

美国中学数学竞赛试题及题解

编译

(美国数学奥林匹克竞赛预赛题) (1971~1980)

上海市育才中学朱鉴清



33.6
65

译 者 的 话

这本小册子收集了 1971~1980 年美国中学数学竞赛的试题与答案。解题是学习数学的关键,通过解答经过细致设计的题目,可以提高学生学习和研究数学的兴趣。一道道好的数学题目,就象一把把钥匙,可以打开学生一扇扇智慧的大门。

美国中学数学竞赛 1950 年初开始时仅限于纽约一地。1957 年由美国数学协会等组织联合发起,扩大到美国全国。现在,美国的这种数学竞赛实际上已是一个国际性的比赛,参加者除了美国外,还有加拿大、英国、爱尔兰、澳大利亚、卢森堡、比利时、匈牙利、意大利、波多黎各、牙买加等。

美国中学数学竞赛中的考题采用选择题,题目由美国数学协会选定,印刷,然后邮寄到各校。考试在同一日期举行。考题采用选择题的目的是培养学生的分析能力和简化评分过程。选择题有独特的评分方法。竞赛规定时间为 90 分钟,考题共 30 题,平均每题 3 分钟。每题下面有 5 个供选择的答案,一对四错。考生选对一个解答可得 4 分,选错了扣 1 分,不选则不得分也不扣分。空白试卷给底分 30 分,全错则扣去 30 分,得零分。如全对,则加 120 分,得满分 150 分。竞赛结束后,各学校按考试分数分别评定名次,并由美国数学协会统一掌管光荣册的登记工作。考满 100 分或以上者,都可载入光荣册。光荣册不仅是一种荣誉,也是大学录取学生的重要依据,大学数学专业可根据光荣册选拔学生。第 31 届竞赛是去年 3 月 4 日举行的,有十几个国家地区的 45,424 名选手参加。256 人满 100 分,约

占 0.06%。在 31 年的竞赛历史中,只有 22 人得过满分。去年 5 月 24 日,我们曾采用美国 1980 年度中学数学竞赛试题对上海市育才中学高一年级的“数学爱好者协会”的 28 名会员作了一次测试,结果得 100 分的有 2 人,占总数 7%;得 90~99 分的有 5 人,得 80~89 分的有 9 人。除个别人得 60 分外,其他都在 70 分以上。

美国中学数学竞赛还是美国数学奥林匹克的预赛。通过中学数学竞赛,选出约 100 名左右选手举行美国数学奥林匹克竞赛,再从中选出参加国际数学奥林匹克竞赛的选手。

1981 年度第 23 届国际数学奥林匹克竞赛的东道国是美国。时间是 1981 年 7 月 13 日~14 日。国际数学奥林匹克委员会主席格雷泽教授于去年 2 月发信邀请我国参加,我国数学会已于去年 5 月复信同意。国际数学奥林匹克竞赛一共有六道试题。竞赛分两个半天进行,每天各试三题,限四小时半交卷。

本书汇集了 1971~1980 年十年中的美国中学数学竞赛的试题与答案,可作为中学生的课外读物,也可供中学数学教师作教学参考书及课外兴趣小组的辅导材料。

在本书校订过程中曾得到南京邮电学院工程系主任郭祥沅副教授和暨南大学生物系陈式穆副教授的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于本人水平有限,在翻译过程中难免有错,如有不当之处,欢迎大家指出。

1981 年 2 月

目

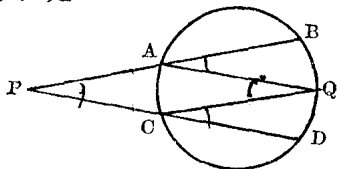
录

1971 年美国中学数学竞赛试题	1
1972 年美国中学数学竞赛试题	8
1973 年美国中学数学竞赛试题	15
1974 年美国中学数学竞赛试题	23
1975 年美国中学数学竞赛试题	29
1976 年美国中学数学竞赛试题	35
1977 年美国中学数学竞赛试题	42
1978 年美国中学数学竞赛试题	48
1979 年美国中学数学竞赛试题	54
1980 年美国中学数学竞赛试题	61
1971 年美国中学数学竞赛试题解答	68
1972 年美国中学数学竞赛试题解答	74
1973 年美国中学数学竞赛试题解答	83
1974 年美国中学数学竞赛试题解答	94
1975 年美国中学数学竞赛试题解答	101
1976 年美国中学数学竞赛试题解答	108
1977 年美国中学数学竞赛试题解答	115
1978 年美国中学数学竞赛试题解答	122
1979 年美国中学数学竞赛试题解答	129
1980 年美国中学数学竞赛试题解答	137

1971 年美国中学数学竞赛试题

第一部分(每题 3 分)

- 数 $N = 2^{12} \times 5^8$ 的数字位数是
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 20
- 若 b 个人 c 天砌 f 块砖, 那么 c 个人用相同的速度砌 b 块砖需要的天数是
(A) fb^2 (B) b/f^2 (C) f^2/b (D) b^2/f (E) f/b^2
- 在直角坐标系中, 点 $(x, -4)$ 位于点 $(0, 8)$ 和 $(-4, 0)$ 的连接线上, 那么 x 等于
(A) -2 (B) 2 (C) -8 (D) 6 (E) -6
- 储在财政委员会中的存款每年有 5% 的单利, 某童子军在存了两个月后共有存款 255.31 美元, 其利息存款是若干美元加上以下数量的美分
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 21 (E) 31
- 如图所示, A, B, Q, D, C 在圆上, 量得弧 $\widehat{BQ}$ 和 $\widehat{QD}$ 分别是 42° 和 38° . $\angle P$ 和 $\angle Q$ 的和是
(A) 80° (B) 62° (C) 40°
(D) 46° (E) 这些都不对
- 令 $*$ 表示下列一切非零实数集 S 的二进位运算的符号: 对于 S 中任何二个数 a 和 b , $a * b = 2ab$, 那么下列叙述中有一条是错的, 它是
(A) 在 S 上, $*$ 是可交换的



- (B) 在 S 上, $*$ 是可结合的
 (C) 在 S 中, $1/2$ 对于 $*$ 是一个恒等元素
 (D) 对于 $*$, S 的每一个元素有一个相反数
 (E) 对 S 中元素 a 的 $*$, $\frac{1}{2a}$ 是一个相反数

7. $2^{-(2k+1)} - 2^{-(2k-1)} + 2^{-2k}$ 等于

- (A) 2^{-2k} (B) $2^{-(2k-1)}$ (C) $-2^{-(2k+1)}$ (D) 0 (E) 2

8. $6x^2 + 5x < 4$ 的解集是包括如下所有 x 值的集

- (A) $-2 < x < 1$ (B) $-\frac{4}{3} < x < \frac{1}{2}$
 (C) $-\frac{1}{2} < x < \frac{4}{3}$ (D) $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > -\frac{4}{3}$
 (E) $x < -\frac{4}{3}$ 或 $x > \frac{1}{2}$

9. 一条皮带安装在半径是 14 英寸和 4 英寸的两只皮带轮上 (皮带紧绷且不相交), 若皮带和两只轮子切点间的距离是 24 英寸, 那么两轮圆心间的距离 (英寸) 是

- (A) 24 (B) $2\sqrt{119}$ (C) 25 (D) 26 (E) $4\sqrt{35}$

10. 有 50 个女孩, 她们的肤色是白的或浅黑色的, 眼睛则是蓝色的或褐色的。若有 14 个是蓝眼睛白肤色, 31 个是浅黑肤色, 18 个是褐色眼睛, 那么褐色眼睛浅黑皮肤的女孩有

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

第二部分 (每题 4 分)

11. 以 a 进位的数 47 与以 b 进位的数 74 相同, 假定 a 、 b 都是正整数, 那么写成罗马数字 $a+b$ 的最小可能值是

- (A) XIII (B) XV (C) XXI (D) XXIV
 (E) XVI

12. 两个或两个以上的整数除以 N (N 为整数, $N > 1$), 如果所

得的余数相同且都是非负数, 则数学上定义这两个或两个以上的整数为同余。若 69, 90 和 125 对于某个 N 是同余的, 那么对于同样的 N , 81 同余于

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

13. 若 $(1.0025)^{10}$ 计算精确到 5 位小数, 那么第五位小数的数字是

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 8

14. $(2^{48}-1)$ 可以被在 60 和 70 之间的二个整数所整除, 这二个整数是

(A) 61, 63 (B) 61, 65 (C) 63, 65 (D) 63, 67
(E) 67, 69

15. 一只放在水平桌上的长方形鱼缸, 宽 10 英寸, 高 8 英寸。当鱼缸倾斜时, 里面的水正好形成 $8'' \times 10''$ 的面, 但仅仅遮住了长方形底部的四分之三。当底部回复到水平位置时, 水的深度是

(A) $2\frac{1}{2}''$ (B) $3''$ (C) $3\frac{1}{4}''$ (D) $3\frac{1}{2}''$ (E) $4''$

16. 一个学生在求出 35 个分数的平均数后, 他粗心地把这个平均数和 35 个分数混在一起, 求出了这 36 个数的平均数。第二个平均数和正确的平均数的比值是

(A) 1:1 (B) 35:36 (C) 36:35 (D) 2:1
(E) 这些都不对

17. 一个圆盘被 $2n$ 条相等间隔的半径 ($n > 0$) 和一条割线所分割。这个圆盘能够被分成的不交迭区域的最大数目是

(A) $2n+1$ (B) $2n+2$ (C) $3n-1$ (D) $3n$
(E) $3n+1$

18. 一条河有每小时 3 英里的恒定流速。一只汽船用恒定的速

度顺流行 4 英里再返回原地, 总共需 1 小时(不计船调头的
时间)。顺流速度与逆流速度的比是

(A) 4:3 (B) 3:2 (C) 5:3 (D) 2:1 (E) 5:2

19. 若直线 $y = mx + 1$ 和椭圆 $x^2 + 4y^2 = 1$ 相交于一点(相切),
那么 m^2 的值是

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

20. 方程 $x^2 + 2hx = 3$ 的根的平方和是 10, h 的绝对值等于

(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2 (E) 这些都不对

第三部分(每题 5 分)

21. 若 $\log_2[\log_3(\log_4 x)] = \log_3[\log_4(\log_2 y)] = \log_4[\log_2(\log_3 z)]$
 $= 0$, 那么 $x + y + z$ 的和等于

(A) 50 (B) 58 (C) 89 (D) 111 (E) 1296

22. 若 w 是方程 $x^3 = 1$ 的一个虚根, 那么积 $(1 - w + w^2)(1 + w - w^2)$
等于

(A) 4 (B) w (C) 2 (D) w^2 (E) 1

23. A 、 B 两队正进行一系列的比賽。若两队中任何一队赢得
一盘的机会是均等的, 但为了在一系列比賽中获胜, A 队必
须赢 2 盘, B 队必须赢 3 盘。那么 A 队获胜的可能性是

(A) 11 比 5 (B) 5 比 2 (C) 8 比 3 (D) 3 比 2 (E) 13 比 6

24. 如图, 帕斯卡三角形是一个正整数

的阵列, 其中第一行是 1, 第二行是

两个 1, 每行以 1 开始和结尾, 在

任何一行中第 k 个数(当它不是 1

时)是前面一行第 k 个数与第 $(k-1)$

个数的和。在前 n 行中, 不是 1 的数字的数目与 1 的数目

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

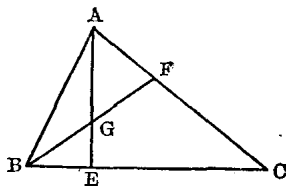
的商是

- (A) $\frac{n^2-n}{2n-1}$ (B) $\frac{n^2-n}{4n-2}$ (C) $\frac{n^2-2n}{2n-1}$
 (D) $\frac{n^2-3n+2}{4n-2}$ (E) 这些都不是

25. 一个年龄在十三至十九岁之间的孩子把他自己的年龄写在他父亲年龄的后面。从这个新的四位数中, 减去他们年龄差的绝对值得到 4289。他们年龄的和是

- (A) 48 (B) 52 (C) 56
 (D) 59 (E) 64

26. 在三角形 ABC 中, F 点分 AC 边成 1:2 的比。设 E 是 BC 边和 AG 的交点, 其中 G 是 BF 的中点。那么 E 分 BC 边成的比是



- (A) 1:4 (B) 1:3 (C) 2:5 (D) 4:11 (E) 3:8
27. 一个盒子中装有许多木片, 分别是红的, 白的或蓝的。蓝木片的数目至少是白木片数目的一半, 至多是红木片的三分之一。白的或蓝的数目至少是 55。红木片的极小值是
- (A) 24 (B) 33 (C) 45 (D) 54 (E) 57
28. 九条直线平行于一个三角形的底边, 分其他各边成为 10 个相等的线段, 同时将面积分为 10 个不同部分。若这些部分中的最大面积是 38, 那么原三角形的面积是
- (A) 180 (B) 190 (C) 200 (D) 210
 (E) 240
29. 已知数列 $10^{\frac{1}{11}}, 10^{\frac{2}{11}}, 10^{\frac{3}{11}}, 10^{\frac{4}{11}}, \dots, 10^{\frac{n}{11}}$ 。使数列的前 n 项的乘积超过 100000 的最小正整数 n 是
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

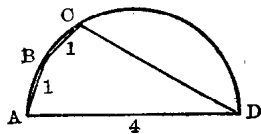
30. 已知 x 的线性分式变换为 $f_1(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ 。对于 $n=1, 2, 3, \dots$ 定义 $f_{n+1}(x) = f_1[f_n(x)]$ 。假定 $f_{35}(x) = f_5(x)$, 则 $f_{28}(x)$ 等于

- (A) x (B) $\frac{1}{x}$ (C) $\frac{x-1}{x}$
(D) $\frac{1}{1-x}$ (E) 这些都不对

第四部分(每题 6 分)

31. 四边形 $ABCD$ 内接于一个以长度为 4 的 AD 边作为直径的圆中。若 AB 和 BC 的长度各为 1, 那么 CD 边长为

- (A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
(C) $\sqrt{11}$ (D) $\sqrt{13}$



- (E) $2\sqrt{3}$

32. 若 $S = (1+2^{-\frac{1}{32}})(1+2^{-\frac{1}{16}})(1+2^{-\frac{1}{8}})(1+2^{-\frac{1}{4}})(1+2^{-\frac{1}{2}})$ 那么 S 等于

- (A) $\frac{1}{2}(1-2^{-\frac{1}{32}})^{-1}$ (B) $(1-2^{-\frac{1}{32}})^{-1}$ (C) $1-2^{-\frac{1}{32}}$
(D) $\frac{1}{2}(1-2^{-\frac{1}{32}})$ (E) $\frac{1}{2}$

33. 若 n 个数形成几何级数, P 是它们的乘积, S 是它们的和, S' 是它们的倒数的和, 那么以 S, S' 和 n 来表示, P 为

- (A) $(SS')^{\frac{1}{2}n}$ (B) $(S/S')^{\frac{1}{2}n}$ (C) $(SS')^{n-2}$
(D) $(S/S')^n$ (E) $(S'/S)^{\frac{1}{2}(n-1)}$

34. 某厂一只普通的钟走得慢了, 以至要每 69 分钟分针才能与时针在通常钟面位置(如 12 点钟等等)上相遇一次。支付给一个工人每小时 4.00 美元, 超过规定的时间则每小时

6.00 美元。工人按该慢钟做完规定的 8 小时工作日后, 应额外付给工人

- (A) \$2.30 (B) \$2.60 (C) \$2.80
(D) \$3.00 (E) \$3.30

35. 由半径递减的圆组成一个无限序列, 其中每一个圆与它后一个圆以及一个已知直角的两边相切。第一个圆的面积和序列中所有其他圆的面积之和的比是

- (A) $(4+3\sqrt{2}):4$ (B) $9\sqrt{2}:2$
(C) $(16+12\sqrt{2}):1$ (D) $(2+2\sqrt{2}):1$
(E) $(3+2\sqrt{2}):1$

1972 年美国中学数学竞赛试题

第一部分(每题 3 分)

1. 四个三角形 I、II、III、IV 的三边长以英寸为单位分别是

$$\text{I} \quad 3, 4, 5 \quad \text{II} \quad 4, 7\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}$$

$$\text{III} \quad 7, 24, 25 \quad \text{IV} \quad 3\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}$$

在这四个三角形中, 直角三角形只有

- (A) I 与 II (B) I 与 III (C) I 与 IV
(D) I、II 与 III (E) I、II 与 IV

2. 若一商人进货价便宜 8%, 而售价保持不变, 那么他的利润(按进货价而定)可由目前的 $x\%$ 增加到 $(x+10)\%$, $x\%$ 是
(A) 12% (B) 15% (C) 30% (D) 50% (E) 75%

3. 若 $x = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ 其中 $i = \sqrt{-1}$, 那么 $\frac{1}{x^2-x}$ 等于

- (A) -2 (B) -1 (C) $1+i\sqrt{3}$ (D) 1 (E) 2

4. 对于 $\{1, 2\} \subseteq x \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 关系式(其中 x 是 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集), 解的数目是

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 这些都不对

5. 在 $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 8^{\frac{1}{8}}, 9^{\frac{1}{9}}$ 中, 最大的和次大的数按顺序为:

- (A) $3^{\frac{1}{3}}, 2^{\frac{1}{2}}$ (B) $3^{\frac{1}{3}}, 8^{\frac{1}{8}}$ (C) $3^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}$ (D) $8^{\frac{1}{8}}, 9^{\frac{1}{9}}$
(E) 这些都不对

6. 若 $3^{2x} + 9 = 10(3^x)$, 那么 (x^2+1) 的值是

(A) 只为 1 (B) 只为 5 (C) 1 或 5 (D) 2 (E) 10

7. 若 $yz:zx:xy=1:2:3$, 那么 $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx}$ 等于

(A) 3:2 (B) 1:2 (C) 1:4 (D) 2:1 (E) 4:1

8. 若 $|x - \log y| = x + \log y$, 其中 x 和 $\log y$ 是实数, 那么

(A) $x=0$ (B) $y=1$ (C) $x=0$ 与 $y=1$

(D) $x(y-1)=0$ (E) 这些都不对

9. Ann 和 Sue 各买了一盒同样的信笺盒。Ann 用她买的写了一些一张信纸的信, Sue 用她买的写了一些三张信纸的信。Ann 用掉了所有的信封但余下 50 张信纸, 而 Sue 用掉了所有的信纸但余下 50 张信封。每个盒子中装有的信纸张数为

(A) 150 (B) 125 (C) 120 (D) 100 (E) 80

10. 对于实数 x , 不等式 $1 \leq |x-2| \leq 7$ 等价于

(A) $x \leq 1$ 或 $x \geq 3$ (B) $1 \leq x \leq 3$ (C) $-5 \leq x \leq 9$

(D) $-5 \leq x \leq 1$ 或 $3 \leq x \leq 9$

(E) $-6 \leq x \leq 1$ 或 $3 \leq x \leq 10$

第二部分(每题 4 分)

11. 方程 $x^2 + y^2 - 16 = 0$ 和 $x^2 - 3y + 12 = 0$ 有一公共实数解, 那么 y 的值是

(A) 只是 4 (B) -7, 4 (C) 0, 4 (D) y 无解

(E) y 的所有值

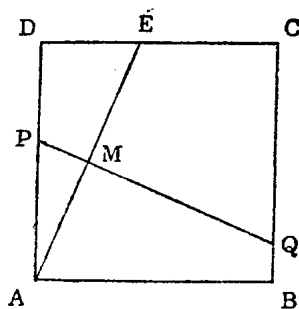
12. 一立方体体积的立方英尺数等于它表面积的平方英寸数, 则它棱长的英尺数为

(A) 6 (B) 864 (C) 1728 (D) 6×1728 (E) 2304

13. 正方形 $ABCD$ (如图) 的边长为 12 英寸, 于其中作线段 AE , E 在 DC 边上, DE 长 5 英寸。 AE 的垂直平分线分

别与 AE 、 AD 和 BC 相交于 M 、 P 和 Q ，线段 PM 和 MQ 的比是

- (A) 5:12 (B) 5:13
(C) 5:19 (D) 1:4
(E) 5:21



14. 三角形的两角分别为 30° 和 45° ，若 45° 角所对的边长是 8，那么 30° 角所对的边长是

- (A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{3}$
(D) $4\sqrt{6}$ (E) 6

15. 一承包商估计他所雇用的两个泥工中，一个砌一垛墙需 9 小时，另一个需 10 小时。他从经验中知道若让他俩一起工作，每小时的砌砖总量将减少 10 块。由于任务紧迫，他让两人一起工作，结果正好 5 小时砌完这垛墙，所砌墙的砖数是

- (A) 500 (B) 550 (C) 900 (D) 950 (E) 960

16. 在 3 和 9 之间插入二个正数，使得前三个数成几何级数而后三个数成算术级数。这二个正数的和是

- (A) $13\frac{1}{2}$ (B) $11\frac{1}{4}$ (C) $10\frac{1}{2}$ (D) 10 (E) $9\frac{1}{2}$

17. 一条绳子被任意割成两段，较长的一段至少是较短的一段的 x 倍的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{x}$ (C) $\frac{1}{x+1}$ (D) $\frac{1}{x}$ (E) $\frac{2}{x+1}$

18. 梯形 $ABCD$ 的一条底边 AB 是另一条底边 DC 的二倍， E 是二条对角线的交点。若对角线 AC 长 11，那么 EC 长等于

- (A) $3\frac{2}{3}$ (B) $3\frac{3}{4}$ (C) 4 (D) $3\frac{1}{2}$ (E) 3

19. 数列 $1, (1+2), (1+2+2^2), \dots, (1+2+2^2+\dots+2^{n-1})$

前 n 项之和用 n 来表示是

- (A) 2^n (B) $2^n - n$ (C) $2^{n+1} - n$ (D) $2^{n+1} - n - 2$
(E) $n \cdot 2^n$

20. 若 $\operatorname{tg} x = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$, 其中 $a > b > 0$ 且 $0^\circ < x < 90^\circ$, 那么 $\sin x$ 等于

- (A) $\frac{a}{b}$ (B) $\frac{b}{a}$ (C) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2a}$ (D) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2ab}$
(E) $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$

第三部分 (每题 5 分)

21. 若右图中角 A, B, C, D, E 和 F 的度数之和是 $90n^\circ$, 那么 n 等于

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
(E) 6

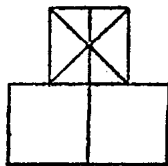
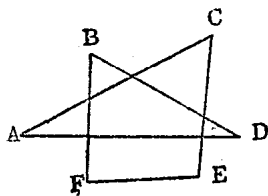
22. 若 $a \pm bi$ ($b \neq 0$) 是方程 $x^3 + qx + r = 0$ 的虚根, 其中 a, b, q 和 r 是实数, 那么用 a, b 表示, q 为

- (A) $a^2 + b^2$ (B) $2a^2 - b^2$ (C) $b^2 - a^2$ (D) $b^2 - 2a^2$
(E) $b^2 - 3a^2$

23. 右图示出由 3 个单位的正方形组成的对称图形。包含这个图形的最小圆的半径是

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{1.25}$ (C) 1.25

- (D) $\frac{5\sqrt{17}}{16}$ (E) 这些都不对



24. 一个人以匀速走一段路。若他每小时走快 $\frac{1}{2}$ 英里, 他走这段路只需要原时间的五分之四; 若他每小时走慢 $\frac{1}{2}$ 英里, 那他走这段路得多花 $2\frac{1}{2}$ 小时, 他走的这段路程的英里数是

(A) $13\frac{1}{2}$ (B) 15 (C) $17\frac{1}{2}$ (D) 20 (E) 25

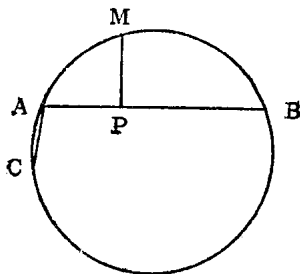
25. 圆内接四边形的边长依次为 25、39、52 和 60。这个圆的直径长度为

(A) 62 (B) 63 (C) 65 (D) 66 (E) 69

26. 在右图的圆中, M 是弧 CAB 的中点, MP 垂直弦 AB 于 P 。若弦 AC 的长度是 x , 线段 AP 的长度是 $(x+1)$, 那么

线段 PB 的长度等于

(A) $3x+2$ (B) $3x+1$
(C) $2x+3$ (D) $2x+2$
(E) $2x+1$



27. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 64 平方英寸, 边 AB 和 AC 的等比中项(比例中项)是 12 英寸, 那么 $\sin A$ 等于

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{8}{9}$ (E) $\frac{15}{17}$

28. 一个直径是 D 的圆盘放在宽度是 D , 并有 8×8 方格的棋盘上, 两者中心重合。棋盘上的方格完全被圆盘所覆盖的数目是

(A) 48 (B) 44 (C) 40 (D) 36 (E) 32

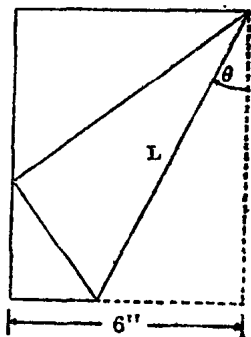
29. 若 $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, $-1 < x < 1$, 那么 $f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right)$ 用

$f(x)$ 来表示是

- (A) $-f(x)$ (B) $2f(x)$ (C) $3f(x)$ (D) $[f(x)]^2$
(E) $[f(x)]^3 - f(x)$

30. 一张宽是 6 英寸的长方形纸按图所示加以折迭, 使得一角与对边接触。用角 θ 来表示, 折痕 L 长度的英寸数是

- (A) $3\sec^2\theta \csc\theta$ (B) $6\sin\theta \sec\theta$
(C) $3\sec\theta \csc\theta$ (D) $6\sec\theta \csc^2\theta$
(E) 这些都不对



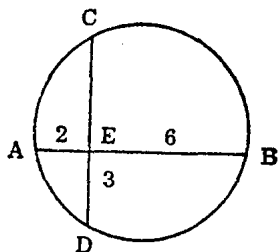
第四部分 (每题 6 分)

31. 2^{1000} 除以 13, 余数是

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 7 (E) 11

32. 在右图的圆中, 弦 AB 、 CD 相交于 E 且互相垂直。若线段 AE 、 EB 和 ED 的长分别是 2, 6 和 3, 那么圆的直径长度是

- (A) $4\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{65}$ (C) $2\sqrt{17}$
(D) $3\sqrt{7}$ (E) $6\sqrt{2}$



33. 以三个不同的非零数字 (十进位)

组成的三位数, 除以这三个数字之和, 所得商的最小值是

- (A) 9.7 (B) 10.1 (C) 10.5 (D) 10.9 (E) 20.5

34. Dick 年龄的三倍加上 Tom 的年龄等于 Harry 年龄的二倍, Harry 年龄的立方的二倍等于 Dick 年龄立方的三倍加上 Tom 年龄的立方。他们的年龄是互为质数的, 他们年龄的平方和是

- (A) 42 (B) 46 (C) 122 (D) 290 (E) 326