学，他们回国后开创了中国数学研究的新局面. 现在，中国数学在某些领域已处在世界数学的前沿，但是在整体上仍处在相对落后的地位.

数学的发展历史告诉我们，数学是与国家科学技术、生产力的发展密不可分的，今日数学之应用更是无处不在. 日常生活、军事安全、经济运行等方方面面都离不开数学，以计算机应用为特征的当代科学技术本质上是一种数学技术.

作为一门课程的高等数学，其主要目的是：为其他课程提供必要的数学知识；培养学生的抽象思维、逻辑推理、科学计算、空间想象以及分析问题和解决问题等方面的能力，在这些能力的培养方面，数学的作用是其他学科无法替代的；进行文化素质教育，数学既是物质文明的推进剂，也是精神文明的组成部分. 在学习过程中，对人们的真理观、道德观、审美意识、辩证思维品质都有潜在的巨大影响. 数学家追求真理、自甘寂寞、乐于奉献、不畏艰难的勇气和情操会激励我们去克服前进中的各种困难.

0.2 高等数学的基本内容和思想方法

高等数学的基本内容包括四个部分：

微积分学 是高等数学的核心，研究函数的连续性、可导性、可积性等分析性质.

常微分方程 是用微积分方法研究实际问题的纽带和桥梁，研究微分方程解的性质及解的求法.

向量代数与空间解析几何 是平面解析几何的推广，研究空间的曲线、曲面的代数描述及函数的几何表示.

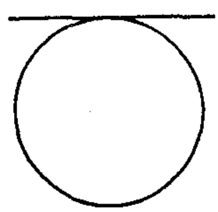
无穷级数 是有限求和的推广，研究级数的收敛性及函数的

展开问题.

高等数学与初等数学的主要区别在于研究的对象和研究的方法上的不同.初等数学研究的是规则、平直的几何对象和均匀、有限过程的常量;高等数学研究的是不规则、弯曲的几何对象和非均匀、无限过程的变量.下面以列表对照的形式说明二者的区别与联系.

初等数学

高等数学

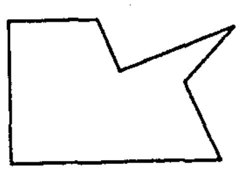


圆的切线

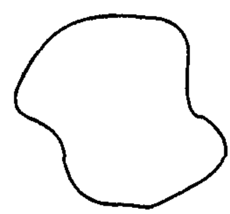
一般曲线的切线

折线的长度

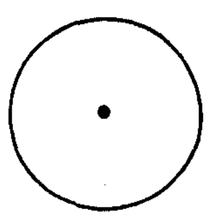
一般曲线弧的长度



多边形的面积

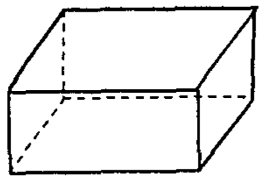


不规则边界图形的面积

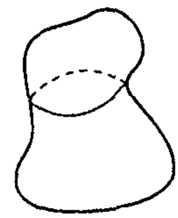


圆的中心

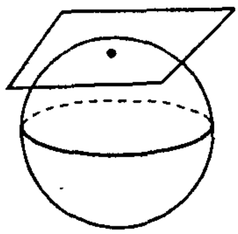
一般区域的形心



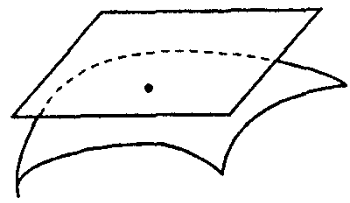
多面体的表面积、体积



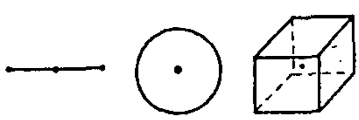
不规则立体的表面积、体积



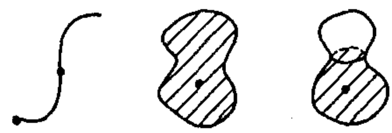
球面的切平面



一般曲面的切平面



均匀、规则物体的质量、重心



不均匀、不规则物体的质量、重心

$a_1+a_2+\cdots+a_n$

有限项求和

$a_1+a_2+\cdots+a_n\cdots$

无穷多项求和

下面三个例子大体上体现了高等数学的思想方法.

例 1（瞬时速度） 自由落体的路程公式是 $s=\frac{1}{2}gt^2$. 取 g 的近似值为 10，求落体下落 t_0 秒时的瞬时速度(见图 0-1).

按人们的直觉，在 t_0 时的速度与从 t_0 起始的一个很短时间段内的平均速度应该很接近，设这个时间段为 h，得平均速度

$$\bar{v}=\frac{\frac{1}{2}g(t_0+h)^2-\frac{1}{2}gt_0^2}{h}$$

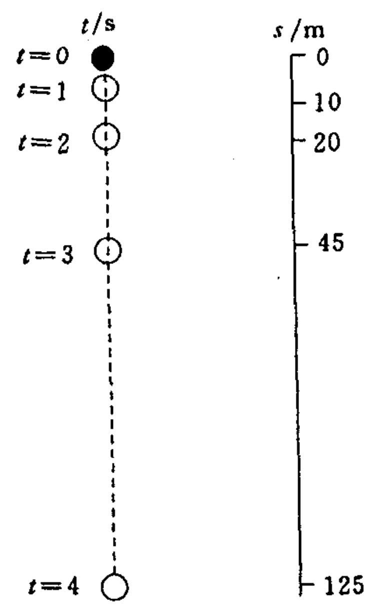


图 0-1

$$= t_0 g + \frac{1}{2} g h. \tag{1}$$

从(1)式可看出，平均速度随着 h 的变化而变化. 对每个 $h>0$，$\bar{v}$ 都是瞬时速度 v 的一个近似值，h 越小，近似程度越好，要达到精确，应该让 h 无限接近于 0，这时 $\bar{v}$ 无限接近于常数 $t_0 g$. $t_0 g$ 就可作为落体在 t_0 时的瞬时速度.

取 $t_0=2$，取一串逐渐变小的 h，计算得 $\bar{v}$ 见表 0-1，从中可看出 $\bar{v}$ 越来越接近常数 20，20 就是落体下落 2 秒时的瞬时速度.

表 0-1

h	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
$\bar{v}$	20.5	20.05	20.005	20.000 5	20.000 05

例 2（面积问题） 现代工程技术经常要求计算一些不规则图形的面积. 下面来计算一个由曲线 $y=x^2$，x 轴及直线 $x=1$ 围成的平面曲边梯形的面积(见图 0-2).

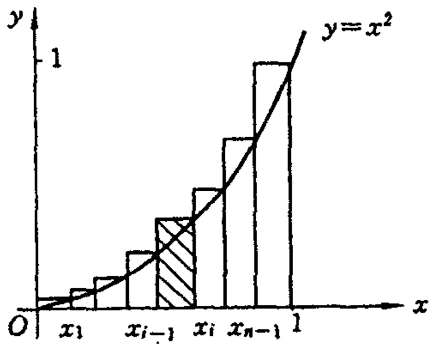


图 0-2

问题的困难所在是一条边是曲边. 我们尝试把图形用平行于 y 轴的直线分成几个小长条(为方便起见，按等间隔形式分)，设直线与 x 轴交点为 $x_i=\frac{i}{n}(i=1,2,\cdots,n-1)$. 把立在小区间$[x_{i-1},x_i](i=1,2,\cdots,n)$上的小曲边形用底长为$\frac{1}{n}$，高为$\left(\frac{i}{n}\right)^2=y_i$ 的小长方形代替，得小长条面积近似值为$\left(\frac{i}{n}\right)^2\cdot\frac{1}{n}$，整个图形面积近似值为

$$S_n=\left(\frac{1}{n}\right)^2\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{2}{n}\right)^2\frac{1}{n}+\cdots+\left(\frac{n}{n}\right)^2\frac{1}{n}$$

$$=\frac{1}{n^3}[1^2+2^2+\cdots+n^2]$$