

高等学校教学用书·理论物理基础系列教程

2

分析力学

〔日〕 小出昭一郎 著
鲍 重 光 译
喀 兴 林 校

11
026
北京师范大学出版社

33211

7/9026

888279

33211
7/9026

高等学校教学用书

理论物理基础系列教程

第二册

分析力学

〔日〕小出昭一郎 著

鲍重光 译

喀兴林 校

北京师范大学出版社

高等学校教学用书
理论物理基础系列教程
第二册

分析力学

〔日〕小出昭一郎 著
鲍重光 译
喀兴林 校

北京师范大学出版社出版
新华书店总店科技发行所发行
北京通县燕山印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 5.5 字数: 125千

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数: 1—2 000

ISBN 7-303-00428-9/O·89

定价: 1.40元

原 序

物理学是理工科学生必不可少的基础课之一。因为理工科任何专业的基础必然与物理学有密切关系。理工科学生要想在学习专业课之后，再自学物理学，很难获得令人满意的结果。就是说，必须在大学一、二年级扎扎实实地掌握物理学的基础知识。

这样，最重要的就是同学们要有积极的学习热情。同时，需要有一本向学生们传授物理学知识、指导学生学习方法的入门书。这套《理论物理基础系列教程》正是为了起到以上作用而编辑的，这套书的编辑方针与以往教科书有很大差别。

力学和电磁学是所有与物理学有关的重要学科的基础。因此，大部分学校要在低年级学完此课程。但象流体力学则可以作为选修课开设，也可以由同学们自学。另外，还需要有大学二年级学历能够阅读的、内容充实的量子力学和相对论等教材。

编者基于这种观点，选择了物理学的基础课。编写了《理论物理基础系列教程》，这套丛书共10册。包括《力学》、《分析力学》、《电磁学》(上、下)、《量子力学》(上下)、《热力学与统计力学》、《弹性体与流体》、《相对论》及《物理用数学》等八个科目。所有这些科目不全是(日本)大学一、二级的课程，但各科目可以各自独立学习，力争做到大学一年或二年级的学生能够读懂。

在物理学教材中，往往有很多公式和现象，在期末考试之前，学生们常常要死记硬背，这不但掌握不了物理现象的本质，反而产生厌恶情绪。我们对这套教程的读者所应考虑的最重要问题，不是死记公式和现象，而是学会掌握事物本质的能力。

物理学相信一切事物都源于少数基本事实，而它们又遵循少

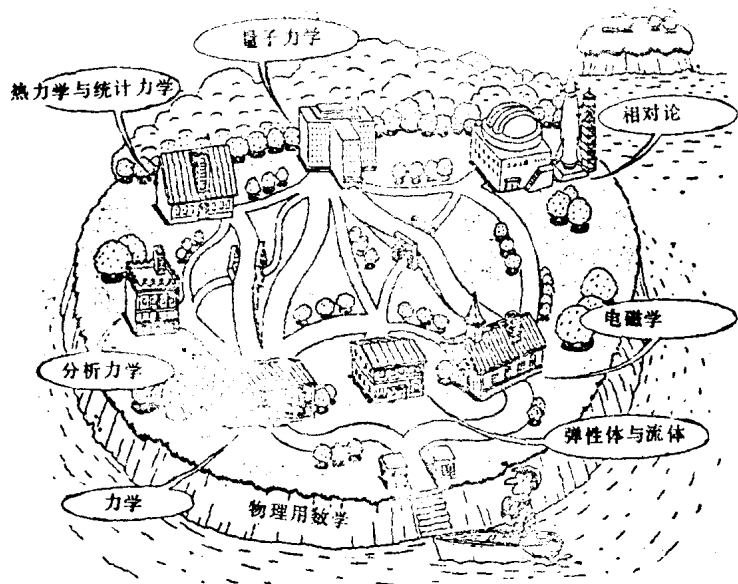
数基本定律,物理学求得这些定律.这些明确的基本事实和定律一定有助于同学们理解,在彻底理解的基础上,同学们通过自己自身的努力去摸索事物的本质,这就是所谓的“物理学的思考方法”。

不仅限于物理学,科学的每个领域,都要探求事物的本质,但由于物理学发展的比较早,基础部分成熟,可以看做一个典型例子.因此,掌握“物理学的思考方法”的能力,不仅对于将来钻研物理学的同学们,而且对于研究其它领域的同学都应该说是大有好处的。

在日常生活中,我们经常无意识地使用象时间、空间、力、压强、热量、温度、光等这样的物理学基本概念,物理学对这些日常使用的概念又重新给予了严格的定义,并与基本规律联系起来,物理学这样繁杂正是同学们厌烦的原因之一.但是,如果想根据基本事实和规律探索事物的本质,即使是日常感知的事物.也有必要详细弄清其实验的根据,重新明确与基本规律的关系,何况还涉及到超过我们日常体验的领域.例如,处理原子内部问题时,甚至有必要提出似乎与常识和直观相矛盾的新概念.因为物理学根据实验和观测不断扩大我们的经验世界,所以与其这样,倒不如改变常识和直观更有必要。

正如这样,用“物理学的思考方法”考虑事物,决不是很容易的事情.但是,如果采用正确的方法,是有可能掌握的.本教程的撰稿者们力求做到精选内容,所选的素材力争讲述通俗易懂,便于掌握.希望读者们和作者一起探求事物的本质.这样一来,自然而然地就能够学会“物理学的思考方法”.各卷篇幅都不大,不需要其它参考书就能读懂,但决不是简单的物理学摘要.希望读者认真阅读。

如上所述,因为各科目基本上可以独立阅读,所以根据需要,从哪个科目开始阅读都可以.但是,作为基本联系,可用图解的形式表示各科的相互关系。



从图的前面向里延伸的宽路，表示传统的路线，窄路则表示做为相关联的学科，可以共同阅读。例如，《弹性体与流体》是集中了现代风格的弹性力学和流体力学的，但与《电磁学》中的场的概念相关联。而作为场的经典理论，又可以与《相对论》加以对比，这一卷的波动部分，对于《量子力学》的理解也有帮助。另外，每卷都广泛涉及到数学，为不脱离物理学本身，同时阅读《物理用数学》是大有益处的。在整理这套《理论物理基础系列教程》之际，编者阅读了全卷的原稿，并向执笔者提出了各种要求，再三改稿。另外，不断采用了执笔者们的相互意见和岩波书店编辑部所提出的见解。今后在听取读者意见的同时，将进一步加以修正。

编者 户田盛和
中嶋贞雄

1982年 8 月

译 者 序

这套《理论物理基础系列教程》是根据日本岩波书店1982—1984年出版的《物理入门コース》(物理学入门教程)翻译而成。原教程的主编者是户田盛和与中嶋貞雄。本书在日本颇受欢迎,在全套书出齐之前,先出的几本已经重印了三四次。中译本根据我国习惯,定名为《理论物理基础系列教程》。

这套《系列教程》共十本,计有《力学》、《分析力学》、《电磁学》(上下)、《量子力学》(上下)、《热力学与统计力学》、《弹性体与流体》、《相对论》和《物理用数学》。各册篇幅不大,自成体系,而十本合起来又构成一个完整的整体。本书的起点相当低,有我国工科一年物理课基础的读者即可学习。但其达到的深度并不低,大体上只略低于我国综合性大学的理论物理各课的大纲要求,而在广度上则广于后者,并含有较多新鲜内容。

本书富有日本教材所独有的风格和特点:选材精炼;讲解简练而明快又不失科学性;系统经过精心安排,组织周密,突出重点,深入浅出。在引导读者逐步掌握正确概念方面有其独到之处,书中不乏精辟的论述和精采简捷的推导与证明,在不知不觉之中把读者带到较难深的境界。本书是我国高等学校理论物理较好的教学参考书,师范院校和成人教育院校可以直接采用作为课本。本书也是中学教师进修、工程技术人员知识更新和知识青年自学的理想读物。

本书的翻译工作由喀兴林、王锡绂、梁绍荣和任萍四人组成工作小组负责,他们担任组织译校、联系出版、保证译文质量和其它各项事务工作。本书的译校人员以北京师范大学和东北师范大学的人员为主,他们大多数都具有高级职称及多年的日文经

历。翻译工作以忠于原作为原则。

由于我们学识有限，加之译校人员众多，译文中容或有不当之处或彼此不甚统一之处，敬请各界读者指正，以便再版时修改。

喀兴林

1988年6月

前 言

经典力学的基础方程是质点的牛顿运动方程 $F=ma$ 。对于行星的运动和抛物体那样的场合，它可以原封不动地使用。但欲将其应用于更一般的力学体系时，不下一番功夫就不能最终解决问题。因此，本教程中确定了在第一卷《力学》中叙述的应用于“刚体”的方法和第八卷《弹性体与流体》中对“流体”的处理方法。与此相对，在本书中所处理的分析力学，不是象刚体力学或流体力学那样按照处理对象的性质来分类的。其对象是一般性的，方法是“分析的”、考察的，重点放在怎样数学化地描述系统的运动以及如何便于计算上。

为了描述运动，需要作为时间函数而变化的“坐标”。分析力学的最重要之处就是离开正交直线坐标（笛卡尔坐标）而自由地选定尽量方便的变数。这就是拉格朗日的广义坐标。在这样选择变数时，运动方程将变成怎样的形式？由于坐标的选取方法不同，方程的形式不同，每个问题一个个地考虑、推导，将是非常麻烦的。能将这样费功夫的工作一次完成，提供万能的、一般的处理方法的是拉格朗日方程。拉格朗日方程的优越之处在于只要选择适当坐标的话，在此之后就能够完全“机械式的”进行计算。在物理学当中最为困难的事情之一是在将自然现象数学形式化时，应当选择什么样的表示方法才好。拉格朗日的方法对力学轻易地闯过了这个难关。这才是利用数学的手段而“节约了思考”的典型例子，它受到厄恩斯特·马赫的称赞也是自然的。

然而，尽管说不管怎么机械式地使用都可以，但是象精确度极高的计算机那样，完全不懂道理地使用的话就会感到困难，发

生意想不到的错误。本书第一章的主要目的是说明如何由牛顿方程导出拉格朗日方程，在牢固地理解这一点之后，第二章涉及拉格朗日方程的实例，需要熟悉它们，达到自己能自由地使用的地步。

与这样将实用置于重点的拉格朗日力学相比，在第三章和第四章中展开的各种理论，毋宁说是形式上的议论，从解决力学问题的观点看，非常缺乏实用性。说不定对天文学的精密计算有用处，除去那样一部分专门的场合，可以说几乎没有什么实际的效益。但是，重新估价力学这个学科体系的逻辑框架，在构成经典力学，统计力学和量子力学间的桥梁方面，这样的考虑方法在历史上起过极重要的作用。在这个意义上，对于今后希望稍稍专门地学习物理学的人来说，是必须同时通过的关口。

在最后第五章，讨论再度回到具体的问题，采用的方法也是第一章和第二章中所展开的拉格朗日方程。读者即使略去第三章和第四章，从第二章进到第五章，也完全能够理解。在运动当中具有非常重要的微振动一般性理论在各个方面也有广泛的应用，所以，有志于工科和化学的读者，也希望务必以第五章为主进行学习。

当本书动笔时，就打算沿着这个教程的宗旨，使说明尽量明瞭易懂，尽可能用具体例子。但是，无奈拉格朗日和欧拉建立分析力学的目的是对于具体东西省去种种物理的(Physical)思考的劳累，使讨论更加畅快而数学化。所以，怎么也无法在内容上避免有许多形式的、数学的东西。考虑到读者要不停留在《力学》而进展到《分析力学》，具有习惯这种分析方法的愿望，所以若能够允许到目前这种程度的话，那将是十分荣幸的。马赫的“使用数学是为了思考的节约”的考虑方法，对于学文科的人来说说不定是不合情理的，然而这确实是正确的。此外，充分抽象和能见到数学形式的表现，如果能习惯的话，也将带有恰如其分的具体

性。对于不习惯的人来说，就连地图也是抽象的，即使看了也似乎不明白是什么。

有些地方插入的小故事是从科学史上摘下来的。知道在建立合理主义的结晶那样的物理学之时，西欧的人们与“神”是怎样决战的，那也是很有意思的。

谨对详细阅读本书原稿，给予许多有益指教的本教程编者户田盛和、中嶋贞雄两位先生表示深切的感谢。

小出昭一郎

1982年6月

理论物理基础系列教程
(共10册)

- 1 力学
- 2 分析力学
- 3 电磁学(上)
- 4 电磁学(下)
- 5 量子力学(上)
- 6 量子力学(下)
- 7 热力学与统计力学
- 8 弹性体与流体
- 9 相对论
- 10 物理用数学

33211
—
7/9026
书 号

888279
登记号

目 录

第一章 广义坐标和拉格朗日方程	(1)
§1-1 平面极坐标	(1)
§1-2 平面极坐标下的运动方程	(5)
§1-3 平面极坐标下的广义力	(7)
§1-4 广义坐标和广义力	(10)
§1-5 拉格朗日运动方程	(15)
§1-6 能量守恒定律	(21)
习 题	(24)
第二章 拉格朗日方程与约束	(26)
§2-1 约束条件和广义坐标	(26)
§2-2 拉格朗日方程的例子	(31)
§2-3 依存于时间的约束条件	(36)
§2-4 回转坐标系与洛仑兹力	(40)
§2-5 耗散函数	(45)
§2-6 欧拉角	(47)
习 题	(51)
第三章 变分原理	(53)
§3-1 欧拉方程	(53)
§3-2 哈密顿原理	(59)
§3-3 最小作用原理	(63)
§3-4 与费马原理的比较	(68)
习 题	(70)
第四章 正则方程和正则变换	(72)
§4-1 广义动量和循环坐标	(72)
§4-2 哈密顿正则方程	(74)
§4-3 相空间内的运动	(79)

§4-4	刘维定理	(83)
§4-5	泊松括号	(86)
§4-6	简谐振子的相空间	(90)
§4-7	正则变换 I	(95)
§4-8	正则变换 II	(98)
§4-9	哈密顿-雅可比方程	(103)
	习 题	(109)
第五章	力学体系的微振动	(110)
§5-1	双摆	(110)
§5-2	平衡点与拉格朗日函数	(114)
§5-3	简正振动和简正坐标 I	(117)
§5-4	简正振动和简正坐标 II	(119)
§5-5	分子的振动	(123)
§5-6	晶格振动	(130)
§5-7	连续体的振动	(134)
	习 题	(137)
	附录	(138)

第一章 广义坐标和拉格朗日方程

为了描述力学体系的运动，往往使用其它变数较之于正交直线坐标（笛卡儿坐标）更为方便。在这样的场合，拉格朗日方程是非常有用的。这是由于可以不必为矢量化为分量形式的方法去费脑筋，就可机械地列出方程。本章的目的就在于弄清楚，怎样由牛顿运动方程导出这种便利而且实用的处理方法。

§1-1 平面极坐标

让我们从最简单的、单个质点的平面运动开始讨论。表示质点位置的最普通的是使用正交直线坐标（也叫笛卡儿坐标）的方法；如果是平面的情形，能确定 x 轴和 y 轴的话就可以了。这样一来，设质量为 m ，力的 x 、 y 分量分别为 F_x 、 F_y 时，牛顿运动方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y, \quad (1.1)$$

如果力是具有势能 $U(x, y)$ 的保守力，则可表示为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad (1.2)$$

在熟知的抛物运动的场合，除非特殊情况，将坐标轴取在水平方向和铅直方向是方便的。若取水平方向为 x 轴，铅直向上方向为 y 轴时，可以表示为 $U = mgy$ ；因为不包含 x ，所以 $F_x = 0$ ；由

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \frac{dv_x}{dt} = 0$$

直接能够得到 $mv_x = \text{恒量}$ 。

如果使用动量 $\mathbf{p}$ 的话, 根据 $\frac{d}{dt}\mathbf{p}_x=0$, 就能够得到 $p_x=\text{恒量}$.

在力为有心力的情况, 势能仅为原点 (取力心为原点) 与质点的距离

$$r=\sqrt{x^2+y^2} \quad (1.3)$$

的函数 $U(r)$ 与表示连接原点与质点的线段 (称为矢径) 的方向的角度 θ 无关. 这时的力为

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{dU}{dr} \frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{dU}{dr} \frac{x}{r} = -\frac{dU}{dr} \cos\theta$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{dU}{dr} \frac{\partial r}{\partial y} = -\frac{dU}{dr} \frac{y}{r} = -\frac{dU}{dr} \sin\theta$$

一般情况下, F_x 也好, F_y 也好, 都存在 (图1-1). 但是, 将力 $\mathbf{F}$ 分解为矢径方向和与矢径垂直方向上的分量时,

$$F_r = F_x \cos\theta + F_y \sin\theta = -\frac{dU}{dr} \quad (1.4)$$

$$F_\theta = -F_x \sin\theta + F_y \cos\theta = 0$$

得到 $F_\theta = 0$. 那么, 如同由 $F_x = 0$ 立刻可导出 $p_x=\text{恒量}$ 一样, 由 $F_\theta = 0$ 能够导出什么结果来呢? 在后面的 §1-2 将讲到, 加速度 $\mathbf{a}$ 的分量为

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$$

所以根据 $F_\theta = ma_\theta = 0$ 有

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 2r\dot{r}\dot{\theta} + r^2\ddot{\theta} = r(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0$$

即能导出 (图1-2):

$$r^2\dot{\theta} = r v_\theta = \text{恒量} \quad (1.5)$$

这表示**面积速度** ($rv_\theta/2$) **恒定原理**, 已如第一卷《力学》的 4-3 节所述. 这样一来, 关于 θ 分量运动方程的积分一次就能完成, 使用这个(1.5)的关系, 可由矢径分量的运动方程 $ma_r = F_r$ 中消去 θ , 得到仅含 r 和 t 的微分方程.

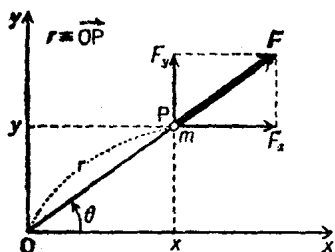


图1-1 力为斥力的场合

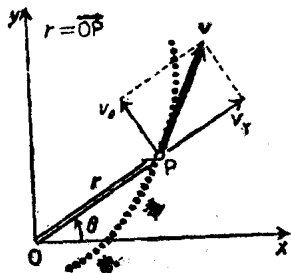


图1-2

为了由运动方程来决定运动，需要进行积分，一般说来，这不是件容易的事情。其原因在于，多个变数（ x 和 y 或者 r 与 θ 等）相互依存的情况很多。如果能够尽可能地将它们分离开，而且能将方程中尽可能多的部分表示为 $d(\dots)/dt=0$ 的形式，那么就可以直接积分。为此，即使在笛卡儿坐标下，也有必要注意坐标轴的选取，如果是有心力的话，采用极坐标更为合适。

进而言之，在运动当中，多数是诸如沿着某个平面，或者在球面上那样地附加有约束条件。关于这一点将在第二章中详细论及。基于上述理由，作为今后使用笛卡儿坐标以外的坐标的准备，在此首先稍微仔细地对平面极坐标做些考察。

在二维的情况下，笛卡儿坐标与普通的方格坐标纸相对应。

“ $y=\text{常数}$ ”表示与 x 轴平行的直线；每次少许改变这个常数（例如说每次1mm），一次次地引直线的话，就能得到间隔为1mm的平行直线族。同样，“ $x=\text{常数}$ ”构成与 y 轴平行的直线族。这样形式的方格坐标纸，为了指定位置，如果精度到mm为止，则只要说出在哪条横线和哪条纵线的交点就可以了。京都和札幌的城市规划就是建立在这样的考虑方法之上，通过东西和南北的街道名称，就能够指定位置。京都市的四条河原町就是四条大街与河原町大街的交叉点，是京都第一的繁华区。

与此相对应，东京的城市规划则是极不完善，呈现出平面极