

卷之三

七言律詩

測量法義

利瑪竇口授
徐光啓筆受

中華書局

測量法義

叢書集成初編所選指
海暨海山仙館叢書皆
收有此書指海在先故
據以排印

四庫全書提要

測量法義一卷。測量異同一卷。勾股義一卷。明徐光啓撰。首卷演利瑪竇所譯以明勾股測量之義。首造器器卽周髀所謂矩也。次論景景有倒正。卽周髀所謂仰矩覆矩臥矩也。次設問十五題以明測望高深廣遠之法。卽周髀所謂知高知遠知深也。次卷取古法九章勾股測量與新法相較證其異同所以明古之測量法雖具而義則隱也。然測量僅勾股之一端故於三卷則專言勾股之義焉序引周髀者所以明立法之所自來而西術之本於此者亦隱然可見其言李治廣勾股法爲測圓海鏡已不知作者之意又謂欲說其義而未遑則是未解立天元一法而謬爲是飾說也。古立天元一法卽西借根方法是時西人之來亦有年矣而於治之書猶不得其解可以斷借根方法必出於其後矣。三卷之次第大略如此而其意則皆以明幾何原本之用蓋古法鮮有言其義者卽有之皆隨題講解歐邏巴之學其先有歐几里得者按三角方圓推明各類之理作書十三卷名曰幾何原本按後利瑪竇之師丁氏續爲二卷共十五卷自是之後凡學算者必先熟習其書如釋某法之義遇有與幾何原本相同者第註曰見幾何原本某卷某節不復更舉其言惟幾何原本所不能及者始解之此西學之條約也。光啓旣與利瑪竇譯得幾何原本前六卷並欲用是書者依其條約故作此以設例焉其測量法義序云法而系之義也自歲丁未始也曷待乎於時幾何原本之六卷始卒業矣至是而傳其義也可以知其著書之意矣。

題測量法義

西秦子之譯測量諸法也。十年矣。法而系之義也。自歲丁未始也。曷待乎。于時幾何原本之六卷始卒業矣。至是而後能傳其義也。是法也。與周髀九章之句股測望異乎。不異也。不異何貴焉。亦貴其義也。劉徽沈存中之流皆嘗言測望矣。能說一表不能說重表也。言大小句股能相求者以小股大句小句大股兩容積等。不言何以必等能相求也。猶之乎丁未以前之西秦子也。曷故乎。無以爲之藉也。無以爲之藉也。豈惟諸君子不能言之。卽隸首商高亦不得而言之也。周髀不言藉乎。非藉也。藉之中又有藉焉。不盡說幾何原本不止也。原本之能爲用如是乎。未盡也是。蹊之于河而蠡之于海也。曷取是焉先之。數易見也。小數易解也。廣其術而以之治水治田之爲利鉅爲務急也。故先之嗣而有述者焉。作者焉用之乎。百千萬端。夫猶是飲于河而勺于海也。未盡也是。原本之爲義也。吳淞徐光啓譏。

測量法義

泰西 利瑪竇 口授
明 徐光啓 筆受

最目

先造器

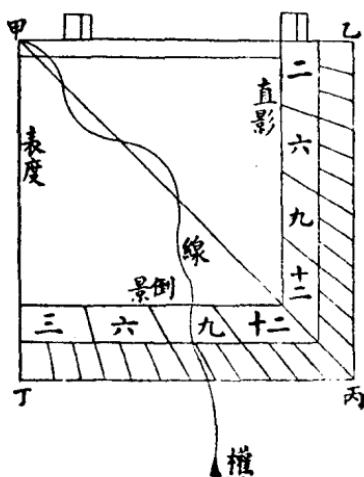
次論景

本題十五首

附三數算法

造器

測量者以測望、知山岳樓臺之高、井谷之深、土田道里之遠近也。其法先造一測望之器，名曰矩度。造矩度法。用堅木版或銅版，作甲乙丙丁直角方形，以甲角爲矩極，作甲丙對角線，次依乙丙、丙丁兩邊，各作相近兩平行線，次以乙丙、丙丁兩邊，各任若干平分之，從甲向各分，各作虛直線，而兩邊之各外兩平行線間，則作實線。

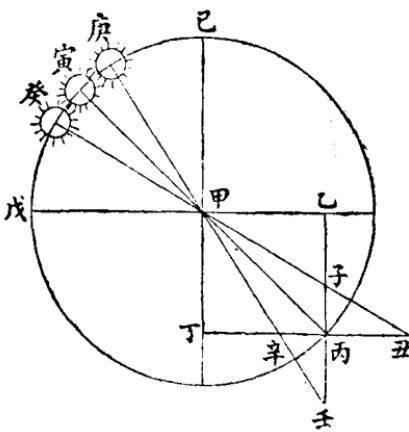


如上圖，即外兩線間爲宗矩極之十二平分度也。其各內兩平行線間，則于三六九度，亦作實線，以便別識。若以十二度更細分之，或每度分三、分五、分六、分十二，視矩大小作分分愈細，即法愈詳密矣。次于甲乙邊上作兩耳相等，耳各有通光竅，通光者或取日光相射，或取目光透照也。或植兩小表代耳，亦可。其耳竅表末須與甲乙平行，末從甲點置一線，線末垂一權，其線稍長于甲丙對角線，用時任其垂下，審定度分，驗已如式否，亦同上法。其用法如下方諸題。

論景

法中俱用直景倒景布算，故先正解二景之義，次解其轉合于矩度，以資後論。

直景者，直立之表及山岳樓臺樹木諸景之在平地者也。若干向日牆上橫立一表，表景在牆，則爲倒景。如上圖，作甲乙丙丁直角方形，于乙丙、丁丙各從丙任引長之，令丁丙爲地平面，或爲地平平行面，其乙丙亦向日作面，與地平面爲直角，即甲丁爲丁丙平面上直立之表，而甲乙爲乙丙平面上橫立之表也。次以甲爲心，丙爲界，作戊己丙圓，次引甲乙、甲丁、線各至圓界，夫地球比日天既止一點。



就見天地儀解卽甲點爲地心丁丙面在地心之下而戊己丙圓爲隨地平上日輪之天頂圓矣卽戊乙亦可當地平線而已丁線爲正過頂圓矣則丁丙面離地平線者甲丁表之度而乙丙面離過頂圓線者甲乙表之度也故日輪在庚其光必過地心甲截丁丙面于辛而遇乙丙之引長面于壬則甲丁表在丁內面上之丁辛景爲直景而甲乙表在乙丙面上之乙壬景爲倒景若日輪在癸則丁丑爲直景而乙子爲倒景若日輪在寅則丁丙爲直景而乙丙爲倒景是甲乙丙丁直角方形之內隨日所至其直景恆在丁丙邊倒景恆在乙丙邊也

凡測量于二景得一即可推算但須備曉二景之理何者有直景過丁丙邊之外有倒景過乙丙邊之外如上圖者則直景過丁丙邊如丁丑當用倒景代之倒景過乙丙邊如乙壬當用直景代之也若日光至丙卽直倒景等可任意用之因兩景各與本表等故欲知目前日景所至在丙耶在丁內乙丙之內耶又有一法如日輪離地平四十五度卽景當在丙日在四十五度以上卽景在丁丙之內日在四十五度以下卽景在乙丙之內

論曰戊甲己己甲乙乙甲丁丁甲戊旣四皆直角卽等而對直角之各圓界亦等廿六三卷是每分爲四分圓之一也而戊己亦四分圓之一也又甲丙對角線分乙甲丁角爲兩平分十四注卽丁甲丙丙甲乙兩角等戊甲寅寅甲己兩交角亦等十五而戊寅寅己兩圓界亦等夫戊己圓界旣九十度卽戊寅必四十五度則日在寅景必在丙日在寅之下倒景必在乙丙之內日在寅之上直景必在丁丙之內凡云

某卷某題者皆引幾何原本爲證下同

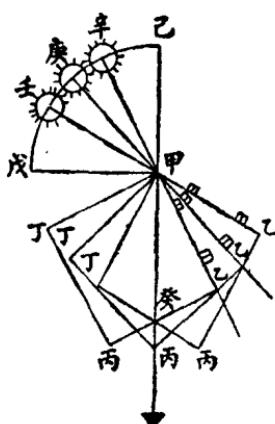
今從上論解二景之轉合于矩度者。如日輪高四十五度。而其光過甲乙。卽矩度上權線在丙。日在四十五度以上。卽權線在乙丙邊之內。日在四十五度以下。卽權線在丁丙邊之

內。故矩度上之乙丙邊爲直景。而丁丙爲倒景。

論曰。前圖之甲戊己分圓形。既四分之一。試兩平分之于庚。

卽日在庚爲四十五度。在辛爲四十五度以上。在壬爲四十

五度以下。設于辛庚壬各出日光下射。爲辛甲乙庚甲乙壬甲乙三景線。同過甲心。而以矩度承之。其甲爲地心。而甲乙邊與日景相直。次以己甲線引長之。至地心下爲丙。而甲丙爲矩度之權線。夫戊庚庚己圓界旣等。卽戊甲庚庚甲己兩角亦等。三卷廿七戊甲己旣直角。卽戊甲庚庚甲己皆半直角。一卷十五而矩度上之乙甲丙角。在庚甲乙景線及甲丙權線內者。亦半直角。凡直角方形之對角線。必分兩直角。半直角。一卷十五凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。一卷三十四注則于依辛甲乙景線之甲乙丙丁直角方形之對角線。十四注則日在庚爲四十五度。權線必在丙。又己甲辛角。小于己甲庚半直角。卽辛甲乙景線及甲丙權線內之乙甲癸交角。亦小于直角方形上。若作一甲內對角線。其權線必不至丙。必在乙丙之內。而分乙丙邊于癸。是日在四十五



度之上其權線必在乙丙邊之內也。又己甲壬角大于己甲庚半直角卽壬甲乙景線及甲丙權線內之乙甲癸交角亦大于半直角。十五一卷三凡直角方形之對角線必分兩直角爲兩平分十四注則于依壬甲乙景線之甲乙丙丁直角方形上若作一甲丙對角線其權線必過丙必在丁丙之內而分丁丙邊于癸是日在四十五度之下其權線必在丁丙之內也故矩度之內其傍通光耳之分度邊爲倒景而對通光耳之分度邊爲倒景。

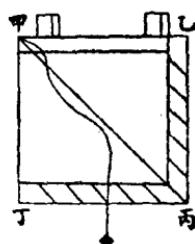
本題十五首

第一題

日輪四十五度直景倒景皆與表等在四十五度以上則直景小于表而倒景大于表在四十五度以下則直景大于表而倒景小于表。

依矩度即可明此題之義蓋上已論日輪在四十五度權線必在丙卽顯乙丙直景丁丙倒景皆與甲乙丙丁兩表等何者直角方形之各邊俱等故也。

若日在四十五度以上權線必在乙丙分度邊上而倒景當在丁丙之引出邊上是直景小于倒景而倒景大于甲丁表若日在四十五度以下權線必在丁丙分度邊上而直景當在乙丙之引出邊上是倒景小于直景而直景大于甲乙表。



第二題

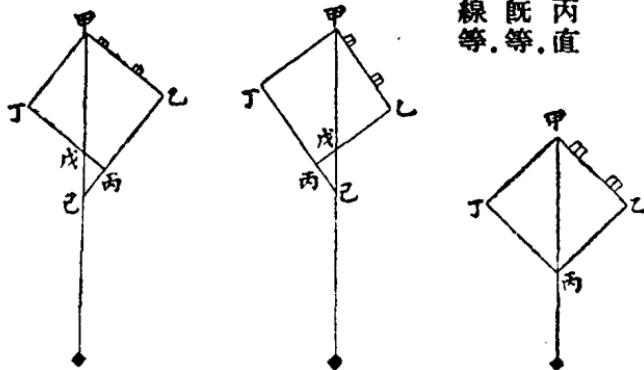
表隨日所至皆爲直景與倒景連比例之中率。

先設日輪在四十五度而權線在丙。題言甲乙或甲丁表皆爲乙丙直景與丁丙倒景連比例之中率。論曰甲乙丙丁直角方形之四邊既等。卽乙丙直景與甲乙或甲丁表之比例。若表與丁丙倒景何者三線等。卽爲兩相同之比例故。

次設日輪在四十五度以上。權線在乙丙直景邊內。分乙丙于戊。而倒景在丁丙之引出邊上。遇權線于己。題言甲乙或甲丁表爲乙戊直景與丁己倒景連比例之中率。

論曰乙與丁兩直角等。而乙甲戊與己相對之兩內角亦等。一廿八卽甲乙戊、己丁甲爲等角形。六卷四則乙戊直景與甲乙或甲丁表之比例。若表與丁己倒景是甲乙或甲丁表爲兩景之中率。六卷八

後設日輪在四十五度以下。權線在丁丙倒景邊內。分丁丙于戊。而直景在乙丙之引出邊上。與權線遇于己。題言甲乙或甲



丁表爲丁戊倒景與乙己直景連比例之中率。

論曰丁與乙兩直角等而丁甲戊與己甲戊丁與乙甲己各相對之兩內角各等一卷廿八卽甲丁戊甲乙已爲等角形六卷四則丁戊倒景與甲乙或甲丁表之比例若表與乙己直景是甲乙或甲丁表爲兩景之中率六卷八系

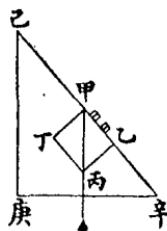
注曰直景、表、倒景、三線既爲連比例卽直景倒景兩線矩內直角形與表上直角方形等十六卷十七故表度十二則其幕爲一百四十四若以爲實以所設景數爲法除之卽得所求景數假如權線所至在倒景之三度卽以三爲法除其實一百四十四得四十八度爲直景又如權線所至在所設景之五度三分度之二卽所求景爲二十五度十七分度之七何者以五度三分度之二爲法除其實一百四十四卽得二十五度十七分度之七是二景互變相代法崎分除法見後附

第三題

物之高立于地平以直角其景與物之比例若直景與表亦若表與倒景。

解曰物之高以直角立于地平如己庚其景在地平上爲庚辛題言直景與表之比例若庚辛與己庚又言表與倒景之比例若庚辛與己庚凡言地平者皆依直線取平若不平者須先準平然後測量後倣此

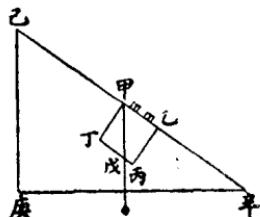
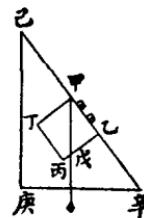
先論權線在丙者曰權線恆與物之高爲平行線何者兩線下至庚辛皆爲直角故一卷廿八卽辛甲丙角與己角等一卷廿九而乙與庚兩直角又等則甲乙丙己庚辛爲等角形一卷廿二是乙丙直景與甲乙表之比



例. 若庚辛景與己庚高。四. 六. 卷

二論曰. 若權線在乙丙直景邊內. 而分乙丙于戊. 依前論. 顯乙甲戊角與己角等。廿九. 一. 卷 乙角與庚角等。則甲乙戊、己庚辛爲等角形。廿二. 一. 卷 是乙戊直景與甲乙表之比例。若庚辛景與己庚高。四. 六. 卷

三論. 第一圖之倒景曰. 權線在丙. 其己角、丁丙甲角、各與乙甲丙角等。廿九. 一. 卷 即自相等。丁角與庚角又等。則甲丁丙與己庚辛亦等角形。廿二. 一. 卷 是甲丁表與丁丙倒景之比例。若庚辛景與己庚高。四. 六. 卷 後論曰. 若權線在丁丙倒景邊內. 而分丁丙于戊. 依前論. 顯乙甲戊角與己角等。廿九. 一. 卷 即丁戊甲角與己角亦等。廿八. 一. 卷 丁角與庚角又等。則丁戊甲、己庚辛、爲等角形。廿二. 一. 卷 是甲丁表與丁戊倒景之比例。若庚辛景與己庚高。四. 六. 卷



注曰。前既論本篇第一題。日輪在四十五度。直景倒景皆與表等。在四十五度以上。直景小於表。在四十五度以下。表大于倒景。卽顯日輪在四十五度。各物在地平之景。與其物之高等。在四十五度以上。卽景小於物。在四十五度以下。卽景大于物。如上三圖可見。

第四題

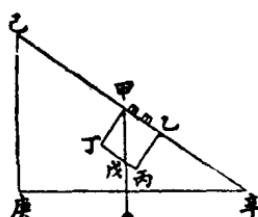
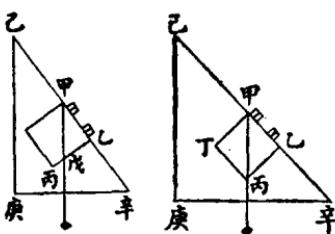
有物之景測物之高。

法曰。如前圖以矩度向日。甲耳在前。取日光透耳兩竅。以權線與矩度平直相切。任其垂下。細審所值何度。何分。若在十二度之中對角線上。則景與物必正相等。本篇第三題注。故量其景長。卽得其物高。若權線

在直景邊。卽景小於物。本篇第三數算法。則直景與表之比例。若

物之景與其高用三數法。以直景上所值度分爲第一數。以全表度十二爲第二數。以物景之度爲第三數。算之。卽所得數爲其物高。見後附三數算法。

注曰。欲測己庚之高。以矩度承日。審權線。如在直景乙戊得八度。正庚辛景三十步。卽以表度十二。庚辛三十五步。相乘得三百六十爲實。以乙戊八度爲法除之。得四十五。卽己庚之高四十五步。



若權線在倒景邊，卽景大于物。本篇三題注則表與倒景之比例，若物之景與其高，用三數法以表爲第一數，以倒景上所值度分爲第二數，以物景之度爲第三數，算之，卽所得數爲其物高。

注曰：欲測己庚之高，以矩承日，審權線，如在倒景丁戊，得七度五分度之一，庚辛景六十步，卽以丁戌七度五分度之一，庚辛六十步相乘，得二千一百六十爲實，以表度六十分爲法，除之，得三十六步，卽己庚之高三十六步。因權值有崎分五分度之一，故以分母五通七度，通作三十五分，以分子一從之，爲三十六分，其表度十二亦通作六十分，說見算家通分法。

第五題

有物之高測物之景。

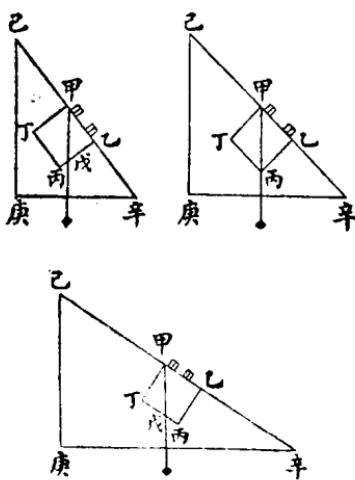
法曰：如前圖以矩度承日，審值度分，若權線在內，則景

與物等。本篇三題注

若權線在直景邊，卽物大于景。本篇三題注卽直景與表之

比例，若景與物反之，則表與直景。若物之高與其景，卷五系四之用三數法以表爲第一數，直景度分爲第二數，物高度爲第三數，算之，卽所得數爲景度。

右權線在倒景邊，卽物小于景。本篇三題法則表與倒景之比例，若景與物反之，則倒景與表。若物之高與其景，卷五

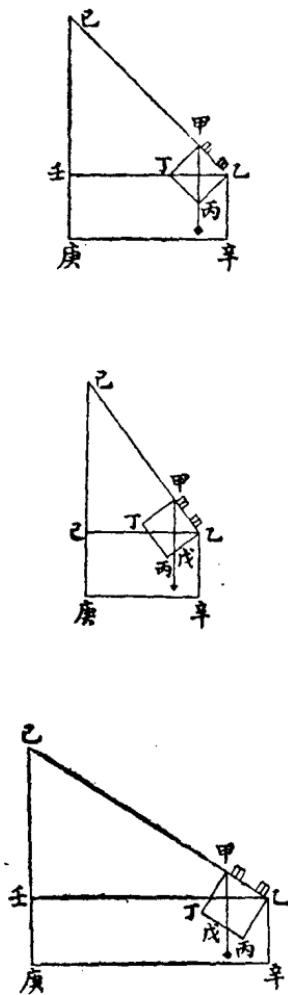


四、用三數法。以倒景度分爲第一數。表爲第二數。物高度爲第三數。算之。即所得數爲景度。

第六題

以目測高。

法曰。欲于辛目。測己庚之高。先用一有度分之表。與地平爲直角。以審目至足之高。次以矩度向物頂。



甲耳在前。目切乙後。而乙辛爲目至足之高。以權線與矩度平直相切。任其垂下。目切于乙不動。而以甲角稍移就物頂。令目光穿兩耳竅至物頂作一直線。如不能以目透通光耳中。只取細審權線值何度分。依前題論直景與表之比例。表與倒景之比例。皆若庚辛或等庚辛之乙壬。若自乙至壬作直線。
見一卷四。與己壬壬庚與乙辛等。觀上論三題及本圖自明。蓋三圖之甲乙丙、甲乙戊、甲丁戊各與其己

壬乙爲等角形，則量辛庚之度而作直景與表之比例，或作表與倒景之比例，皆若辛庚與三數法所求得之他數，即得己壬之高，次加自目至足乙辛之高，即得己庚之高。

注曰：如欲測己庚高，權線在直景，即以直景乙戊爲第一數，表爲第二數，庚辛爲第三數。若在倒景，即以表爲第一數，以丁戊倒景爲第二數，庚辛爲第三數，各算定，各加自目至足乙辛數，即得。

若權線不在丙，而有平地可前可却，即任意前却，至權線值丙而止，即不必推算，可知其高。

若辛不欲至庚，或不能，或爲山水林木屋舍，則用兩直景較算。其法依前用矩度向物頂，審權線在直景否。如在直景，即以所值度分，變作直景。本篇二題注次從辛依地平直線，或前或卻，任意遠近，至癸，仍用矩度向物頂，審權線在直景否。如在倒景，亦以所值度分，變作直景。本篇二題注次以兩直景度分相減之，較爲第一數，以表爲第二數，以辛癸大小兩相距之較爲第三數，依法算之，即得己壬之高，加自目至足乙癸，即得己庚之高。何者？兩相距之較與物之高，故下論。

