

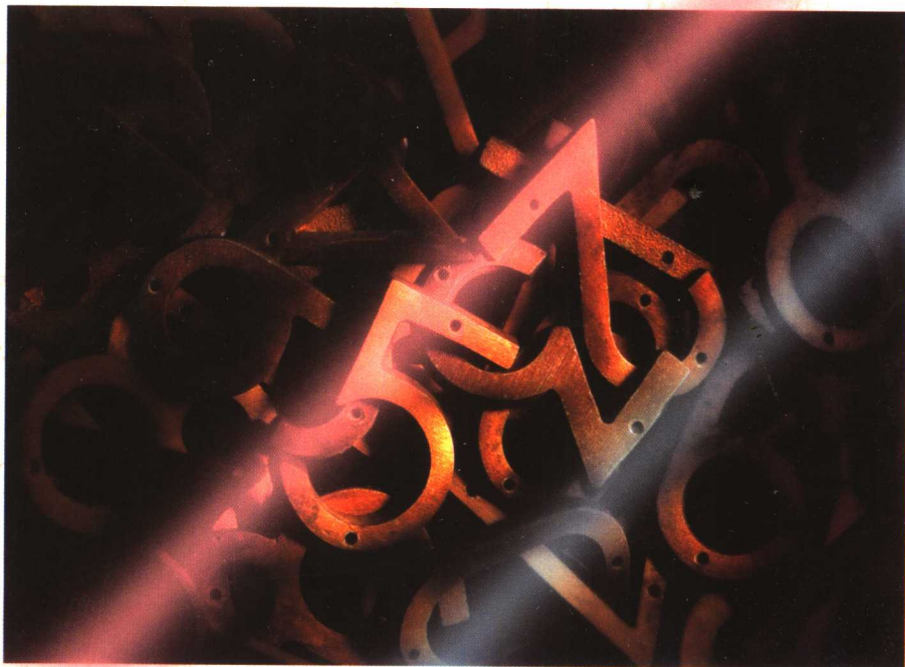


北京市高等教育精品教材立项项目

数学的思想、方法和应用

(修订版)

张顺燕 编著



北京大学出版社

北京市高等教育精品教材立项项目

数学的思想、方法和应用

(修 订 版)

张顺燕 编著

北 京 大 学 出 版 社
• 北 京 •

图书在版编目(CIP)数据

数学的思想、方法和应用/张顺燕编著. —2版(修订版). —北京:北京大学出版社,
2003.5

ISBN 7-301-06177-3

I. 数… II. 张… III. 高等数学-数学方法-高等学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 012159 号

本书第一版被列为

普通高等教育“九五”教育部重点教材

书 名: 数学的思想、方法和应用(修订版)

著作责任者: 张顺燕 编著

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-06177-3/O · 0561

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村 北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62757515 发行部 62750672 理科编辑部 62752021

排 版 者: 高新特激光照排中心 62637627

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787×960 16 开本 18.5 印张 400 千字

1997 年 11 月第 1 版 2003 年 5 月修订版

2003 年 7 月第 2 次印刷(总第 9 次印刷)

印 数: 32001—38000 册

定 价: 24.00 元

内 容 简 介

本书第一版是“普通高等教育‘九五’教育部重点教材”，自1997年11月出版以来，深受教师和学生的欢迎，至2003年5月发行量达27000册。在修订版中，作者根据读者提出的宝贵意见，以及在教学实践中的体会，对本书内容、结构做了进一步的修订与调整，删去了“不定方程”、“双曲几何的庞加莱模型”等内容，增加了“数学的地位和作用”等有关数学素质教育的内容，使之更适合于新世纪的教学需要。

本书是文科类高等数学教材，内容包括：数系与第一次数学危机，连分数及其在天文学上的应用，数学命题和证明方法，欧氏几何，概率论初步，线性代数初步，空间解析几何，函数与极限，一元微积分，数学模型，数学的地位和作用等。本书立意新颖，材料丰富，深入浅出，趣味盎然。书中回答了许多贴切生活的问题，如：为什么四年一闰，而百年少一闰？阴历的闰月如何安排？干支纪年与公元纪年如何换算？如何借助数学培养体育世界冠军？如何分配选票？如何鉴别名画中的赝品？本书以全新的角度构架高等数学内容，强调数学思维训练和联系实际，使传统内容以新的面貌出现。

本书可作为高等院校文史哲类及社会科学各专业的大学生、研究生高等数学教材，也可作为社会科学工作者、中学生和数学爱好者的参考书和课外读物。

……数学就是这样一种东西：她提醒你有无形的灵魂，她赋予她所发现的真理以生命；她唤起心神，澄净智慧；她给我们的内心思想增添光辉；她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知。

Proclus

数学是理解世界的一把主要钥匙。

——里约热内卢宣言

修订版前言

本书 1997 年出版后,受到广大读者和许多老师的热情关怀和支持,并提出很多宝贵意见.这期间作者本人又有几次实践机会,积累了一些经验,因而对本书作适当修改,就是必然的了.为此作如下说明.

(1) 本书的目的在于:

给你一双数学家的眼睛,丰富你观察世界的方式;

给你一颗好奇的心,点燃你胸中的求知欲望;

给你一个睿智的头脑,帮助你进行理性思维;

给你一套研究模式,使它成为你探索世界奥秘的望远镜和显微镜;

给你提供新的机会,让你在交叉学科中寻求乐土,利用你的勤奋和智慧去作出发明和创造.

(2) 本书着重于数学精神的培养.日本的米山国藏说:“我搞了多年的数学教育,发现学生们在初中、高中接受的数学知识因毕业了进入社会后,几乎没有什么机会应用这些作为知识的数学,所以通常是出校门不到一、两年就很快忘掉了.然而,不管他们从事什么业务工作,惟有深深铭刻于头脑中的数学精神,数学的思维方法,研究方法和着眼点等,都随时随地发生作用,使他们受益终生.”这些话也反映了作者的期望.

(3) 培养学生对数学的兴趣.目前中学数学教育存在一些弊病.例如,重技巧轻思想,重枝节轻整体,给学生一大堆模式去记.这主要是应试教育造成的,使得数学像尘土一样无趣,从而挫伤了他们的积极性.有些学生是因为害怕数学才转入文科的.老师应注意到这一点,有意识地,并逐步地消除学生的误解.要通过实例告诉学生,当今已进入信息时代,数学对人文科学的重要性已不可忽视.

(4) 修订版删去了部分内容,并对全书的内容、结构、编排作了修订和调整,删去了“不定方程”、“双曲几何的庞加莱模型”等内容,增加了“数学的地位和作用”等有关数学素质教育的内容.

2001 年,本书修订版被列为北京市高等教育精品教材立项项目,作者深感荣幸.书中还有许多缺点和可争论之处.欢迎老师和同学们提出批评.

北京大学数学学院的陈维桓教授对本教材提出许多中肯的意见,北京大学出版社刘勇同志始终关心本书的出版,并给出许多有益的建议,借此机会向他们表示衷心的感谢.

张顺燕

于北京大学燕北园

2003 年 2 月 2 日

序

北京大学数学科学学院张顺燕同志编著的“文史哲类高等数学”正式出版,我很高兴.为文史哲类的文科学生编写高等数学教材在我校还是一次尝试.这本书很有特色,是一次有意义的探索.

数学是人类文化中影响全局的一个部分.二次大战以后,应用数学获得蓬勃发展,使得社会对数学的依赖日益加深.特别是当今计算机的迅猛发展与应用相配合,已使数学深入到社会的各个领域.人们说,21世纪是信息时代,而信息时代就是数学时代.这就要求数学教育必须不断改进以适应社会发展的新要求,使数学教育对自然科学,同时也对社会科学作出新贡献.

这本教材没有走删繁就简的老路,而是另辟新路以适应文史哲类文科学生的要求.我赞成这种写法,并希望由此引出一套成熟的教材.

现在是20世纪末,为了迎接21世纪,我们要勇于革新,勇于实践,为祖国的教育事业作出新成就.

中国科学院院士

程民德

1997年2月于北京大学朗润园

前 言

数学是科学的大门和钥匙。

Rogen Bacon

数学是我们时代有势力的科学,它不声不响地扩大它所征服的领域;那种不用数学为自己服务的人将会发现数学被别人用来反对他自己。

J. F. Herbart

作为加强大学生文化素质的一项措施,高等数学已被列入文科的教学计划之内.从1994年起,北京大学第一次为文科实验班,文、史、国际政治以及外语等专业开设了高等数学.本书就是在这一背景下,为这些专业编写的教材.

数学与自然科学的关系是众所周知的,最早是力学,接着是物理学、天文学,而后是化学,大量地应用于生物学已经是20世纪的事情了.在20世纪,数学与自然科学越来越紧密地互相结合,越来越深刻地互相影响着和互相渗透着,产生了许多交叉学科,形成了一个庞大的数理科学系统.

数学与社会科学的联系也日益加深;这一点恐为多数人所不了解,需要多说几句.

语言学.用数学方法研究语言现象给语言以定量化与形式化的描述,称为数理语言学.它既研究自然语言,也研究各种人工语言,例如计算机语言.数理语言学包含三个主要分支:

(1)统计语言学.它用统计方法处理语言资料;衡量各种语言的相关程度;比较作者的文体风格;确定不同时期的语言发展特征,等等.

(2)代数语言学.借助数学与逻辑方法提出精确的数学模型,并把语言改造为现代科学的演绎系统,以便适用于计算机处理.

(3)算法语言.借助图论的方法研究语言的各种层次,挖掘语言的潜在本质,解决语言学中的难题.

文学.《红楼梦》研究是一个很好的例子.1980年6月,在美国威斯康星大学召开的首届国际《红楼梦》研讨会上,华裔学者陈炳藻宣读了《从词汇的统计论〈红楼梦〉的作者问题》.此后,他又发表多篇用电脑研究文学的论文.1985年以来,东南大学与深圳大学相继开展了《红楼梦》作品研究的计算机数据库.1987年复旦大学数学系李贤平教授在美国威斯康星大学对《红楼梦》进行了统计分析 with 风格分析,提出了震惊红学界《红楼梦》成书过程的新观点.

数学物理中的谱分析概念与快速傅里叶变换密切相关.令人吃惊的是,这一方法已被成

功地运用于文学研究.文学作品中的微量元素,即文学的“指纹”,就是文章的句型风格,其判断的主要方法是频谱分析.日本有两位著名学者多正久和安本美典大量应用频谱分析来研究各种文学作品.最后研究到这样的程度:随便拿一段文字来,不讲明作者,也可以知道作者是谁,这就像法医根据手印抓犯罪嫌疑人一样,准确无误.

史学.数学方法的运用为历史研究开辟了许多过去不为人重视,或不曾很好利用的历史资料的新领域,并且极大地影响着历史学家运用文献资料的方法,影响着他们对原始资料的收集和整理,以及分析这些资料的方向、内容和着眼点.另外,数学方法正在影响着历史学家观察问题的角度和思考问题的方式,从而有可能解决使用习惯的、传统的历史研究方法所无法解决的某些难题.数学方法的运用使历史学趋于严谨和精确,而且对于研究结果的检验也有重要意义.

1986年谈祥柏教授对上海陆家嘴发现的元朝玉挂进行了仔细研究.他发现过去在《考古学报》上多次登过关于这个玉挂研究的文章,但都因为作者不懂得数学而把最宝贵的信息漏掉了.原来在这个玉挂中含有一个魔方,这个魔方虽然只有四阶,却远远超过了西安的安西王府的六阶魔方.过去世界上认为只有印度才有这种“完全魔方”,而现在这块玉挂证实,中国也有.据此,世界数学史应作修改.

哲学.数学对哲学始终起着重大作用,并且经受哲学的影响.例如,数学的无限、连续概念,一出现便成了哲学研究的对象;芝诺的悖论、17世纪无限小争论等都与它们有联系.自古希腊起,唯物主义与唯心主义的斗争就贯穿数学的全部历史,并且数学对逻辑的发展起着明显的作用.从19世纪中叶起,这个作用特别有所加强,并对逻辑自身的改造产生巨大影响.20世纪的分析哲学、结构主义以及系统哲学都与数学的发展息息相关.

数学家 B. Demollins 说得好:“没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而若没有两者,人们就什么也看不透.”

社会学.以定量研究为主要标志的实证社会学一直是西方社会学发展的主流,并奠定了社会学的学科基础.定量社会学发展到今天,已经形成了以高度数学化、高度统计化的一套逻辑严密的研究范式,而国内仅仅是起步,刚刚处在发放问卷,列出几个百分比、几个频率表格的极原始的阶段.

C. B. Allendoerfer 说:“当前最令人兴奋的发展是在社会科学和生物科学中数学模型的构造.”

著名数学家 A. Kaplan 指出:“由于最近二十年的进步,社会科学的许多重要领域已经发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段……我们向读者提出,在社会科学中不断扩大的数学语言的应用是具有重要意义的.”

A. N. Rao 指出:“一个国家的科学的进步可以用它消耗的数学来度量.”

这些都说明,数学与现代社会的联系正在日益加深,也正在深刻地影响着社会科学的研究与发展.

正是在这种背景下,1992年联合国教科文组织在里约热内卢宣布“2000年是世界数学

年”，其目的在于加强数学与社会的联系。里约热内卢宣言指出：“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙。”

世界需要这把钥匙，生活在现代社会的每个人都需要这把钥匙。

因而在文科，尤其是在还没有开设过数学课的文、史、哲、语言、政治等专业开设数学课已经是一种时代的要求，势在必行了。

困难在于，这些专业从来没有开设过数学课，需要做些探索性的尝试。作者以为作为文科数学的指导思想应包含以下三个方面：（1）数学理论及其应用；（2）逻辑推理的训练；（3）数学史的有关知识，其中包含一些重要数学思想的发展及其演变，和某些著名的数学成果。

文科数学的主体自然是讲授重要的数学基础理论，这就是指导思想的第一条，并以它为主线，其他两条则贯穿于课程之中，穿插进行，并安排有计划有层次的重点讲授。

在理科各系，高等数学是以微积分为主体的，这是理所当然的，因为微积分是人类二千年来智力奋斗的结晶，有着广泛而深刻的应用，又是其他课程的基础。自然地，文科数学也将以微积分为其重要组成部分。但是，由于时间有限，且训练方向不同，应当对它进行适当改造：减少细节，突出思想。我们两年来的具体实践是这样的：在极限部分，将大量的极限计算删去，也删去了用洛必达法则计算极限；不定积分与定积分部分，只讲一些简单性质，删去大量的积分技巧的训练，把讲授的重点放在讲授微分、积分的基本思想及其应用上；其实这种方案在理科未尝不可实践。

阐述数学科学对人类文明的贡献，应当是文科数学的重要任务之一，因而只限于阐述微积分的思想显然是不够的，应该有更为丰富的内容，因而课程内容增加了行列式与线性方程组的内容，又加上概率论初步。1995年的第二次实践，由于听课学生中增加了艺术教研室广告专业的学生，他们希望通过数学课培养空间想像能力，因而又增加了空间解析几何。

其实社会科学各专业早就与数学有不解之缘。已故著名语言学家王力教授曾专门著文，指出学古代汉语不能不懂天文。历史、哲学也同样需要有天文知识。为此，我们增加一章连分数及其在天文学上的应用。通过对连分数的简单计算，立刻就可明白为何四年一闰，而百年少一闰；农历的大月、小月是怎么回事，并且由此知道，我国古代何以历法经常变动的原因。

几千年来数学思想经历了多次重大演变，数学思想的每次演变都对人类文明作出重大贡献。在课程的进行过程中，我们有选择地介绍了一些数学思想的演变史。在绪论部分，除了介绍数学的特点与用处之外，讲述了数学简史。第六章介绍了欧几里得第五公设及非欧几何的诞生。非欧几何的诞生是人类发展史上一个重大事件。对欧几里得第五公设的研究导致了非欧几何的发现，非欧几何的发现促成了爱因斯坦广义相对论的建立。请看，这对人类生活带来何等重大的影响啊！

原来计划讲到非欧几何诞生为止，但是学生们有一种热切的愿望，希望知道非欧几何的模型到底是什么样的。为此，我们又增加了一章“双曲几何的庞加莱模型”作为第七章，以尽量初等的方式简要地介绍了罗巴切夫斯基几何。

本课程的另一指导思想是,有意识地进行逻辑推理的训练.逻辑推理自然是每堂课都不可少的,但作者以为单有日常的训练还不够.教师不作系统的讲述与总结,多数学生不能提高到理性的高度,特别是文科学生没有理科学生那么多时间和机会去摸索与实践.因此,我们拿出一些时间作了相对集中的处理.在第一章结合无理数的发现,系统讲了反证法.大约在课程进行了三分之一的时候,又讲了“数学命题与证明方法”.

我们知道,世界上有两种推理:一种是论证推理,一种是合情推理.数学的证明是论证推理;物理学家的归纳推理,经济学家的统计论证,律师的案情论证,史学家的史料论证都属于合情推理.这两种推理相辅相成推动了人类文明的发展.但是文科学生缺少论证推理的训练,数学提供了学习论证推理的极好机会.作者希望尽量利用这个机会给文科同学以必要的训练.

教材的内容是按一个学期,周学时为4安排的.在教学过程中可根据具体情况做必要的删减或增补.

本书的成书过程中受到各方面朋友们的热诚而有力的支持与帮助.首先提到的是北京大学出版社的邱淑清编审.当她一获悉作者有写这样一本书的意向时,立刻表示支持与鼓励,促使作者下决心去写这本书.作者衷心感谢北京大学出版社与邱淑清编审的有力支持.从作者酝酿初稿,一直到成书,北京大学力学系的武际可教授给以自始至终的关心与支持;讨论思想,提供语录,指出不足,作者深感受益匪浅.北京大学信息管理系的刘苏雅老师组织学生在北京市的范围内到各大学有关文科各系及各校图书馆对本书的内容及可用性作了深入的调查,并写出调查报告.这对作者很有助益.

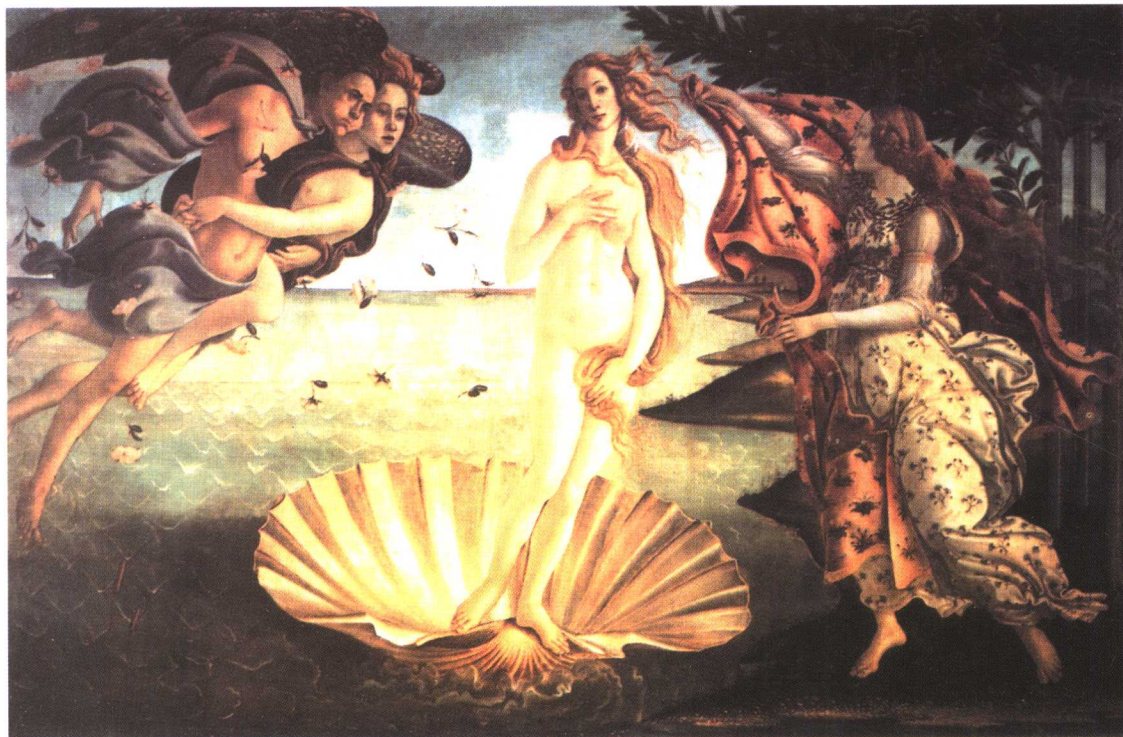
数学科学学院的潘承彪教授仔细审阅了本书,提出许多宝贵的修改意见,使本书增色不少.作者在序言中提到的数学在社会科学中的应用情况,许多都来自北京师范大学刘洁民先生的手稿,作者对他的无私帮助表示衷心的感谢.本书还得到北大教务处的坚强支持,特别杨承运教授,从教材建设的高度给以自始至终的关怀,并慨然拨款,支持作者先胶印出来,送到国内各高校征求意见.

最后,作者衷心感谢程民德院士在百忙中为本书作序.他以80岁的高龄,甚至在住院期间还十分关心本书的出版,作者深为感激,并祝他健康长寿.

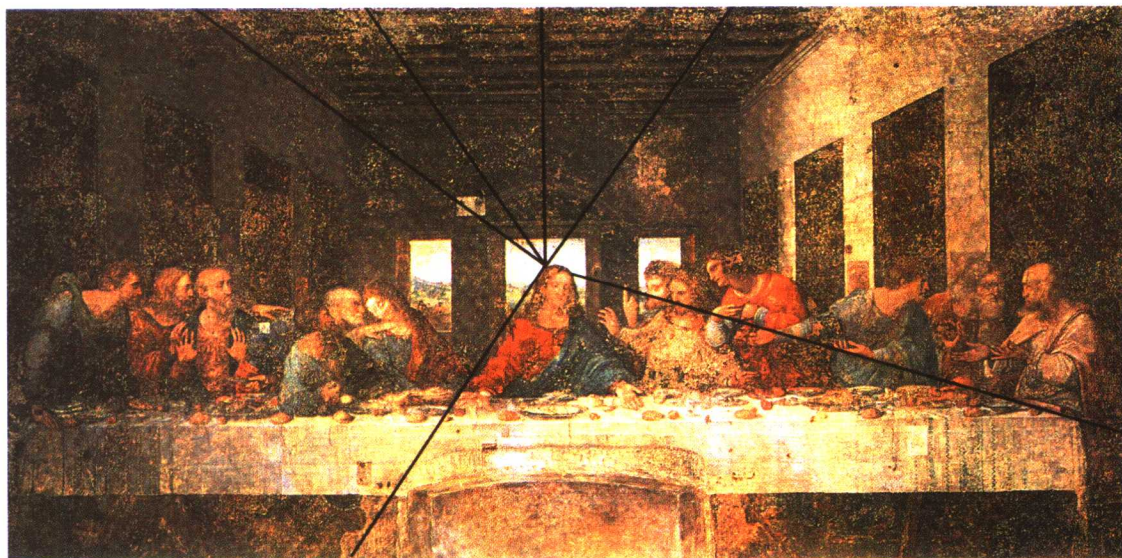
作 者

于北京大学燕北园

1997年4月



彩图1 《维纳斯的诞生》 波提切利 (1484)



彩图2 《最后的晚餐》 达·芬奇 (1495-1497)



彩图3 《林荫道》 霍贝玛



彩图4 《雅典学院》 拉斐尔 (1509-1510)

目 录

修订版前言	(1)	3.4 闰月放在哪?	(22)
序	(2)	3.5 日月食	(23)
前言	(3)	3.6 干支纪年	(24)
绪论	(1)	习题	(25)
§ 1 数学的内容	(1)	第三章 数学命题和证明方法	(26)
§ 2 数学的特点	(1)	§ 1 概念,概念的外延和内涵	(26)
§ 3 数学发展简史	(3)	§ 2 等价关系与分类(划分)	(27)
第一章 数系与第一次数学危机	(9)	§ 3 定义	(28)
§ 1 数系	(9)	§ 4 公理	(28)
1.1 自然数与整数	(9)	§ 5 定理	(29)
1.2 有理数与无理数	(9)	5.1 定理的结构	(29)
1.3 实数	(10)	5.2 定理的形式	(30)
§ 2 毕达哥拉斯学派关于数的认识	(10)	5.3 定理的互逆性	(30)
§ 3 第一次数学危机	(12)	习题	(31)
§ 4 第一次数学危机的消除	(13)	§ 6 充分条件和必要条件	(31)
§ 5 反证法	(13)	6.1 充分的特征	(31)
习题	(14)	6.2 必要的特征	(32)
第二章 连分数及其在天文学上的应用	(15)	6.3 必要而且充分的特征	(32)
§ 1 辗转相除法	(15)	习题	(33)
§ 2 连分数	(16)	§ 7 演绎法	(33)
2.1 引言	(16)	§ 8 分析与综合	(34)
2.2 简单连分数和它的渐近分数	(17)	§ 9 归纳法	(35)
§ 3 连分数在天文学上的应用	(19)	§ 10 数学归纳法	(36)
3.1 为什么四年一闰,而百年又少一闰?	(19)	习题	(37)
3.2 农历的月大月小、闰年闰月	(21)	第四章 欧氏几何与第五公设	(38)
3.3 二十四节气	(21)	§ 1 几何学的诞生	(38)
		§ 2 几何学的研究对象和研究方法	(39)
		§ 3 欧几里得的《原本》	(40)
		§ 4 第五公设	(41)

§ 5 非欧几里得几何的诞生	(44)
§ 6 罗巴切夫斯基的解答	(45)
§ 7 非欧几何的相容性	(45)
§ 8 黎曼的非欧几何	(46)
§ 9 非欧几何诞生的意义	(47)
第五章 概率论初步	(48)
§ 1 随机现象	(48)
1.1 必然现象与随机现象	(48)
1.2 随机实验	(50)
1.3 随机事件	(50)
§ 2 事件的关系与运算	(50)
2.1 基本事件与复杂事件	(50)
2.2 事件的集合表示, 样本空间	(52)
2.3 事件的相等与包含	(52)
2.4 事件的和、积与差	(53)
2.5 对立事件	(54)
2.6 互不相容事件完备组	(54)
2.7 运算法则	(54)
习题	(55)
§ 3 排列与组合	(56)
习题	(58)
§ 4 概率	(58)
4.1 概率的概念	(58)
4.2 概率的统计定义	(58)
4.3 概率的性质	(59)
4.4 古典概型	(60)
4.5 几何概率	(62)
4.6 概率的数学定义	(63)
4.7 条件概率与乘法公式	(64)
4.8 独立性	(66)
4.9 全概率公式	(67)
4.10 逆概率公式(贝叶斯公式)	(68)
习题	(69)
§ 5 两个实例	(70)
5.1 色盲的遗传问题	(70)

5.2 孟德尔遗传定律	(72)
第六章 线性代数初步	(74)
§ 1 二元一次联立方程组与二阶行列式	(74)
§ 2 三元一次联立方程组与三阶行列式	(76)
习题	(79)
§ 3 行列式的性质	(80)
3.1 矩阵、行列式、余子式	(80)
3.2 按代数余子式展开行列式	(81)
3.3 行列式的性质	(83)
习题	(84)
§ 4 高斯消元法	(85)
4.1 消元法	(85)
4.2 线性方程组的增广矩阵	(86)
4.3 高斯消元法	(88)
4.4 高斯-若当消元法	(91)
习题	(92)
§ 5 矩阵代数	(92)
5.1 矩阵	(92)
5.2 矩阵的加法与数乘矩阵	(93)
5.3 矩阵的乘法	(94)
5.4 逆矩阵	(96)
5.5 线性方程组	(99)
习题	(100)
第七章 空间解析几何	(102)
§ 1 空间直角坐标系	(103)
1.1 空间直角坐标系	(103)
1.2 点的坐标	(104)
习题	(105)
§ 2 向量代数	(105)
2.1 标量与向量	(105)
2.2 向量的加减法	(106)
2.3 开普勒三定律	(106)
2.4 开普勒第二定律的牛顿证明	

.....	(107)
2.5 向量的数乘运算	(108)
2.6 向量在轴上的投影	(109)
2.7 向量的坐标	(109)
2.8 向量的模与方向余弦	(110)
2.9 向量的数量积	(112)
2.10 向量的叉乘	(114)
2.11 混合积	(116)
习题	(116)
§ 3 平面	(117)
3.1 点法式方程	(117)
3.2 一般式方程	(118)
3.3 截距式方程	(118)
3.4 两平面间的关系	(119)
习题	(119)
§ 4 空间中的直线	(120)
4.1 直线的参数方程	(120)
4.2 直线的标准方程	(121)
4.3 直线的一般方程	(121)
4.4 三元一次联立方程组的几何解释	(122)
习题	(123)
§ 5 二次曲面	(123)
5.1 图形与方程	(123)
5.2 球面	(124)
5.3 椭球面	(124)
5.4 平行截口法	(125)
5.5 椭圆抛物面	(125)
5.6 单叶双曲面	(126)
5.7 双叶双曲面	(127)
5.8 双曲抛物面	(128)
5.9 二次柱面	(129)
5.10 二次锥面	(130)
5.11 二次曲面小结	(131)
习题	(132)

第八章 函数与极限	(133)
§ 1 预备知识	(133)
1.1 区间	(133)
1.2 绝对值	(133)
1.3 邻域	(134)
§ 2 函数	(135)
2.1 变量与常量	(135)
2.2 函数概念	(135)
2.3 单调函数	(136)
2.4 函数的奇偶性	(137)
2.5 反函数	(138)
2.6 常数函数与线性函数	(139)
2.7 基本初等函数的图形	(140)
2.8 复合函数与初等函数	(144)
§ 3 极限概念	(145)
3.1 抛物线下的面积	(145)
3.2 序列的极限	(146)
3.3 切线问题	(147)
3.4 函数的极限	(148)
3.5 单边极限	(149)
3.6 极限的四则运算	(151)
3.7 两个重要极限	(152)
习题	(154)
§ 4 再论函数与极限	(154)
4.1 函数	(154)
4.2 极限	(156)
第九章 导数	(157)
§ 1 引言	(157)
§ 2 预备知识	(159)
2.1 Δ 符号	(159)
2.2 连续性	(160)
2.3 平均变化率	(161)
习题	(161)
§ 3 导数概念	(162)
3.1 瞬时速度	(162)

3.2 再论切线问题	(163)	11.1 函数的单调性	(180)
3.3 导数定义	(163)	11.2 局部极值	(181)
3.4 可导与连续	(165)	11.3 曲线的凹凸	(183)
§ 4 导数公式	(165)	11.4 曲线的渐近线	(184)
4.1 常数函数的导数	(166)	11.5 函数的图形	(185)
4.2 函数 $f(x)=x$ 的导数	(166)	11.6 在经济学中的应用	(187)
4.3 幂函数的导数	(166)	11.7 极值的应用	(188)
4.4 导数的四则运算	(167)	习题	(189)
4.5 链锁法则	(169)	第十章 微分	(191)
4.6 高阶导数	(171)	§ 1 微分定义	(191)
习题	(172)	§ 2 微分公式	(192)
§ 5 三角函数的导数公式	(172)	§ 3 基本初等函数微分表	(193)
5.1 正弦函数	(172)	§ 4 微分的应用	(194)
5.2 余弦函数	(173)	习题	(195)
5.3 正切函数	(173)	§ 5 再论导数与微分	(196)
5.4 余切函数	(173)	5.1 导数与微分的概念	(196)
习题	(173)	5.2 导数与微分小结	(196)
§ 6 指数函数与对数函数的导数公式	(173)	第十一章 不定积分	(198)
6.1 对数函数	(173)	§ 1 基本概念	(198)
6.2 指数函数	(174)	§ 2 不定积分的简单运算法则	(199)
6.3 幂函数	(175)	§ 3 基本初等函数的不定积分表	(200)
§ 7 反三角函数的导数公式	(175)	§ 4 第一换元积分法	(201)
7.1 反正弦函数	(175)	习题	(203)
7.2 反余弦函数	(175)	§ 5 第二换元积分法	(203)
7.3 反正切函数	(175)	习题	(205)
7.4 反余切函数	(176)	§ 6 分部积分法	(205)
习题	(176)	习题	(207)
§ 8 基本公式表	(176)	第十二章 定积分	(208)
8.1 基本初等函数的求导公式	(176)	§ 1 定积分的定义	(208)
8.2 导数运算法则	(176)	1.1 面积问题	(208)
§ 9 相对变化率	(177)	1.2 路程问题	(209)
习题	(178)	1.3 定积分的定义	(210)
§ 10 微商中值定理	(178)	1.4 定积分的几何意义	(211)
§ 11 利用导数研究函数	(180)	§ 2 定积分的简单性质	(212)
		§ 3 微积分基本定理	(215)

习题	(217)
§ 4 定积分的换元积分法与分部积分法	(217)
4.1 换元积分法	(217)
4.2 分部积分法	(219)
习题	(219)
§ 5 定积分的应用	(220)
5.1 如何建立积分式	(220)
5.2 平面图形的面积	(221)
5.3 旋转体的体积	(222)
5.4 平均值	(224)
5.5 变力作功	(225)
习题	(226)
§ 6 再论微分学与积分学	(227)
6.1 微分学	(227)
6.2 积分学	(227)
第十三章 数学模型	(229)
§ 1 选票分配	(229)
1.1 选举悖论	(230)
1.2 选票分配问题	(231)
1.3 亚拉巴马悖论	(232)
§ 2 体育训练问题	(233)
§ 3 指数增长与衰减问题	(235)
3.1 一个简单的微分方程	(235)
3.2 人口模型	(237)
3.3 考古学中的应用	(238)
3.4 牛顿冷却定律	(240)
3.5 范·米格伦伪造名画案	(241)
3.6 再论人口模型	(245)
3.7 新产品销售模型	(247)
习题	(248)

第十四章 数学的地位和作用	(249)
§ 1 数学教育	(249)
1.1 关于素质教育	(249)
1.2 数学素养	(249)
1.3 数学是思维的工具	(250)
1.4 数学与美	(250)
1.5 数学提供了有特色的思考方式	(251)
1.6 数学的特点	(251)
1.7 培养四种本领	(252)
1.8 数学与就业	(254)
1.9 当前科学发展的主要趋势	(255)
§ 2 自然数是万物之母	(256)
2.1 数学的重要性	(256)
2.2 古希腊的数学	(256)
§ 3 数学与自然科学	(258)
3.1 宇宙的和谐	(258)
3.2 物理学	(261)
3.3 生物学	(261)
§ 4 数学与人文科学	(262)
4.1 数学与西方政治	(262)
4.2 人口论	(265)
4.3 统计方法	(265)
§ 5 数学与艺术	(266)
5.1 傅里叶的功绩	(266)
5.2 数学与绘画	(267)
5.3 从艺术中诞生的科学	(271)
§ 6 笛卡儿的方法论及其影响	(272)
附录 习题答案与提示	(274)
参考书目	(280)