

SHUXUE MEISHI CHENG

数学美食城

◎ 王志雄 / 著



民主与建设出版社

图书在版编目(C I P)数据

数学美食城 / 王志雄著, - 北京: 民主与建设出版社, 2000. 1

ISBN 7-80112-289-5

I. 数… II. 王… III. 数学-普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 69792 号

责任编辑	闵 建
封面设计	孙 岩
出版发行	民主与建设出版社
电 话	(010)65275953
社 址	北京东城区东厂胡同 1 号
邮 编	100006
印 刷	山东省高唐印刷有限责任公司
开 本	850×1168 1/32
印 张	24
字 数	522 千
版 次	2000 年 1 月第 1 版 2000 年 5 月第 2 次印刷
书 号	ISBN 7-80112-289-5/G·161
定 价	36.00 元

注: 如有印、装质量问题, 请与出版社联系。

前 言

“王者以民为天，而民以食为天”(《汉书·酈食其传》)，这句话已流传两千年了。

斗转星移，沧海桑田，人们依然视“食”为头等大事。

人类为了生存与发展，“食”须臾不可离。这食，既有物质食粮，也有精神食粮。

但人类即将进入新一个世纪，新一个千年，已不再满足于粗茶淡饭。虽不一定得钟鸣鼎食、水陆杂陈，甚而满汉全席，但也得力求卫生、营养，尽可能美味佳肴。

数学，这一人类自其文明之始也就须臾不可离的精神食粮，也许是较难加工烹制，因此也是较有争议的一类精神食粮。有人视如“食之无味、弃之可惜”的鸡肋；有人视如文火能熬出高汤，硬啃实在难有所获的股骨；有人视如王母娘娘的蟠桃琼浆，虽然名贵，但没有齐天大圣的本事，终究无福消受……

这些话，不能说毫无根据，但绝没有反映出问题的全部实质。

数学，作为一类精神食粮，几千年来，滋养着人类文明，它自身也得到长足的发展。只要烹调得当，它还是人们卫生、营养、可口，甚而是令人垂涎的精神食粮。

笔者试从数学中加工、烹制 108 道各具特色的美酿佳肴,奉请读者朋友品尝。

本套书共分五辑。

第一辑——数学宫闱记趣。在这一辑中,我们介绍了一些数学家的雅号,一些数学定理的别称,介绍了一些与数学有关的、具有独特个性的人物(他们中,有的是帝王、有的是画家、有的是僧人、有的是化学家……也有的是家庭主妇、“凡夫俗子”),介绍了一些有趣的、比较初等的数学知识,讲述了一些鲜为人知的数学故事。本辑如一碟碟开胃小菜,让读者朋友在轻松闲逸之暇,正式入席之前,先品尝一下,或能增进食欲。

第二辑——数学选美纵横。在这一辑中,我们从一场众说纷纭、也颇具影响的“数学定理选美大赛”讲起,对 24 名“数学佳丽”逐一介绍、评说、鉴赏。并借助一些典型的、大多是中学生熟知的数学问题,适当展开讨论,赏析数学的简单美、含蓄美、和谐美、协调美、统一美、对称美、形式美、悲剧美、精确美、模糊美、奇胥美。本辑将如佐餐助兴之醇酒,激发起读者朋友对数学的兴趣,提高审美力。

第三辑——名家珍言集粹。在这一辑中,我们对一些名家用英文写成的、有关数学的珍言,分类整理,并全译成中文。这些语言凝炼、含义深刻、富于哲理、广泛流传的名言,能使读者更深入地了解数学的实质、功用与方法,了解数学与艺术的联系,数学内各分支的关系。

本辑如烹制菜肴时必不可少的佐料、调味与食雕,能使“数学大餐”突显其色、香、味。

第四辑——奇思妙解详析。在这一辑中,我们精心设计了一些典型问题,通过题意的缕析,逐渐撩开其使人迷惘的面纱,借助有效的技巧方法,攻克其层层防线。它是本“美食城”的特色主菜。有大众性食品的精制,也有名贵珍希食品的加工;有毒海豚、毒蛇的处理,也有拼盘的搭配。我们呈献在读者朋友面前的每一道菜,力求营养不流失——初等数学中一些重要的解题思想、方法、技巧,尽可能完整地体现在各节之中。

第五辑——待解难题寻踪。初等数学中有许多至今尚未完全解决的问题。有的是数学大师悬赏多年,犹名花无主;有的是笔者竭思无门,求教读者朋友。这些问题在向我们挑战,是鉴别我们的解题能力的试金石。它们对于有志创新、勇于开拓的读者朋友,具有很强的诱惑力。正如数学家、控制论的奠基者维纳(N. Wiener, 1894~1964年)说的:“数学家只有通过试图解决一些超过他的力量所能及的问题,才能学会怎样将他的这些力量充分地加以利用”,本辑给读者朋友提供了丰富的研究素材。它将如酒足饭余的酽茶,给读者朋友留下余韵久远的回味。

当然,全书各辑的内容,难免有些是相互渗透:前几辑也有一些未解决的问题,后几辑也“借题发挥”,介绍了一些数学趣闻,数学之美在各辑中随处可见……然而,各节基本上是独立成文。讲述时偶尔用到其他节的

知识,或在内容上与其他节的内容有联系,我们都加注说明。因此,读者朋友可随时、随意、任选一节阅读。

对于只想“浅尝辄止”的读者朋友,尽可把本书当“闲书”看。本书主要讲数学,也涉猎不少其他学科的知识。本书提及的人物达 600 余人,大多数是数学家,也有不少的非数学家。本书的许多篇幅是可“漫不经心”地对待的。

当然,这样做,难免会有“入宝山、饱眼福、空手返”之憾。记住哈尔莫斯(Halmos)说的:

The only way to learn mathematics is to do mathematics.

(学习数学的惟一方法是做数学。)

在阅读本书时,自己动脑、动手,使每一个细节都理解透彻,将会有更大的受益。本书编排了一些练习,提供给读者朋友测验自己对相关知识、方法的掌握程度。

美食城中的各色菜肴,仅只眼观、鼻闻,是难饱口腹的。动手、动口亲尝,才能切实领略个中滋味。若能捉摸出“烹制”技巧、方法,那么,这儿的特色名菜,将会成为你的“家常便菜”,随时端上你的餐桌,供你享用。

本书从构思、材料收集、整理、写作到润饰,得吾妻李秀玉女士之帮助与支持良多。特志。

书中疵误,尚祈读者朋友不吝赐正。

笔者谨识

1999.9.9

于厦门集美

目 录

第一辑 数学宫闱记趣

1. 雅号别称显个性	2
2. 新娘僧人百牛祭	10
3. 突兀空留后世名	17
4. 良辰美景总虚设	28
5. 精于算学第一君	36
6. 协力同行为华族	42
7. 命短岂为天公憎	49
8. 人微言轻理不当	54
9. 挂一漏万老鼻祖	61
10. 鞋匠刀具多奥秘	67
11. 画家巧构三分角	76
12. 雷动击冲不破碎	84
13. 扫眉才子知多少	92
14. 大师不惜试牛刀	100
15. 数学独钟年轻人	108
16. 山僧不解数甲子	117
17. 敢访匡庐六朝僧	122

18. 仙风道骨有鸡犬	127
19. 符瑞昭明应天地	134
20. 虽有紫烟知几尺	140
21. 智商高低慢自诩	146
22. 平凡等式建奇功	152
23. 精确接吻费思量	157
24. 无限旅馆好经营	167
25. 靓女故友孰能忘	174
26. 南风一扫胡尘静	177
27. 春归犹有芳菲处	183
28. 宇宙沙多亦可数	191
29. 绝非空想拉不懂	196

第二辑 数学选美纵横

30. 数学选美大开张	208
31. 提名佳丽身世谈	213
32. 众说纷纭评靓女	220
33. 朴实清秀底蕴深	231
34. 兼容并包相协美	243
35. 天地大美不自言	256
36. 蛤蟆未必爱天鹅	264
37. 修短合度胜铅华	270
38. 病梅独逞曲靥疏	281
39. 诗中有题题中诗	288
40. 形偏体斜实对称	296
41. 对称可用不可恃	301

42. 即便悲剧也是美·····	308
43. 无数不具个性美·····	312
44. 春来还发旧时花·····	321
45. 卷舒开合任天真·····	329
46. 模糊月色别样美·····	334

第三辑 名家珍言集粹

47. 见仁见智说数学·····	340
48. 越俎珍羞胜老庖·····	346
49. 宇宙名誉建筑师·····	351
50. 未能盖棺可论定·····	355
51. 知行糅合堪讲究·····	361
52. 善学贵在乐勤高·····	370
53. 庐山秀出南斗旁·····	377
54. 数学艺术一家春·····	382
55. 数学一体不可分·····	388
56. 经典几何美且惠·····	395
57. 盘马弯弓惜不发·····	400
58. 明观细察能顿悟·····	404
59. 数学心脏费护持·····	410

第四辑 奇思妙解详析

60. 胜境未必在险峰·····	418
61. 莫道昆明池水浅·····	424
62. 运气恰在拐角处·····	429

63. 羽扇纶巾谈笑间·····	433
64. 非非是是非亦是·····	440
65. 火眼金睛透面具·····	443
66. 蠢鱼无奈神算何·····	449
67. 云深不知师去处·····	455
68. 以此类推多歧路·····	462
69. 麻雀虽小穴位多·····	467
70. 美味蘑菇拿破仑·····	479
71. 倒行逆施亦通途·····	490
72. 善点鸳鸯偕鸾俦·····	495
73. 相反相成好聚首·····	499
74. 画图绝妙无人知·····	504
75. 舍帅不惜为赢棋·····	512
76. 知难善退求致胜·····	519
77. 描红临摹学进退·····	526
78. 乱花渐欲迷人眼·····	531
79. 多少楼台烟雨中·····	541
80. 百口难辩因一言·····	549
81. 妙趣意深麦卡锡·····	553
82. 何处春江无月明·····	560
83. 一将倾心得连城·····	567
84. 凭借物理上青云·····	574
85. 能令金距期胜负·····	580

第五辑 待解难题寻踪

86. 果子好吃树难栽·····	588
------------------	-----

87. 剑客何止尺子功·····	592
88. 终须一个土馒头·····	597
89. 数列重排多奇观·····	603
90. 老手长遗万花迷·····	608
91. 重赏之下斗智勇·····	618
92. 蓬门薄醪待君来·····	624
93. 不尽话题多米诺·····	633
94. 蜗舍同息天地宽·····	640
95. 奇外无奇更出奇·····	646
96. 反序容易相知难·····	652
97. 谁解贾宪金三角·····	657
98. 等差数列非凡庸·····	665
99. 不惟貌相察其形·····	670
100. 伪劣素数亦难处·····	679
101. 完全未必真完全·····	685
102. 亲和一团有几人·····	691
103. 三斜数组深莫测·····	696
104. 和积等式不等闲·····	704
105. 等和积幂待妙构·····	711
106. 循环待求阻重深·····	717
107. 路在咫尺九难关·····	720
108. 席散打包有佳肴·····	728
部分人名索引·····	737

第一輯

数学宫闱记趣

1. 雅号别称显个性

不少数学家,除他的本名外,还有各自的雅号;一些数学定理,也有其别称。这些雅号与别称成了数学界的美谈趣话,它们如空穴来风,有其深刻的背景,充分显露数学家的个性与数学定理的特色。

披露其背景,不仅是有趣的,而且也能加深我们对数学家与数学定理的了解。

欧几里得(Euclid,公元前 330~前 275 年)被誉为“几何学之父”。他的著作《几何原本》,流传之广、影响之深,确是无与伦比的。直至本世纪的中学几何课本,写法基本上还是仿照《几何原本》。

阿基米德(Archimedes,公元前 287~前 212 年)被誉为“数学之神”。他确定了许多几何形体的表面积与体积,他所使用的方法在两千年后发展成积分学。仅此一点就可以看出,他的数学思想超越了多么辽远的时空,与“神”何异?

刁番图(Diophantus, 246~330 年)被称为“代数学之鼻祖”。我们将在“挂一漏万老鼻祖”这一节中介绍他。

韦达(Viete, 1540~1603-12-13)被称为“代数学之父”。他发现了代数方程的根与系数的关系:若 n 次代数方程

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0 \quad (a_0 \neq 0)$$

的 n 个根是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 则这 n 个根中取 i ($1 \leq i \leq n$) 个的积, 所有可能的积之和等于 $(-1)^i a_i / a_0$, 即

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

.....

$$x_1x_2 \cdots x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$$

这就是中学生们熟知的韦达定理。他又被称为“法兰西的阿波罗尼斯”，因为他深入地研究过古希腊几何学家阿波罗尼斯 (Apollonius, 公元前 262 ~ 前 190 年) 提出的问题: 在平面上任意给出三个点, 或三条直线, 或三个圆, 或点、直线、圆的组合的任三者, 求作一个圆, 使过给定的点, 或与给定的直线、圆相切。他曾在西(班牙)法(国)战争中, 破译了复杂的西班牙密码。

德国数学家魏尔斯特拉斯(K. T. W. Weierstrass, 1815 - 10 - 31 ~ 1897 - 02 - 19) 被誉为“现代分析学之父”。他创立了实数理论, 使微积分学有了坚实的基础, 数学分析成为严密的逻辑系统。

德国女数学家诺特(A. E. Noether, 1882 - 03 - 23 ~ 1935 - 04 - 14) 被誉为“抽象代数学之母”。她是抽象代数学的奠基人之一。爱因斯坦(A. Einstein, 1879 - 03 - 14 ~ 1955 - 04 - 18) 盛赞她是“自从妇女开始接受高等教育以来, 最重要的富于创造性的数学天才。”

我们将在本书中经常提到的欧拉(Euler, 1707 - 04 - 15 ~ 1783 - 09 - 18) 有“数学界的莎士比亚”的雅号。熟知, 莎士比亚(W. Shakespeare, 1564 ~ 1616 年) 是著作颇丰的剧作家、诗人。而欧拉是空前多产的数学家。他的论著, 经后人收集, 共达 45 册, 仅目录就有 51 页。出版界为出版他的全集, 整整忙碌了 35 年。几乎在数学的每一个分支都有以欧拉的名字命名的定理、公式、函数、方程等。

法国数学家傅立叶(J. B. Fourier, 1768 - 03 - 21 ~ 1830 -

05-16)有“数学诗人”的美称。他在1807年向法国科学院提交第一篇关于热传导的论文,获得科学院颁发的大奖。在此基础上,他于1822年出版《热的解析理论》。物理学家、工程师开尔文爵士(Lord Kelvin)称傅立叶的著作是“一首伟大的数学诗”。

幼年时就显示出非凡数学才能的高斯(C. F. Gauss, 1777-04-30~1855-2-23)被人尊称为“数学王子”,他在数学方面的建树,无论是广度或是深度,都是首屈一指的。他年仅19岁就发现了用直尺和圆规作出正17边形的可能性。他是非欧几里得几何学的实际创立者之一。他在天文学、测地学、电磁学等方面也有不朽的贡献。电磁学中,以“高斯”作为磁感应强度的单位,表达人们对这位“数学王子”的尊崇。概率论中的正态分布又称为高斯分布,数学中一个很重要的函数:不超过 x 的最大整数 $[x]$ 又称为高斯函数……

堪与高斯相媲美的是法国的费尔马(Fermat, 1601-08-17~1665-01-12)。高斯称费尔马、欧拉、拉格朗日(J. L. Lagrange, 1736-01-25~1813-04-10)与勒让德(A. M. Legendre, 1752-09-18~1833-01-10)为“数论的四先驱”。费尔马是一位律师,在他的家乡土鲁斯城议会中当议员、顾问达30年之久。他仅在业余时间研究数学,在数学的许多分支,如数论、解析几何、概率论、微积分等都有重大贡献。因此,他被人称为“业余数学王子”。笛卡尔(R. Descartes, 1596-03-31~1650-01-11)还戏称他为“极小极大大臣”,因为他是数学家中发现函数极值法则的第一人。

我们刚提到的拉格朗日,深得法国皇帝拿破仑(Bonaparte Napoleon, 1769~1821年)的赏识。拿破仑赞誉他是“数学科学中高耸的金字塔”(Lofty Pyramid of Mathematical Sciences)。让他当上参议员,帝国伯爵,授予他荣誉军团二级勋章。真可谓

“恩宠有加、皇恩浩荡”。

普鲁士国王腓特烈大帝(Friedrich II, 1712~1786 年)实际上更早就赏识拉格朗日的才学。1766 年 11 月 6 日,拉格朗日刚三十岁时,腓特烈大帝就邀请拉格朗日到柏林科学院当物理-数学部主任,他在邀请函上写道:“必须让欧洲最伟大的几何学家与最伟大的国王住在一起。”

解析几何学的奠基人笛卡尔,不仅是一位数学家,而且是一位哲学家、思想家。他的哲学著作《哲学原理》、《形而上学的沉思》、《理性指导规则》等,对后世有重大的深远影响。他的学说是哥白尼(N. Copernicus, 1473~1543 年)“日心说”的基础。恩格斯(F. Engels, 1820-11-28~1895-08-05)称他是“辩证法哲学家”。

非欧几里得几何学之一——罗巴切夫斯基几何学的创立者,俄罗斯数学家罗巴切夫斯基(Н. И. подачевский, 1792-12-01~1856-02-24)被克利福特(W. K. Clifford, 1845~1879)与西尔弗斯特(J. J. Sylvester, 1814-09-03~1897-03-15)称为“几何学中的哥白尼”。这个雅号的来历是怎样的呢?

熟知,欧几里得几何学有一条公理(不加证明而承认的命题),一般称为第五公设:在平面上通过直线外的一点,恰可做一条直线与给定直线平行。

这一条公理不像欧几里得几何学中的其他公理那么“显然”,因此,许多数学家企图利用其他公理和由这些公理推导出来的定理,证明第五公设,然而,都失败了。

罗巴切夫斯基以惊人的胆略建立另一种几何学:保留欧几里得几何学的前四个公理,并用一个“罗氏公设”,即“在平面上通过直线外的一点,至少可做两条直线与给定直线平行”代替第五公设。这样得到的几何学不会产生逻辑上的矛盾。

现在,人们把这种几何学称为罗巴切夫斯基几何学。在这种几何学中,三角形的三个内角和小于 180° ,而不是像欧几里得几何那样,是 180° 。克利福特与西尔弗斯特认为,发现地球绕太阳旋转(即哥白尼的日心说)总比减少三角形的内角和容易些,因此,称他为“几何学中的哥白尼”。

西尔弗斯特自称是“数学的亚当”。亚当(Adam),据《圣经》中的《创世纪》记载,是上帝用泥土造出的第一个人的名字,西方人就把亚当作为人类始祖的代称。西尔弗斯特广泛阅读英、法、德、意而至古希腊的古典名著,他在文学与音乐方面有很高造诣。在研究不变量与二次型理论时,他从希腊文与拉丁文中创造了许多新词,作为数学的专用术语。正如亚当繁衍人类一样,他繁衍数学术语,因此,他骄傲地以“数学的亚当”自称。

他,作为一位杰出的数学家,最出色的学生却不是研究数学的学者,而是一位著名的女护士南丁格尔(Florence Nightingale, 1820~1910年)。她不是在数学的研究方面,而是在创立近代护理学、建立医院管理制度从事护士教育等方面作出不朽的贡献。

拉普拉斯(P. S. Laplace, 1749-03-23~1827-03-05)被誉为“法兰西的牛顿”。他如牛顿(I. Newton, 1642-12-25~1727-03-20)一样,不但是一位数学家,也是天文学家、物理学家。他提出了太阳系生成的星云假说,成为宇宙进化论的先驱。

皮科克(G. Peacock, 1791~1858年)以“代数学的欧几里得”而闻名,因为他写的《代数论著》(Treatise on Algebra)使代数成为一门演绎的科学,如同欧几里得的《几何原本》使几何成为一门演绎的科学一样。

费叶尔(L. Fejer, 1880~1959年)是匈牙利早期的中学生数学竞赛的优胜者,被誉为“匈牙利数学之父”。而另一位匈牙