

数学与经济学

SHUXUE YU JINGJIXUE

中南财经政法大学信息学院 编

 中国财政经济出版社

数 学 与 经 济 学

中南财经政法大学
信息学院 编

中国财政经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学与经济学/中南财经政法大学信息学院编. —北京:中国财政经济出版社,2002.12

ISBN 7-5005-6243-8

I. 数... II. 中... III. ①经济数学—文集②经济学—文集 IV. F-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 097048 号

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.com>

E-mail: cfeph@cec.gov.cn

(版权所有 翻印必究)

社址:北京海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码:100036

发行处电话:(010)88190406 财经书店电话:(010)64033436

湖北南财文化发展有限公司电话:(027)88391589 88391585

湖北新华印务有限公司印刷 各地新华书店经销

787×1092 毫米 16 开 16.5 印张 381 千字

2002 年 12 月第 1 版 2002 年 12 月武汉第 1 次印刷

定价:28.00 元

ISBN 7-5005-6243-8/F·5444

(图书出现印装问题,南财公司负责调换)

编委会成员

主任：杨云彦

副主任：赵新泉

委员：(按姓氏笔划排序)

向书坚 刘 洪 刘康泽

刘腾红 吴怀先 邱家武

徐映梅 曾庆伟 颜日初

目 录

经济学的结构化工具——数学模型(代序)	郭友中	1
数学在经济学研究中的运用	赵凌云	11
统计应用中的几个问题	颜日初	18
开放型人口预测与武汉城市发展趋势分析	杨云彦	26

数学理论与方法

数学与经济学	张跃平	37
反应扩散的 Hopfield 神经网络与水质迁移方程	赵新泉	43
有交易费用的期权定价模型的进一步研究	汪家义	48
岭回归模型的 MathCAD 函数	王明华	52
税制变动的宏观经济效果	周 若	57
素数宿集定理及其应用	钱 进	62
梅克汉姆(Makeham)公式的特例及推广	贾希辉	67
贝叶斯决策最满意方案的一致性	李政兴	71
商品需求弹性对总收益和总利润的影响分析	何剑平	78
我国私人轿车消费需要现状及对策	姚 毅	82
经济效益中的若干因素	陈幸龄	85
上市公司股票并购问题研究	杨 皓	89
金融企业管理者素质综合测评探析	贺胜柏	93
西部劳动力的素质与西部教育	李玲霞	97
关于信息可度量性的思考	周月梅	103
论因素分析中的共变影响	赵 焰	108

统计与应用经济学

关于旅游附属账户(TSA)的几点认识	向书坚	115
浅议我国加入 WTO 后的收入分配效应	蔡思复	121
R&D、经济增长及其国际比较	张学毅	126
比较优势分工原则的最优性及交换比例对贸易利得的影响	姜 鸿	131
1985 ~ 2000 年湖北城镇居民消费结构分析	徐映梅	139
一种非古典经济增长理论与模型分析	张惠兰	146
金融领域基本随机模型的应用	彭德芬	154
一种宏观经济模型的建立及稳定性分析	童丽珍	161
多因素综合作用的分解方法研究	王益松	166
对我国农产品期货市场价格发现功能的实证分析	王建荣	174
税收与宏观经济总量效应的实证分析	张 虎	182
自回归估计量研究	吕盛鸽	186

信息与计算机管理

密度测井系统中补偿模型的研究	曾庆伟	195
MIS 的发展对管理的影响	刘腾红	200
IBM - OOTC 风险转移方法拓展	张 凯	204
数据管理中的数据安全设计	何友鸣 方辉云	208
实现数据输入的完整性方法——校正属性插入法	金银秋	211
定量资源在项目投资中的决策算法	王少波	215
全额实时支付系统设计方案研究	杨开汉 杨 兢	221
浅析域名争端的解决途径	黄任众	227
我国发展企业 B2B 的解决方案	吕宗瑛 朱其亭	233
电子商务安全运作的法律保障	杨 博	238
电子商务中电子签名的法律研究	刘 琪	244
有关电子商务的思考	徐 伟	249
基于 AHP 的出口产品竞争力评价研究	朱志光	254

经济学的结构化工具——数学模型

(代序)

郭友中^①

一、人人都好说系统

(一) 系统

近些年来,谈话、听报告,遇到复杂一些的事情,总能听人们说:“这是一个系统工程”,心中就会浮起制造原子弹、卫星上天和三峡工程这类伟大的工程,可能并没有深究过系统到底是什么?

其实,一个单位、地区和国家都是系统,经济和社会发展也都是系统;从包容关系来说,前者是后者的子系统。有内部关系(包括经济关系、社会关系和、或生态关系)的两个以上元素(成员)组成的集合都称为(经济、社会和、或生态)系统:系统必须具有统一的目标(一个或多个);为了达到既定的目标必须有相应的功能;功能需有结构来保证。用系统投入(输入,包括人力、物力、财力和、或时间),使得系统产出(输出,包括产值、效益、速度、人口和、或生态)达到目标的过程需要控制(管理)。没有人直接参预、系统自己完成的过程称为自动控制,这种系统叫做自组织系统;用最少的投入达到最优(次优或满意)效果(目标)的控制称为最优(次优或满意)控制;控制系统又常用——所谓负反馈原理或逐次逼近法。

这些词汇已成为现代文献中使用频率最高的词汇。

(二) 模型

数学也是系统。对物质存在的形式和系统演化的过程用数学符号和语言进行描述,得到的数学表达式称为数学模型。如果对数学表达式(或数学模型)研究解的存在性、唯一性和稳定性,研究求解(包括解析解和数值解)的方法称为正问题;那么构造数学模型的工作,包括模型识别,就称为反问题。用这种观点审视一切理论、学说和方法只要是用数学表达的,都可以说是数学研究的反问题。数学对一个国家和地区的发展,对提高一个民族的科

^① 郭友中,著名数学物理学家,历任中国科学院数学计算技术研究所研究员、常务副所长(1979)、《数学物理》学报执行副主编、中国力学学会现代数学与力学专业委员会主任、中国工业与应用数学学会副理事长等学术职务。从1987年起,先后担任武汉市科委主任、武汉市人民政府副市长、民盟武汉市委员会主任委员等职。现为武汉市政协副主席、武汉工业与应用数学研究所所长。在应用数学研究领域造诣高深,完成和合作完成《索勃列夫空间的变分原理及误差估计》等论文160余篇,《数学物理方法》等专著25部。近年来,积极倡导和从事人文科学与自然科学的结合,主持多项重要软科学项目,相关成果产生了重要社会影响。

技文化素质起着关键作用。

无论物理、生物或经济现象都是在一定时空中发生和演化的,因而物理学、生物学和经济学的许多闪光的思想和理论都自然使用分析、代数和几何(拓扑)的方法,并在它们的交汇处迸发出闪光来。步近代物理学后尘,现代经济学、生物学也大量使用数学工具,汇成数学化的洪流,成为学科发展的一大趋势。构成当代西方经济学区别于东方经济学最明显的特征之一:数学方法的深刻应用。经典物理学和经典经济学的发展几乎与微积分同步。统计物理与度量经济学以使用数量统计为特征。爱因斯坦建立一般相对论需要掌握黎曼几何和张量表示,以致比狭义相对论的问世整整晚了七年。杨·米尔斯理论和各类统一场论是相应结构群制约下的纤维空间的联络。奥古斯丁·库诺是用数学模型解释经济现象的第一位大师,大数学家冯·诺依曼把离散数学博弈论和经济行为联系了起来,克莱茵对经济预测成功建立了计算机模式,阿罗的工作叫做合理意图次序理论,杰拉德·德布鲁的价值理论则系统使用了凸分析和拓扑不动点理论,成为经济学的重要里程碑。他们中的许多人成了经济诺贝尔奖的得主。据统计,经济诺贝尔奖得主中有三分之一以上是在数学方法的引用方面做出了开创性的贡献。

二、数学模型

(一)模型的定义与分类

数学应用于经济研究的第一步是依据有关理论的专门知识,归纳总结调查研究取得的有关数据、资料,分析抽象提炼出系统的基本运行规律,摒弃次要属性,选择刻画状态的变量(指标体系),借助数学工具建立有关变量之间相互制约的运动关系。这种数学关系或计算机算法如前所述称为**数学模型(Mathematical Model)**。这是经济研究中运用数学方法的关键一步。第二步是运用数学方法对模型进行分析求解。因此,要掌握数学模型的建立和求解方法,给出未知量(一个或多个)的解析表示或数值结果,定性或定量研究解的一般性质,诠释过程的联系与演化,做出诊断、预测和规划。最后一步是对基本规律的拟合,经济研究成果连同数学模型一起经受实践的检验。

由于具体经济问题的复杂性,决定了所需数学工具的多样性。

数学模型中建模与解的诠释都是数学与战略研究共同完成的边缘性的工作。人们对复杂事物的认识不会是一次完成的,总是要通过多次反复,逐次逼近,才能在更高的水平上去把握它。初次建立的数学模型不一定就能反映实际问题的全部主要特征。甚至从实践过程看来不成问题的量,作为在定解条件下模型的解就不一定存在;因此,需要研究解的存在性问题。在解的存在的情况下,解的个数也可以不止一个、甚至有无穷多个,因而就有解的唯一性或个数的问题。当定解条件或模型参数由于实验观测等误差引起微小变化时,问题的解产生的变化亦应在一定(拓扑)意义下是微小的,才能使问题的解是实际问题的良好近似,而不至于差之毫厘,失之千里,这就是稳定性问题。存在性、唯一性和稳定性简称**适定性(Well-posed problem)**。所以应用数学要研究适定性问题,当然,也要研究不适定性问题(**Ill-posed problem**)。适定与不适定性是不同类别数学模型合理性的基础,研究解与模型是否具有相应光滑性的正则性问题是区别古典解与广义解的根据。

经济研究本身的特殊规律常常会在模型的严格数学处理之前,提示求解的新的思想和方法,促使具体模型的求解。一些现代意义下的综合课题的新的数学模型的建立与解决,又常成为数学发展的动力,并且使得这些科学部门迅速改变面貌,提高到一个新的水平。

随着应用数学在广泛的领域中取得成功,描述自然与社会现象的数学模型,以所用数学方法分类的类型随之迅速增加:由确定型到随机型,由连续型到离散型,由线性到非线性,由局部到整体,由解析表示的到图形和算法表示的,几乎穷尽了所有现代数学分支的有效工具,使得数学在物理学和经济学中的应用很快成为应用数学中发展得最为成熟的分支。

(二) 模型的地位与作用

任何一门学科,只要是用数学表述的,不论多么重要,本质上就只是它的数学模型重要;高科技不论多么玄妙,本质上都是数学技术。

战略研究是以国策为基础的,国策是国家发展的长期战略。经济和社会这类复杂系统的长期发展态势和结果,远远超越了人们的经验和直觉,因而越来越依赖于数学分析和计算工具的现代化。当代西方经济学发展最深刻的变化之一是迅速数学化,大量经济学理论都成功地使用了数学模型。

我国在经济和社会发展战略研究中大量使用了数学模型。已被广泛推广使用的 13 个数学模型已结集出版,新的数学模型正不断涌现,在经济研究中发挥着不可替代的作用,取得了越来越重要的地位。需要说明的是:数学模型不是万能的,它的作用决定于对系统的研究水平;但是,没有数学模型是万万不可能的,经济研究的许多复杂系统的演化远远超越了人类的直觉经验。

(三) 模型的选择与识别

通常一个社会系统对环境(外部)都有不同程度的物质、能量和信息交换,而又相互影响。我们将完成不受外部影响的系统称为封闭系统,尽管严格的封闭系统实际上是不存在的;与环境有物质、能量和信息交换,或受外部影响的系统,称为开放系统,实际上大量的系统是开放的,只是开放的程度不同。封闭系统内发生演化的过程主要是内部相互作用引起的,对环境而言是自发进行的;开放系统内发生演化的过程由内、外相互作用决定,因此才有可能有自组织的,后面我们还会提到。

闭关锁国是个封闭系统,封闭系统不可能持续发展;由于国内外形势的限制,1978 年以前我国对外开放的程度很低,可以近似地视为封闭系统进行分析;香港作为国际自由港是个开放系统。1978 年以后我国实行开放政策,不断加大开放的范围和力度,同时进行改革,改变相互作用机制,快步走向开放系统,出现了 20 年的快速发展。

因此,开放对社会可持续发展是非常本质的国策和必要的条件!

简单系统之所以也称为线性系统,是因为系统成员之间的关系竞争表现在数学模型上是线性的。复杂系统也称为非线性系统,是由于数学模型是非线性的。成员数量不大的系统称为一般系统或简称为系统,必须注意,一般系统仍可以是复杂系统;成员数量巨大的系统称为巨系统,巨系统也可以是简单系统,但常常是统计平均的结果。有时为了简化分析,线性模型可以有条件地看成非线性模型的一种近似。

因此,关系和结构的改革是社会可持续发展的又一本质的政策和必要的条件。

将算子(映射或算符)看作一种广义的量,函数是描述普遍数量(数量、矢量或点)之间的变化关系的,我们称之为系统的一级关系;算符一般是描述函数之间的变化关系的,可称为二级关系;算子函数,算子关系(如近代物理学中的对易关系,反对易关系等)是描述算子之间的变化关系的,应属三级关系。高级关系以低级关系为特例。用形象化的说法:一级关系中,系统被作为点模型处理是没有内部结构的量(数量、矢量或点),基本上是古典分析数学的内容;二级关系中,描述系统状态的量是一级关系,用一级关系刻画系统的点具有内部结构(函数);三级关系用一、二级关系刻画系统的点,内部结构更加丰富。二级和三级关系主要是泛函分析和拓扑学的研究对象。物理学中的量子化(或宏微转化)过程,在数学模型上是从一级关系向三级关系的转化,从而建立了量子物理模型;经济学中的投入产出模型是一级关系,动力系统模型也是二级关系,德布鲁的价值理论模型是三级关系。

对于确定性系统的必然关系,数学模型是确定性的,使用的数学是经典数学;对于随机性系统的或然关系,数学模型则是随机性的,使用的工具是概率统计和过程论;对于模糊系统的不分明关系,数学模型是模糊性的,使用的工具是模糊子集论和模糊逻辑;对于开放复杂系统的协调性关系,数学模型是非线性的,使用的工具是知识工程、统计逻辑和非线性数学等等。这为经济研究模型的选择提供了技术参考。下一节中还要更具体地介绍。

选定数学模型类别的工作是模型识别的第一步;第二步尚要确定模型的所有参数。人们根据经济研究的开始时刻(初始时刻或始年)到建模时刻(基准时刻或基年)的数据,利用数学知识来反演所有的模型参数(识别)。这样,数学模型就被形式地建立起来了。接下来第三步,要用数学知识来判断所建模型的适定性和正则性,从数学上证明其合理性。可惜,经济研究中容易忽略的正是这十分重要的一步,常常导致使用模型的失败。

(四)模型的求解与诠释

除了简单的模型可以求得精确的解析解外,一般情况下我们只能得到近似解,在一定精度范围内来诠释系统的发展和演化。

数学的另一个有力的工具是计算机。电子计算机的使用为数学模型求解、数值模拟、数学仿真以及预测、诊断与规划提供了理想的工具,加强了数学在科技、教育、经济和社会发展中的作用和地位。计算机更是解决反问题,或者在一定条件下进行模型识别的有力助手。这种系统识别的方法在卫星遥感、资料勘察、图像重构及军事侦察上有重要的应用。大量经济学及物理学成就,数学上关键的一步是数学模型的建立和用计算机实现反演运算。

计算机的普及大大加速了各门学科的数学化,它不仅将科技工作者从繁杂的计算中解放出来,而且使得工程实验和社会仿真的自动化、最优化乃至智能化成为可能,使天体与地球演化、核爆炸、社会生态与经济发展等的模拟与仿真得以实现,缩小了理论与实践的距离。由于对物理、事理、生理和心理现象的研究不断深入,使得数学模型更为复杂,而且几乎都朝非线性方向发展。系统复杂到一定程度就成为非线性系统;量变产生质变,无序出现有序,确定变成随机,出现了生命现象,成为自组织系统。解的分岔现象是非线性问题的本质现象,分岔,怪引子和混沌性,也是一系列自然、生命和社会等非线性现象的数学反映。

由于缺乏分析工具更加依赖于计算机试验。著名科学家吴文俊院士在机器证明中的开创性成就部分实现了人类思维的机械化。与技术进步沿机械化、自动化与智能化的进程相一致,人类的体力劳动与脑力劳动将进一步得到解放。数学模型建立的机械化已经成为应用数学的重大课题,数学与计算机的结合将使更多的自然与社会运动的规律得到进一步认识,并促进智能机的诞生和它的基础理论——思维科学的发展。

(五) 建立模型的重要知识

大家知道,在低速宏观世界中的系统(如变化缓慢时期的经济和社会系统)及其运动,可以在牛顿时空中来描述;在高速微观或宇观世界中的系统(如基本粒子和天体运行或经济突变),则须在洛伦兹时空中来描述。

牛顿时空中,时间与空间是独立的,因此称为绝对时空;洛伦兹时空中,时间与空间是互相依存的,所以称为相对时空。

根据法国布巴基学派的意见,从本质上进行考察,数学最基本的结构有三种。它们是:序结构,用以区别两个元素的前后;用作元素之间某些运算可行性,而有代数结构;要界定邻近的概念,而有拓扑结构,用以定义根极和微分、积分运算。

它们不但在建模过程中是重要的,在诠释结果上也一样重要。这是经济研究中使用数学模型容易忽略的又一重要关键。

知识时代,人们常将知识分为两类,已经和能够用数学模型表达的,称为结构化知识;不能用数学模型表达的,称为智能化知识,常可用人工智能,以推理模型来表达;借此可以建立虚拟经济(Virtual economy),成为经济实验室用来模拟漫长复杂的经济过程。

三、经济学的理性化

一般认为系统化的、成为一门学科的经济学是随着产业革命一起出现的。主要是从17世纪以后才发展起来的。自从经济学成为一门科学以来,在它的发展过程中,始终离不开对于数学方法的使用。但数学在经济学中的应用远远落后于物理学,与生物学中的情况相似,在经济学的不同发展阶段和对于不同学派来说,使用的数学方法是不同的,我们把它称之为理性化或结构化过程。

(一) 经济理性化的四个阶段

第一个阶段到19世纪初期,使用的数学工具主要是初等数学,或者说只是算术而已。这相当于经济学史上的亚当·斯密、李嘉图、约翰·穆勒为代表的古典学派。

第二阶段从19世纪中期到20世纪初期,是以微积分为基础的边际主义时期。边际效用学派是在19世纪70年代初出现的,在19世纪80至90年代得到很大发展。在这一阶段,奠定了现代消费者理论、生产者理论、寡头垄断理论和一般均衡理论的数学基础。

第三阶段从20世纪中期开始。特点是采用线性模型,使用线性代数和线性规划方法。在此阶段,线性模型应用到许多领域并且取得了大量成果。发展了部门间联系的许多线性模型,如:投入产出模型、生产活动分析模型和多部门增长模型,线性规划方法更是广泛应用于经济计划中,对策论方法也在这一阶段中产生的。

目前的第四阶段的特点是使用综合方法,包括微分几何、拓扑、随机分析、动力系统理

论、控制理论和整体分析等数学方法。

(二) 线性经济系统

对于经济学的发展过程,特别是数学或者说数学模型在经济学中的应用以及物理学的发展过程的研究,可以得到不少启发,并有助于推进学科进一步的发展。微积分是牛顿、莱布尼兹等人在17世纪开始研究的,但直到19世纪中期才开始应用于经济学领域。

到了20世纪,特别是第二次世界大战之后,随着宏观经济学、微观经济学、计量经济学的发展,矩阵代数在经济学中得到了越来越广泛的应用。它受到了从新古典经济学派到计划经济学派的共同欢迎。特别是相信计划经济的人们,似乎终于找到了一种途径,使用线性规划、投入产出等方法,以及生产活动分析模型、多部门增长模型等,进行各种经济分析、经济预测和政策评价,并制定更加完美的经济计划。

线性模型确实发挥了巨大的作用。但是,把现实中复杂的、包含随机性和非线性因素的经济系统简化成确定性的、线性的模型,大大地扭曲了实际过程,大大减弱了得出的分析、预测、评价等等的实用价值。

当代经济学可以说仍然没有脱离亚当·斯密经济学的基本框架。如斯密所描绘的,那只看不见的手营造了一个理想的经济系统,处于瓦尔拉斯均衡状态的经济系统是帕累托最优的。然而,经济系统要处于理想的均衡状态必须满足三个前提条件,即完全竞争、完全信息 and 无时滞;只有在这三个条件下,经济系统才会受那只看不见的手支配并且运行良好。但是由于经济运动不仅遵循经济规律,同时还遵循着相互作用的自然规律和经济主体行为的生物规律。所以现实的经济系统原则上不能做到完全竞争、完全信息和无时滞的;进而也就不可能处于均衡状态,那么经济系统的现实及可能的运动状态是什么呢?

从张伯伦、鲁宾逊到凯恩斯,从货币主义、新剑桥学派到加尔布雷思,再到西蒙等一些现代经济学家,都分别从不同角度在非完全竞争、有限信息和有时滞等条件下,对传统经济学进行了有限的修正。但是这些修正远未能说明经济系统现实的和可能的运动状态,从而,也就无法提供科学的决策支持。理论的困难和政策的无能表明了现代经济学仍未摆脱整体上的非理性困境。

(三) 非线性经济系统

非线性问题并不是一个近斯才出现的新问题,也不是一个新的科学概念。早在20世纪30年代开始,希克斯(Hicks),哈耶克(Hayek),萨缪尔逊(Samulson)等人都在线性模型的基础上引入非线性项,用来研究经济系统中周期波动问题。系统开放性和相互作用(竞争)非线性是复杂的经济系统的本质属性。对于孤立系统和封闭系统,从热力学第二定理就能知道,系统一定是从有序到无序,到消亡,是个熵增过程,因而时间是有方向的;系统只有开放,从外部得物质、能量和信息交换,得到负熵流,才能出现自组织现象,得以有序演化。到了70年代末80年代初,非线性经济学才真正兴起。

由于在确定论的系统中出现了混沌现象,促使数学迅猛发展,为研究复杂系统提供有力的工具,激发了人们探索自然界和人类社会中存在的各种复杂性问题的热情,同时也逐渐改变了人们观察周围世界的思维方式。因此,在近20年中,自然科学、生物科学甚至社会科学各领域,都广泛深入地开展了非线性的研究,并且在哲学方法论方面引起了深刻的

变革。

毛泽东提出的“天下大乱达到天下大治”，邓小平提出的“改革开放”，实际上都是企图形成一种新的更好的社会结构和经济秩序。他们知道，这样的新结构和新秩序不可能关起国门，完全依靠详细的命令和计划来产生，而要发挥广大人民群众的创新性和自组织能力，开展广泛的国际交流与合作。而在被简化为确定性的线性封闭系统中是没有自组织概念的。

自组织现象是指自然界中自发形成的宏观有序现象。自组织理论除耗散结构理论外，还包括协同学、超循环理论等，它们力图沟通物理学与生物学与社会科学。对时间本质问题等的研究有了突破性进展，在相当程度上说明了生物及社会领域的有序现象。

耗散结构是自组织现象中的重要部分，它是在开放的远离平衡态条件下，在与外界交换物质和能量的过程中，通过能量耗散和内部非线性动力学机制的作用，经过随机涨落的偶然性突变而形成持久稳定的、新的宏观有序结构。

(四) 混沌革命

与正统的政治经济学假设的那种有序、均衡的世界相反，实际经济生活中处处是模糊、混乱、偶然和不可预测的现象。经济的主流是混沌的，这不仅是随机干扰形成的，而是确定性的经济系统中固有的内在随机性造成的。混沌机制是经济运行中金融和物价振荡的重要根源。然而，经济中的混沌并不是绝对无序，周期性的存在以及周期点的稠密性都是混沌经济现象中的有序表现。

经济系统的数学模型可以归结为用微分方程组 $dx/dt = f(x, u)$ 或差分方程组 $x(t+1) = f(x(t), u(t))$ 来表示。其中 x 为系统状态变量， u 为控制变量或政策变量。平衡点方程为 $f(x, u) = 0$ ，它用于均衡理论。平衡点的局部稳定性与全局稳定性可用于市场调节的稳定性分析。

经济系统由于政策变量的作用或者现实的随机干扰，系统可能达到混沌状态。

混沌问题可以说是非线性科学的核心，混沌揭示的有序与无序的统一、确定性与随机性的统一，是继相对论和量子力学问世以来，本世纪物理学的第三次大革命，其覆盖面广及自然科学与社会科学的几乎各个领域。它正促使整个现代知识体系成为新科学，正在消除对于统一的自然界的决定论和概率论两大对立描述体系间的鸿沟。

现代科学的发展是以牛顿力学的建立为起点的，牛顿力学用严格的数学形式表述了物体之间的相互作用及相对运动的基本规律，为我们描绘了一幅决定论的、时空相对独立的、可以预测和控制的世界图景。

随着科学的发展和对自然界认识的深入，人们也发现了牛顿力学的局限性。20 世纪初，科学家首先发现牛顿力学对于接近光速运动的物体是不适用的，这时应采用爱因斯坦相对论来进行处理。同时人们又发现对于微观粒子的运动也不能用牛顿力学来处理，而应当用量子力学来描述。然而在宇观和微观之间，牛顿力学仍然是我们研究宏观系统运动的主要工具，特别是牛顿力学确立的研究原则，一直指导着人们的科学实践，而且可以说在一定程度上也成为社会科学的精神实质。

混沌现象的发现，使人们认识到牛顿力学不仅对研究宇观天体、微观粒子不能适用，而

且对研究由多个要素构成的复杂系统也存在困难。即使对于宏观的保守系统,牛顿力学也仅能解决少数可积系统问题,而大量的实际问题仍无法用牛顿力学来解决。过去,随机性只是和不可逆性联系在一起,现在,在确实性的、可逆的牛顿方程内部,出现了内在的伪随机性,确定性和随机性之间的界限并不是不可逾越的。

经济系统处于混沌状态不等于说完全失控。对于混沌状态进行控制的两种目标是:对其中某个不稳定周期轨道进行稳定控制;或者只要通过可能的策略得到所需的周期轨道即可。从控制原理来看,可分为微扰反馈控制法和无反馈控制法。

混沌同步是混沌控制领域中一个重要方面。现已发现了几种类型的混沌同步。

在经济领域中的自由市场、股市等复杂系统中可能出现超混沌现象,超混沌的控制与同步需要进一步研究。

混沌控制的方法包括:参数微扰法、连续反馈控制法、延迟反馈控制法、自适应控制方法和动力学状态反馈法——倍周期分叉控制法。

研究混沌状态的数学工具包括分形理论、拟序结构和孤立子理论、元胞自动机和神经网络模型等。

作为非线性科学的重要前沿分支之一的**分形理论**,在理论和应用两个方面都取得了很多进展。分形理论不仅具有大量经验事实作为基础,而且具有深厚的数学基础,它还具有重大的哲学、方法论意义和遍及自然科学、社会科学的广阔应用领域。

分形理论用以刻画对象的无特征尺度性质所用的参数是分维,它是对事物的复杂程度、不规则程度、对空间的有效占有程度等性质的一种测度。现在豪斯道夫测度及维数已成为分形理论的核心概念和数学基础。许多分形是自相似的。经济系统中宏观经济与微观经济之间是有着自相似性的,它是适合使用分维理论来进行研究的。

拟序结构是指在相互作用中保持的一种有序的动态图像。非线性系统的相互作用产生的稳定而持久的动态过程是自然界广泛存在的一类极为重要的现象。拟序结构具有非常复杂的时空演化的几何形态,并以保持不变的几何形状做整体运动。拟序结构包括孤立子拟序结构和非孤立子拟序结构。孤立子体现了拟序结构的最纯粹的形式,是人们进行理论分析的出发点和了解拟序结构本质的最好范例。孤立子的发现是非线性科学在过去20年中取得的关键而重大的成就,它的思想将具有深远的影响。

上世纪50年代初,冯·诺依曼提出了一个简单的模式,这种模型就是**元胞自动机**。

元胞自动机模型能十分方便地复制出复杂的现象或动态演化过程中的吸引子、自组织和混沌现象。可以将所有元胞自动机的动力学行为归纳为四类:趋于一个空间平稳的构形,即指每一个元胞处于相同状态;趋于一系列简单的稳定结构或周期结构;表现出混沌的非周期行为;出现复杂的局部结构,或者说是局部性的混沌,其中有些会不规则地传播。

大致来说,前三类行为相当于低维动力系统中常见的不动点,周期与混沌,第四类行为可以与生命系统等复杂系统中的自组织现象相比拟。

元胞自动机实际上与图灵机是等价的,因此具有强大的计算功能,它的并行运算方式为研制非诺依曼计算机展示了美好的前景。

(五) 神经网络

近年来,研究适应性系统的热点,主要在神经网络。神经网络系统可能是我们所面临的高度复杂的非线性动力学系统,也是迄今所知功能最强、效率最高的最完善的信息处理系统,因此,很自然地成为非线性科学研究的重要内容。

神经网络模型是由大量处理单元广泛互连而成的网络。网络的学习和识别决定于各种神经元连接体系的动态演化过程。

一个国家的国民经济系统实际上就是一个自组织、自适应的,有容错能力、自学习能力,有自我创新、发展能力的大规模(巨系统)非线性动力系统。所以,我们有可能使用神经网络模型作为经济系统的模拟。钱学森教授强调巨系统,它的数学特征是统计理论的应用,在经济学上是促使计量经济学的兴起。

(六) 数理经济学

21 世纪的经济学既有必要又有可能使用任何数学方法作为它的工具来研究人类面临的空前复杂的经济问题。我们可以发现,在应用数学方面先行一步的自然科学,特别是理论物理,对我们有着重大的启发作用。这就是我们前面提到的经济学理性化的第四阶段的特征。

举一个例子来说,就是爱因斯坦引力场方程的启示。

引力场方程表明,物质的存在和能量的分布决定了时空的几何结构,使得时空几何偏离平直的闵可夫斯基几何,而这种偏离反过来决定了物质的运动特征。即物质决定了时空曲率,时空曲率又制约着物质的运动。

引力场方程的求解表明了不存在整体稳定不变的静态解。预言了膨胀宇宙大爆炸模型,以及黑洞的存在。

(七) 物理学的启示

我们可以把这种思路运用于经济问题。把引力场的四维时空推广到经济变量的高维相空间。把物质的运动推广为经济领域中的流动:商品、资本、劳动力、技术流动,即生产要素的流动;贸易、投资、移民、技术转让。它们是多信号(价格、利率、汇率、股价等)、多载体(物流、资金流、人员流、信息流)、多渠道(各种要素市场构成的传导渠道)的复杂过程。

这些要素的流动既有市场调市的自稳机制,又有国民经济的宏观调控,还有国际经济协调机制。一方面,流动受制于这些机制,另一方面又在影响着、扭曲着这些机制。

正如引力场会使得物质分布向黑洞转化,经济要素的流动在缺乏控制的情况下会按照“马太效应”,使得分配倾斜:有利于富国、富人,两极分化。走向垄断、独裁,使得市场失灵与政府失灵,形成权力和财富的“黑洞”。

同时,经济系统本身是耗散系统,各要素间存在非线性相互作用(竞争)。它既有可能自动趋向有序(熵减过程),也有可能失控、崩溃(熵增过程)。在什么时候,什么条件下会出现何种情况,正是我们所要研究的。

研究微观世界的量子场论中的一些方法对我们也是有所启示的。如对称性自发破缺问题以及处理这个问题的希格斯(Higgs)机制、温贝格·萨拉姆(Wenber - Salam)模型;解决发散问题的重整化方法和重整化群;把多种相互作用统一起来研究的大统一理论以及超

对称、超引力理论等。

分析、几何同样会成为经济学理性化的重要工具,未来的诺贝尔经济奖将产生在他们的交缘处。用古典热力学、统计热力学和耗散结构理论(热力学)方法以及借鉴其他近代物理学模型来重新整理古典经济学、计量经济学和数理经济学是一个非常值得开发的研究方向。

四、数学与经济学

中南财经政法大学信息学院是一个文理并蓄、多学科交叉的特色学院,在数量分析方法、信息技术与经济管理科学相结合的方面作了很多有益探索。院长杨云彦教授自身的知识结构就是文理复合型的,他在大学、硕士研究生阶段都是学计算机科学的,从博士研究生期间转而攻读人文地理,在著名人口地理学家胡焕庸教授指导下研究人口问题,在人口迁移与劳动就业问题等方面所做的工作为国内外同行所公认。最近他和他的同事们共同举办了《数学与经济学》论坛,积极探索数学与经济学结合的新途径,形成了一系列初步的研究报告和论文,其中以数学模型为主,涉及经济和管理等许多领域的热点问题,提出了许多新的有价值的观点、方法和结论。现在经过审编结集出版,遵嘱乃将我在国家软科学项目《长江中游武汉经济区发展战略研究》总体部所做的发言作为代序,相信本书的出版必将进一步推进和深化数学与经济的结合,促进新经济新方法在多方面的交流与合作,有利于全面贯彻“三个代表”的重要思想和全面建设小康社会。

(参考文献略)

2000年3月8日于总体部

2002年11月24日增稿

数学在经济学研究中的运用

赵凌云^①

摘 要:自然科学家在探索自然界奥秘时,需要使用一系列物质手段,如化学家的各种实验设备、试剂、试管、显微镜,天文学家的天文望远镜等。作为一门社会科学,经济学探索经济生活规律的时候,既不能用显微镜,也不能用化学试剂。用马克思的话说,“两者都必须用抽象力”来代替。正是通过这种“抽象力”,经济学形成了自己的研究手段和工具。经过一代又一代的经济学家们的努力,一些工具被普遍地接受和认可,成为经济学研究最常用的手段。数学就是其中之一。本文侧重分析经济学的数学化的是非问题。

关键词:经济学 数学模型 弹性

一、经济学家的工具体系

自然科学的研究手段既有具有物质形态的仪器、设备,又有概念性分析框架,如概念、原理。而经济学家的分析手段是看不见、摸不着的。它们主要是分析性概念框架和分析工具。只有在验证某一理论和假说时,经济学家可能采取调查和案例研究这一看得见、摸得着的形式,或者在试验某种理论时,采取试点和观察的具体方式。经济学在分析方法上与自然科学另一个不同的地方是,经济学对于分析工具的使用,不象自然科学那样,有公认的、统一的操作规范,而在很大程度上取决于研究者,即经济学家本人的好恶与知识结构。

经济学家采用的分析工具是一个庞大的体系。它包括分析方法与分析手段两大类。分析方法中又包括方法论与具体方法两类。在此,我们主要考察经济学家的分析工具。经济学家的分析工具亦是一个体系。具体说,经济学家的分析工具包括两大类:

第一类:分析性概念框架。这类工具主要是指为经济学家广泛接受的分析性概念。这类概念提供一种统一的分析的视角,分析的技术路线。这类概念框架可谓不胜枚举。最常见的有:

经济人、资源稀缺性、边际报酬递减等。这类工具带有公理性假定性质。

交易费用、理性预期、竞争、垄断、市场缺陷、政府缺陷、消费者剩余、无差异曲线等。这

^① 赵凌云:中南财经政法大学副校长、教授、博士生导师、经济学博士。