

工商管理硕士研究生入学考试辅导教材系列丛书
核心内容阐述 典型例题精析 实战高分突破 历年命中率高

2004

工商管理硕士研究生入学考试

● MBA 联考教程 ●

综合能力·数学

编写 MBA联考教程编写组



机械工业出版社
China machine Press

工商管理硕士研究生(MBA)入学考试

联考教程

综合能力·数学

编写 MBA 联考教程编写组



机械工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

工商管理硕士研究生入学考试应试教程. MBA 联考. 数学分册/MBA 联考教程编写组编写.

-北京:机械工业出版社,2003.7

ISBN 7-111-10318-1

I. 工... II. M... III. 数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 032038 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮编:100037)

责任编辑:王春雨 刘鑫

责任校对:刘 鑫

封面设计:胡东华

责任印制:何全君

保定市华泰印刷厂印刷

机械工业出版社出版发行

2003 年 7 月第 2 版 第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16 26.25 印张 412 千字

定价:31.00 元

©版权所有 违法必究

凡购买本书,如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

前言

在 MBA 联考中,数学无疑是最难的一科,但是数学又是最容易得高分的科目,也是拉开差距最大的科目,几乎所有考生都在数学上投入了很大的精力。在数学的复习中,对几个问题的认识很重要:

1. “题型训练”参加过联考的同学都知道,很多时候并非你不知道知识点,而是没见过那种题型,一不小心就做错了。这是由于 MBA 数学考试的题型是和我们以往接触到的考试的题型都不一样,考生还不熟悉这种题型,所以有必要在掌握知识点的基础上,多做各种题型的训练。

2. “书半功倍”:很多人说方法得当就会“事半功倍”,但在这里所强调的却是“书半功倍”,目前市场上有各种版本的复习用书,但要找一本讲解详细、难度适中、题型仿真的复习用书却很难。所以说,选择一本好书至关重要。而本书由 MBA 联考教程编写组编写,真正做到帮助广大考生以最小的时间投入,掌握应该掌握的知识,获得最好的分数。真正做到“事半功倍”、“书半功倍”。

3. 平和的心态:从复习备考到报名、笔试到面试是一个漫长的过程,一定要保持平和心态,不能操之过急,要按部就班、合理有序的复习。

本书覆盖了 MBA 联考大纲中所有知识点,结构合理、条理清晰,每一部分包括以下版块:

1. 知识点详解

对考生必备的知识进行了简明的总结,针对 MBA 考生,可以用最短的时间,掌握最必要的知识。

2. 巩固与提高

本部分选编了一些经典试题,这些题目一般没有采用 MBA 考试的题型,但是对考生巩固复习的基础知识很有帮助。

3. 经典题型

本部分题目是辅导班的各科老师在各地授课时根据考生需求精心编制而成的,完全符合 MBA 考试的特点,难度与 MBA 真题相当,或稍高于真题,这对考生备考极有帮助。

4. 真题回顾

本部分题目是选自近三年 MBA 考试真题,由资深老师编写解析。这可以帮助考生熟悉真题,熟悉答题时的思维方法。

总之,只要考生在备考中坚定信念,认真备考,循序渐进,合理使用本书一定会在第一阶段的复习中达到目的,顺利从容地进入第二阶段的复习。

MBA 联考教程编写组

目 录

第一篇 考试要求及应试技巧

第一章 考试大纲说明	(1)
第二章 考题分析与预测	(6)
第三章 如何培养自身的解题应试能力	(8)

第二篇 初等数学

第一章 绝对值、比和比例、平均值	(12)
§1 绝对值	(12)
§2 比和比例	(20)
§3 平均值	(31)
第二章 代数式的运算、方程和不等式	(34)
§1 代数式运算	(34)
§2 方程	(38)
§3 不等式	(48)
第三章 排列、组合与二项式定理	(54)
第四章 数列	(63)
第五章 常见的几何图形	(74)
§1 平面几何	(74)
§2 空间几何体	(81)

第三篇 微 积 分

第一章 函数、极限、连续	(85)
§1 函数	(85)
§2 极限与连续	(90)
第二章 一元函数微分学	(109)
§1 导数与微分	(109)
§2 应用	(126)
第三章 一元函数积分学	(141)
§1 不定积分	(141)

§ 2 定积分	(153)
§ 3 无穷区间的广义积分(反常积分)	(167)
第四章 多元函数微分学	(172)
§ 1 偏导数与全微分	(172)
§ 2 应用	(183)

第四篇 线性代数

第一章 行列式	(190)
§ 1 n 阶行列式	(190)
§ 2 n 阶行列式的性质	(196)
§ 3 n 阶行列式的计算	(199)
§ 4 克莱姆(Cramer)法则	(211)
第二章 线性方程组	(214)
§ 1 n 维向量	(214)
§ 2 线性方程组	(227)
第三章 矩 阵	(246)
§ 1 矩阵及其运算	(246)
§ 2 矩阵的逆	(257)
第四章 矩阵的特征值和特征向量	(273)
§ 1 特征值与特征向量的概念及计算	(273)
§ 2 特征值与特征向量的性质及相似矩阵	(280)

第五篇 概率论

第一章 事件与概率	(286)
§ 1 随机现象与统计规律性	(286)
§ 2 样本空间与事件的运算	(288)
§ 3 古典概型	(291)
第二章 条件概率与独立性	(295)
§ 1 条件概率	(295)
§ 2 独立性	(300)
第三章 随机变量	(314)
§ 1 离散型随机变量	(314)
§ 2 连续型随机变量及其密度函数	(320)
§ 3 分布函数	(324)
§ 4 随机变量的数字特征	(329)

第六篇 附 录

附录 A 2000 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(336)
---	-------

附录 B	2000 年全国在职攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(349)
附录 C	2001 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(363)
附录 D	2001 年全国在职攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(375)
附录 E	2002 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(385)
附录 F	2003 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题及解析	(397)

第一篇 考试要求及 应试技巧

第一章 考试大纲说明

一、考试科目

1. 初等数学:初等代数
2. 微积分:一元函数微积分、多元函数微分学
3. 线性代数
4. 概率论

1

二、试卷结构

1. 内容比例
 - (1) 初等数学 约 25%
 - (2) 微积分 约 30%
 - (3) 线性代数 约 20%
 - (4) 概率论 约 25%
2. 题型比例
 - (1) 选择题 40%
 - (2) 填空题 18%
 - (3) 计算题 42%

三、考试内容

(一) 初等数学

考试范围:

绝对值,比和比例,平均值,代数式运算,方程,二项式定理,数列.

考试要求:

绝对值的概念,绝对值的运算法则,比和比例的概念及它们的性质,算术平均值和几何平均值.

整式和分式的运算.

解一元一次方程,解二元一次方程组,解一元二次方程,一元二次方程根与系数的关系.

解一元一次不等式,解一元二次不等式.

二项式定理.

常见的几何图形.

等差数列的概念及计算,等比数列的概念及计算.

试题主要以选择题的形式出现.

(二) 微积分

1. 函数、极限、连续

考试范围:

函数,初等函数,极限,连续与间断.

考试要求:

函数的概念及其表示法,函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

反函数、复合函数、隐函数、分段函数的概念.

基本初等函数的性质及其图形(幂函数、指数函数、对数函数),初等函数的概念,常见初等函数及其图形(直线、抛物线、三次曲线、指数曲线、对数曲线).应用问题的函数关系的建立.

数列极限与函数极限的概念,函数的左极限与右极限,无穷小和无穷大的概念,极限的性质与四则运算.

函数连续与间断的概念,初等函数的连续性,闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理).

考生应熟练地掌握各种求极限的方法及连续函数的概念.

2. 一元函数微分学

考试范围:

导数及其计算,二阶导数,微分,导数应用.

考试要求:

导数的概念,变化率与切线斜率,曲线的切线方程和法线方程,函数的可导性与连续性的关系,基本初等函数的导数公式,导数的四则运算,复合函数、反函数和隐函数的导数,二阶导数的概念及计算,微分的概念和运算法则.

函数的单调性及其判定,极值概念及其判定,函数图像的凹凸性及其判定,拐点及其判定,函数的最大值和最小值及其应用.

这是历年常考的考点,试题的主要类型是:

- ① 求复合函数、隐函数的导数;
- ② 利用导数的定义求解相关问题;
- ③ 极限、连续与可导,利用导数的定义求极限、左右导数;
- ④ 用导数及函数的单调性证明不等式;
- ⑤ 利用导数求最大(小)值;
- ⑥ 判断单调性,凸凹性.

3. 一元函数积分学

考试范围:

不定积分及其计算,不定积分的换元积分法和分部积分法,定积分的概念,定积分的计算,定积分的应用,无穷区间的广义积分.

考试要求:

原函数与不定积分的概念,不定积分的基本性质,基本积分公式,不定积分的换元积分法(凑微分法和变量置换法,分部积分法).

定积分的概念和基本性质,牛顿—莱布尼兹公式,定积分的换元积分法和分部积分法,用定积分计算平面图形的面积.

无穷区间的广义积分的概念和计算.

试题的主要类型是:

- ① 计算各种类型的不定积分;
- ② 计算定积分;
- ③ 求变上限积分所确定函数的导数;
- ④ 用定积分计算平面图形的面积.

4. 多元函数的微分学

考试范围:

多元函数的偏导数和全微分,多元函数的极值和条件极值.

考试要求:

多元函数的概念,多元函数的偏导数的概念及计算,多元复合函数的偏导数,隐函数的偏导数,二阶偏导数,全微分的概念和计算,求二元函数的极值(包括必要条件和充分条件),条件极值的拉格朗日乘数法(不讨论充分条件),极值的应用.

试题的主要类型是:

- ① 计算多元函数(复合函数、隐函数)的偏导数和二阶偏导数;
- ② 计算多元函数全微分;

③ 求多元函数的极值和条件极值.

(三) 线性代数

考试范围:

行列式, 矩阵, 向量, 向量组的线性相关性和无关性, 矩阵的秩, 线性方程组.

考试要求:

行列式的概念, 基本性质和计算方法, 克莱姆法则.

矩阵的概念, 矩阵的加法、数乘和乘法的计算及性质, 特殊矩阵(单位阵, 对角阵, 三角阵, 对称阵) 的性质和计算, 逆矩阵的概念、性质及计算, 矩阵的初等变换及性质.

向量的概念, 向量组的线性相关性和线性无关性的概念及其判断, 向量组的最大线性无关组和秩的概念及求法. 矩阵的秩的概念及求法.

齐次线性方程组的基础解系及求解, 非齐次线性方程组解的结构及求解.

其中, 矩阵、向量组的线性相关与线性无关及向量组的秩是考试重点. 试题类型主要是:

① 线性方程组(包括齐次和非齐次) 有解的充要条件;

② 求线性方程组的通解;

③ 用伴随矩阵求逆矩阵;

④ 矩阵的运算, 求逆矩阵;

⑤ 矩阵的行列式, 求伴随矩阵;

⑥ 求矩阵的秩;

⑦ 判断向量组是否线性相关;

⑧ 向量组的线性表示;

⑨ 极大线性无关组的计算.

(四) 概率论

考试范围:

随机事件, 事件之间的关系和运算, 概率及其性质, 条件概率与独立性, 全概公式与贝叶斯公式.

随机变量及其概率分布, 随机变量函数的概率分布, 随机变量的数字特征, 重要概率分布.

离散型二维随机向量, 离散型二维随机向量的数字特征.

考试要求:

随机事件的概念, 样本点与样本空间, 事件的包含与相等、事件的并, 事件的交, 事件的差, 互不相容事件, 对立事件, 事件运算的交换律、结合律、分配律、德摩根律.

古典概型, 概率的古典定义, 完备事件组, 加法公式, 条件概率、乘法公式、事件的独立性, 全概率公式, 贝叶斯公式.

随机变量的概念, 离散型随机变量的概率函数, 连续型随机变量的概率密度, 随机变量的分布函数, 随机变量的数学期望、方差和标准差, 数学期望和方差的性质, $0-1$ 分布, 二项分布, 泊松分布, 均匀分布, 指数分布, 正态分布, 伽玛分布, 对数正态分布.

随机向量的概念,离散型二维随机向量的联合分布及其分量的边缘分布,随机变量的独立性,两个离散型随机变量和的分布,随机向量的期望向量,随机变量的和与积的数学期望与方差,离散型随机变量的协方差和相关系数,随机向量的协方差矩阵和相关矩阵.

考试重点是概率的古典定义的计算、条件概率、几种常见的随机变量的分布函数、数学期望、方差和标准差的相关计算.

四、考试时间

MBA 入学考试为笔试,时间为 3 个小时.

第二章 考题分析与预测

一、试题内容与结构分析

MBA 数学试题的结构历年来基本固定,下表是 2000 年 MBA、2000 年 EMBA、2001 年 MBA、2001 年 EMBA、2002 年 MBA 的考题内容:

	初等数学							微积分			线性代数				概率论
	代数						几何	极限与连续	导数与微分及应用	积分	行列式	线性方程组	向量相关性	矩阵及运算	事件的运算及概率的求法、条件概率等
	比和比例	数列	绝对值	排列组合二项式	根与系数的关系	不等式	其他								
2000 年 MBA	6	2		2	2		11	6	4	16	5	15	2		11
2000 年 EMBA	8	4		6	2	2	2	4	6	26	5	5	4	2	9
2001 年 MBA	8	4	2	4	2	2	2		20	2	8	2	8	2	26
2001 年 EMBA	10	2	2	6	2	2		15	18		2	2	2	10	26
2002 年 MBA	10	2	2	6	4			2	23		6	2	8		24

由此表我们可以看出,MBA 的数学学习题的考点也是相对稳定的,初等数学内容一般放在选择题部分,同时,比和比例、导数与微分及应用,线性方程组,矩阵及运算,概率论等知识点每年的考分比重均很大,应引起考生注意.

二、2003 年考题预测

1. 初等数学

比和比例将占 6% ~ 8%.

数列(等差数列和等比数列)的计算,二项式展开式,非负数以及一元二次方程的根与系数的关系将各占约 2%.

初等代数的其他内容如函数的定义域,函数的性质,解不等式等将占 2% 左右.

2. 微积分

极限与连续将占 4%,两个重要极限以及夹逼法、单调有界法的应用经常是轮换考查,还要注意分段函数的连续性.

导数与微分将约占 18% 左右,其中隐函数的导数,函数的极值、拐点,分段函数的导数

等是常考内容.

积分部分将占 8% 左右,而且积分与导数的关系将会成为重要考点.

多元函数微分学约占 8%.

3. 线性代数

行列式的计算将有一题,占 2% ~ 6%.

与解方程有关的题约占 16%,这里包括解线性方程组,矩阵及其运算等.

4. 概率论约占 24% 左右,包括事件的运算,条件概率公式,贝叶斯公式等.

以上预测仅供参考,内容划分也是粗线条的,因为数学题的内容常常交叉联系.

考生在全面复习的基础上抓重点,这才是应试的最佳途径.

三、复习应试的几点建议

1. 系统复习,掌握基本内容

本篇所指考试范围和考试要求,对基本概念、定理和公式,进行系统地复习,掌握基础知识和基本技能.在全面复习的基础上,有针对性地钻研常考的考点.

2. 把握重点,灵活运用

在全面复习的基础上,对重点和难点再侧重复习,但不要钻偏题、难题和怪题,MBA 的考试内容和题型都很正规.要灵活运用所学知识解决问题,特别注意培养综合应用题的解题能力,要做到在理解的基础上记忆和应用.

3. 熟悉考试要求,做好练习题

在复习时,一定要多做习题,这有利于提高考生的应试和解题能力以及临场发挥水平.

4. 通过做模拟试题发现薄弱环节,巩固复习成果.

第三章 如何培养自身的 解题应试能力

一、MBA 数学命题的特点

1. 重视对基础概念、基本原理、基本方法的考查

数学是有严密逻辑体系的知识系统,各部分内容有机联系组成一个整体结构,因此对基础考查不仅要考查对知识的记忆,而且还注重在理论基础上的应用以及各部分知识点间的联系.

2. 注意试题的新颖性

为了选拔优秀人才,真实地反映考生的数学能力,克服数学教学中的死记硬背和题海战术等不良现象,试题在稳定的前提下不断创新,要求考生能独立思考,创造性地分析问题和解决问题,题型新颖但强调基础知识的作用,以考纲为命题根据,对教材中的例题或习题作适当的变形和引申,打破以往的固定模式,使问题以崭新的形式出现.

3. 加强了对能力的考查

数学考试主要考查“运算能力、逻辑推理能力、空间想像能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力”.这是数学本身的特点决定的.

运算能力:是一种基本能力,不仅会根据法则、公式正确地进行运算,而且要理解算理,也能够根据题目的要求和条件寻求合理、简捷的运算途径,运算熟练、迅速、准确.

逻辑推理能力:数学命题对逻辑推理能力的考查包括会观察、比较、分析、综合、抽象和概括,会用归纳、演绎和类比进行推理,会用简明的数学语言对数学问题进行表述.要求考生在洞察的前提下进行简化运算,实际上是逻辑推理能力与运算能力的综合.逻辑能力是数学能力的核心,也是考查的重点.

空间想像能力:空间想像能力是对空间图形进行处理的能力.考查空间想像能力首先要求考生根据题设条件正确地想像画出空间图形,将复杂图形分解为简单图形,在此基础上确定图形中基本元素及相互位置关系,然后再进行计算或进行判断.

分析问题和解决问题的能力:与运算能力、逻辑思维能力和空间想像能力相比较,分析问题和解决问题的能力在能力考查中是最高层次的能力.它不仅要求考生理解一些数学概念,掌握一些数学规律,熟练的计算技巧,更重要的是利用这些数学知识创造性地解决现实生活中的实际问题.

二、数学答题中所反映的问题

1. 基础知识不扎实,基本技能不熟练

从前面的数学的命题特点可以看到,考研数学特别注重基础知识的考查,不仅选择题和填空题所占的分数的比值较大,而且在解答题中也特别重视基础知识的结合.但从近年来的阅卷情况看,考生在答卷中所暴露出来的基础知识不扎实、基本技能不熟练的问题是很严重的.

反映了某些考生基本概念不清楚,基本运算不正确,基本方法没掌握,数学能力还不强.其次,考生用在选择题和填空题上的时间较多,以至于在后面解计算题时没有足够的时间进行思考,或者答题不全.特别是遇到背景新颖的问题时便束手无策,突出反映了考生能力的差距.会而不对,对而不全的现象普遍存在.

2. 运算能力不强

数学运算包括了概念、判断、公式、推理以及方法等一系列知识和技巧的综合应用.从历年考试的情况来看,造成考生运算错误多的原因有三点,一是粗心,二是方法不当,三是缺少判断能力.

我们常常听到一些考生在考完后感叹某些题的解题思路正确,只是计算有误,这是最令人惋惜的事情.运算能力是数学的主要任务之一,它实际上也是一种综合能力.有些试题需根据题设条件与正确的推理论证紧密结合在一起才能进行简便计算,如果不认真分析,盲目计算,势必会增加计算量,出现错误的机率就更大了.

3. 逻辑推理不严谨,答题规范程度不高

数学试题主要由选择题、填空题、解答题三部分组成,对于选择题、填空题的答题规范比较明了,容易掌握,但是考试中的解答题因为是按步给分,要求写出推理论证和计算过程,但由于部分考生在答题时表达不清,思维跳跃,以偏概全,把特例当作一般,以致影响成绩.

三、建立科学合理的知识结构

1. 做好总结,编织科学的知识网络

在复习中,要通过总结,编织科学的知识网络,以求融会贯通、透彻理解,既便于记忆贮存,又便于应用时随时提取.

2. 通过总结掌握解决数学问题的方法

总结数学中解决问题的基本思路和方法,重点放在最有价值的常规方法的应用上,特别是每章知识所给出的解决问题的一般方法.

3. 通过总结揭示知识之间的内在联系

数学是一个有机的整体,各章节及各分支都分别有各自的系统,然而它们之间又都存在着密切的联系,在一定条件下可以互相转化.

四、解题的思想方法

处理数学问题,实质就是新问题向旧问题的转化、复杂问题向简单问题的转化,实现未知问题向已知问题的转化,通常将待解决的问题经过一次或多次转化,直到归结为已解决或易解决的问题,从而获得解答.

1. 陌生问题应尽量转移到熟悉的问题

例 1 设实数 x, y 适合等式 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0$, 则 $x + y$ 的最大值为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $2\sqrt{3}$
(D) $3\sqrt{2}$ (E) $3\sqrt{3}$

解 (1) 此题求 $x + y$ 的最大值是我们不太熟悉的,因为要求把 $x + y$ 视为一个整体,问题就有些复杂.

(2) 原等式作等价变形,得

$$\sqrt{3}(x + y) = 6 - (x - 2y)^2$$

即 $(x + y) = \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 2y)^2$

(3) 由于 $(x - 2y)^2 \geq 0$, 因此当 $x + y$ 取得最大值时, $(x - 2y)^2$ 必定要取得最小值,反之亦然.

(4) $\because (x - 2y)^2$ 的最小值是 0, $\therefore x + y$ 的最大值是 $\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$, $\therefore$ (C) 正确.

2. 复杂问题应尽量分解为简单问题

例 2 甲、乙两选手进行乒乓球单打比赛,甲选手发球成功后,乙选手回球失误的概率为 0.3. 若乙选手回球成功,甲选手回球失误的概率为 0.4,若甲选手回球成功,乙选手再次回球失误的概率为 0.5,试计算这几个回合中,乙选手输掉 1 分的概率.

解 此问题粗看比较复杂,经过了几个回合,我们把它分解成简单的问题.

(1) 题设甲发球成功.

(2) 用 A_i 表甲第 i 次回球成功;用 B_i 表乙第 i 次回球成功.

(3) 则乙输掉 1 分这事件可表示为:

$$\bar{B}_1 + B_1 A_1 \bar{B}_2$$

(4) 注意到 $\bar{B}_1 + B_1 A_1 \bar{B}_2$ 是互不相容的,所以