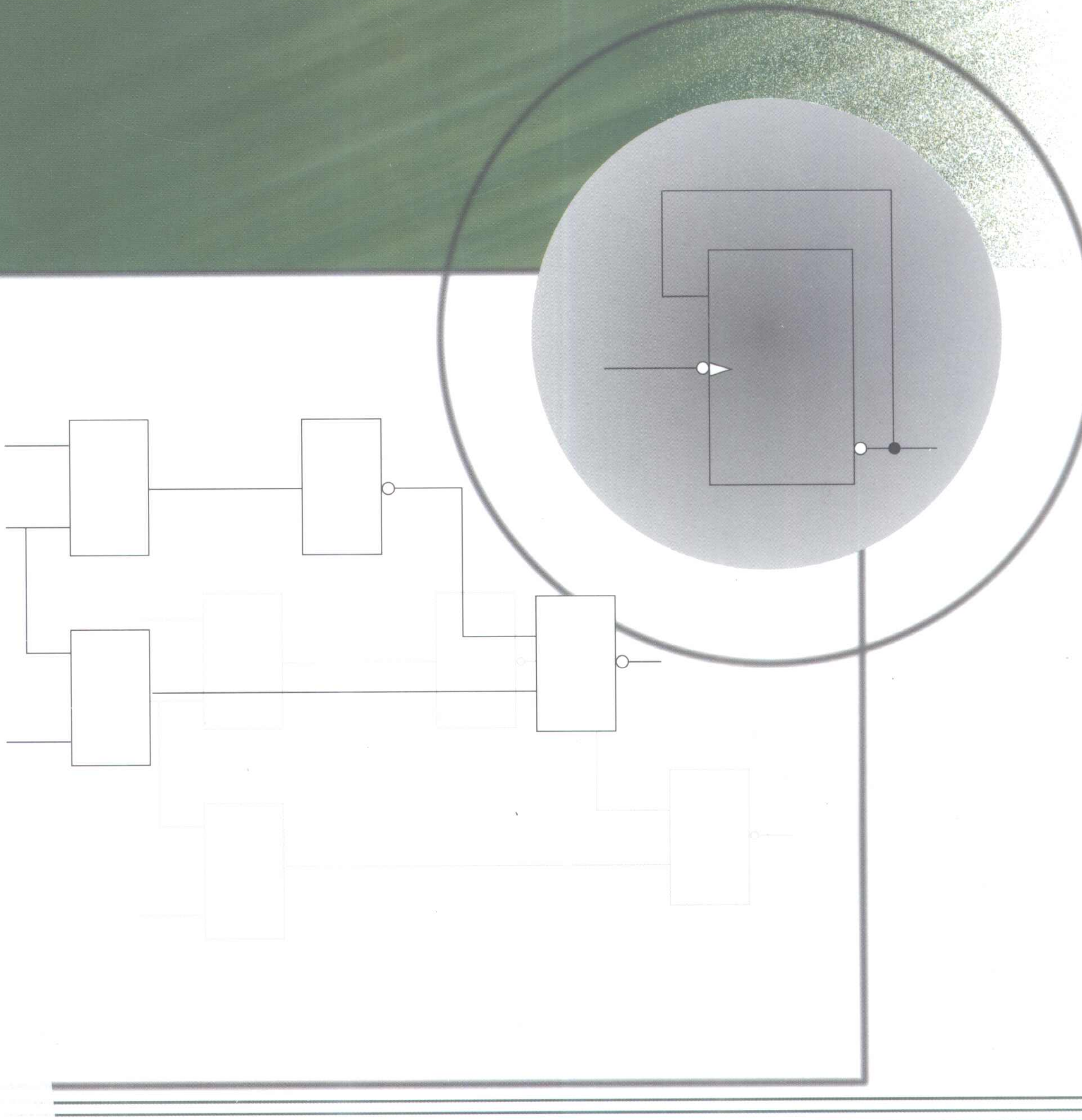
SPT 21世纪高等院校教材

数字电子技术

宋学君　朱明刚　邬鸿彦　主编



科学出版社

21世纪高等院校教材

数字电子技术

宋学君　朱明刚　邬鸿彦　主编

科学出版社

2002

内 容 简 介

本书是参照各类大专院校数字电子技术教学大纲的要求编写的。全书共分9章,内容包括数字电路基础知识、逻辑代数基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、脉冲信号产生与整形、D/A和A/D转换器等。

本书精选常规内容,合理地控制教材的深度和广度,在讲授基本理论的同时,加强了对中、大规模集成电路的介绍和应用。章末附有思考题和习题,可作为高等院校相关专业、职业技术学院、成人教育等的"电子技术基础"课程的教材,也可供电子类、计算机类及其他专业的学生和从事电子技术工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术/宋学君等主编.—北京:科学出版社,2002
(21世纪高等院校教材)
ISBN 7-03-0104765-5

Ⅰ.数… Ⅱ.宋… Ⅲ.数字电路-电子技术 Ⅳ.TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第040059号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2002年6月第 一 版 开本:787×1092 1/16
2002年6月第一次印刷 印张:17 1/2
印数:1—6 000 字数:406 000

定价:26.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前　　言

为适应电子信息时代的新形式和培养21世纪电子技术人才的迫切需要，让学生在较少的课时内学到更多的知识，我们组织从事多年教学工作的教师编写了本书。由于电子技术基础是一门实践性很强的入门性质的技术基础课，因此在本教材的编写过程中，作者结合近年来中、大规模数字集成电路在我国各个领域被广泛应用的形势，以数字集成电路为主要内容，从实际出发，精心选材、适当更新，合理地控制教材的深度和广度，力求通俗易懂，简明实用，便于自学。

全书共分9章，内容包括数字电路基础知识、逻辑代数基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、脉冲信号产生与整形、D/A和A/D转换器等。

第1～3章是预备知识，内容包括数制与编码、逻辑代数及门电路。主要介绍二进制及其他各种进位计数制之间的相互转换、各种编码的十进制数、常见的可靠性编码、逻辑代数的基本概念和逻辑函数的化简、TTL和MOS集成电路的构成和外部特性等。这些知识是进一步研究逻辑电路的组成和应用所必备的。

第4章是组合逻辑电路。除介绍传统的分析方法和设计方法外，重点介绍了常见的各种中规模集成电路的特性和应用。

第5～6章是时序电路，主要介绍同步时序电路、异步时序电路的分析方法。此外还介绍了各种常见的时序集成电路。为了减少篇幅、突出重点，以应用为目的，重点介绍逻辑功能、外部特性、主要参数及典型应用，对其内部结构不做过多的要求。

第7章是半导体存储器和可编程逻辑器件。可编程器件(PLD)是近十几年来发展起来的新型集成电路。一片PLD可代替几十、几百甚至上千个逻辑门，是逻辑电路的重要分支。这一章简要地说明了半导体存储器的结构、原理和常用的集成芯片，力求使读者学习后具有实际应用能力。

第8章是脉冲信号的产生与整形，第9章是A/D和D/A变换。这两章除介绍基本原理外，还介绍了典型的集成电路芯片。

本书是与宋学君等主编的《模拟电子技术》的配套教材。两本教材可以配套使用，也可以独立使用。

参加本书各章编写的人员有：刘彩霞，朱明刚(第1章)；朱明刚(第2～4章)；宋学君(第5～7章)；宋学君，常小愚(第8章)；常小愚，朱明刚(第9章)。在本书的编著过程中，邬鸿彦负责全书的筹划和组织工作，朱明刚完成了本书的组稿、编审及前期的修改工作，宋学君完成了全书的统一修改、审编、统稿和定稿工作。

由于作者水平有限，书中不妥乃至错误之处，恳请广大读者批评指正。

编　者

2002年1月

目　　录

第 1 章　数字电路基础知识

1.1　数字电路概述

1. 数字信号

我们通常把电子电路所处理的信号分为两类，一类是模拟信号，其特性是在时间上和幅值上均是连续的；另一类是数字信号，其特性是在时间上和幅值上都是离散的，或者说是不连续的。在数字电路中，电子器件工作在开关状态，基本的工作信号是数字信号，它只有“0”和“1”两个状态。

2. 数字信号的表示法

数字信号的实质反映的是在两个稳定状态之间作阶跃式变化的信号，它有电位型和脉冲型两种表示形式。电位型表示法是用高低不同的电位信号表示数字“0”或“1”；脉冲型表示法是用有无脉冲表示数字“0”或“1”。

(1)高电平和低电平

在数字电路中，人们习惯用高、低电平一词来描述高、低不同的电位信号，并用符号 1 和 0 分别表示高电平和低电平。由于数字信号高、低电平在数值上有较大的差异，这就允许两个电平对标准值有一定的偏差。高电平是一种状态，而低电平则是另一种不同的状态，它们表示的都是一定的电压范围，而不是一个固定不变的数值。例如在 TTL 电路中，常规定高电平的标准值为 3V，低电平的标准值为 0.2V，然而从 2～5V 都算高电平，从 0～0.8V都算低电平。数字电路工作时只要求能可靠地区分“0”或“1”两种状态，因此电路对精度要求不高，适于集成化，但超出范围是不允许的，因为这不仅会破坏电路的逻辑关系，而且还可能造成器件性能下降甚至损坏。图 1.1.1 表示高、低电平的变化范围。

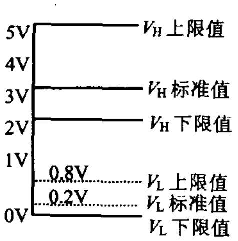


图 1.1.1　高、低电平的变化范围

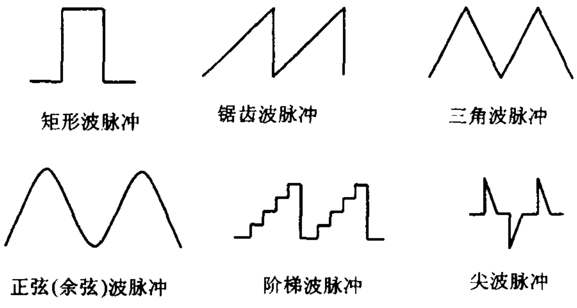


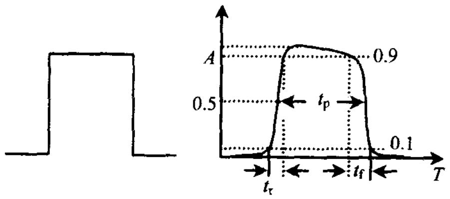
图 1.1.2　常见脉冲信号波形

(2)脉冲信号

脉冲是指间断、突变的现象，脉冲信号则是指在短促时间内的突变电信号，它的波形将具有突变的特点。通常将产生或变换脉冲波形的电路称为脉冲电路。实际上当数字信

号在“0”或“1”两种状态间快速转换时，电路将输出一系列脉冲，从这个角度看，数字电路也是一种脉冲电路。只是脉冲电路侧重于脉冲波形的产生、变换和测量，而数字电路侧重于将脉冲波形中的有、无或高、低这两种状态分别用二进制数码“1”和“0”表示，进而实现各种逻辑运算。

常见的脉冲波形有：矩形波、三角波、正弦（余弦）波、锯齿波、尖波、阶梯波等，如图1.1.2所示。



(a) 理想脉冲波形　　(b) 实际脉冲波形

图 1.1.3　理想和实际脉冲波形

脉冲幅度 A 为脉冲信号变化的最大值；脉冲前沿 t_r 为从脉冲幅度的 10% 上升到 90% 所需的时间；脉冲后沿 t_f 为脉冲从幅度的 90% 下降到 10% 所需的时间；脉冲宽度 t_p 为脉冲出现后所持续的时间，因顶部与底部的宽度不同，所以 t_p 一般指幅度为 50% 处的宽度；脉冲周期 T 为表示两个相邻脉冲重复出现的间隔时间，其倒数为脉冲的重复频率 f，即 $f=1/T$

如图 1.1.3(a)所示的脉冲是一个理想的矩形波，为了讨论问题方便，我们大多是以理想矩形脉冲波电压作为数字电路的输入信号。实际上，一个非常快的能在瞬间完成的理想跳变的脉冲是不存在的。因为脉冲的跳变不可能在瞬间完成，总需要一定的时间，同时脉冲的顶部也不可能是绝对地平坦，在脉冲的延续时间内总会有些降落，如图 1.1.3(b)所示。正脉冲指高电平为有效信号的脉冲；负脉冲指低电平为有效信号的脉冲。

3. 数字电路与模拟电路的区别

在模拟电子技术中，介绍的基本放大器、多级放大器、反馈放大电路、直接耦合放大器、集成运算放大器及正弦波振荡器等都是用于模拟信号的放大、产生、整形、处理、运算的电路，故称为模拟电路。数字电子技术是一门研究数字信号的产生、整形、编码和传输的科学技术，“数字电路”就是用数字信号去实现运算、控制、测量的电路。

模拟信号与数字信号在处理方法上各有不同，可按照信号传递、加工和处理的形式不同等方面来说明模拟电路与数字电路的区别，并给出两者的对比表，如表 1.1.1 所示。

表 1.1.1　模拟电路与数字电路之间的比较

项目	模拟电路	数字电路
工作信号	模拟信号	数字信号
器件的状态	放大状态	开关状态
基本电路	放大器	门电路、触发器
电路功能	放大作用	逻辑运算
分析方法	图解法、微变等效电路法	逻辑代数、真值表、卡诺图、状态图等
主要研究问题	放大性能	逻辑功能

4. 数字电路的特点

(1)在数字电路中，所使用的数字信号的取值只有“1”和“0”，反映在电路上就是高电平和低电平状态。

(2)数字电路中，稳态时半导体晶体管一般都是工作在饱和区、截止区，分别为开、关

状态。

(3)数字电路是实现逻辑功能和进行各种数字运算的电路。在数字电路中研究的主要问题是输出与输入信号之间的逻辑关系,通过用“0”和“1”组成的代码序列来实现众多逻辑功能。因此数字电路可对自然界中一切与二进制相关的物理量加以处理,用来对这些物理量进行逻辑或数字的运算。

(4)数字电路抗干扰能力强,具有较高的精度。由于数字电路传递、加工和处理的是二值信号0、1,抗外界的干扰能力强,另外,它可用增加二进制数的位数来提高电路的精度。

(5)数字电路具有长期存储、保密性好、通用性强等优点。数字电路除了进行逻辑推演和判断即具有一定的“逻辑思维”能力以外,还有“记忆”功能,能够长期存储一定数量的信号,同时还可以采用标准的逻辑部件和可编程逻辑器件来构成各种各样的数字系统,设计方便,使用灵活。

1.2 半导体二极管和晶体管的开关特性

一个理想的开关应具备以下几个基本条件:

(1)开关性能要好。开关接通时阻抗为零视为短路,开关断开时阻抗为无穷大视为开路。

(2)开关在通、断之间的转换瞬间完成。

(3)开关具有一定负载能力。要求开关通、断时能承受一定的电压和电流。

显见这样的理想开关实际上并不存在。尽管如此,人们仍为寻求这一“理想”而不断探索。在实际应用中,被人们较早使用的机械开关和电磁开关,它们虽有良好的开关性能,但由于存在开关状态转换速率较低、机械触点使用寿命较短等缺点,使之不能满足自动控制,尤其不能满足现代计算机的高速要求。随着科学技术的发展,人们认识到由半导体二极管、晶体管组成的电子开关具有高速、寿命长、便于控制等优点。为此在数字电路中,半导体二极管、晶体管多数是被当作开关使用的,下面讨论开关特性。

1.2.1 半导体二极管的开关特性

由于二极管具有单向导电性,即外加正向电压时导通,外加反向电压时截止,所以它相当于一个受外加电压控制的开关。

下面分别讨论二极管稳定导通和稳定截止的静态特性及其从截止到导通或从导通到截止时的动态特性这两种情况。

1. 二极管的静态开关特性

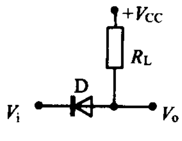


图1.2.1 硅二极管开关电路

图1.2.1所示为硅二极管开关电路。假定输入信号的高电平$V_{iH}=+V_{CC}$,低电平为$V_{iL}=0$。当$V_i=+V_{iH}$时,二极管D因反偏而处于截止状态,其特点是反向电阻很大,如同一个断开的开关,输出为高电平$V_{oH}=+V_{CC}$,当$V_i=V_{iL}$时,二极管因正偏而工作在导通状态,其特点是正向导通电阻很小,如同一个具有0.7V(一般硅管取0.7V,锗管取0.3V)压降的闭合开关,此时输出为低电平$V_{oL}=0.7V$。可见,在

电路的输入端加高、低电平时可控制二极管D的导通和断开。

2. 二极管的动态开关特性

图1.2.2(b)是理想跳变矩形波脉冲电压 V_i，加在图1.2.2(a)所示的硅二极管电路输入端时，当输入电压 V_i 从低电平 V_L 跳变到 V_H 时，只有等到PN结内部建立起足够的电荷梯度才会有扩散电流形成，因此电流稍有滞后。当输入电压 V_i 从 V_H 负跳变至 V_L 时，假设D为理想开关，则流过 R_L 的电流为 I，正向电流 $I_F=(V_H-V_D)/R_L$，反向电流 $I_R=I_S\approx 0$，此时二极管应马上截止。但实际并非如此，而是先产生一个较大的反向电流 I_R，并通过一段反向恢复时间 t_{re}（从 I_R 到0.1 I_R 所经历的时间）以后二极管才进入截止状态，如图1.2.2(b)所示。产生上述现象的原因是由于当二极管正向导通时，从P区扩散到N区的空穴在N区有一定量的存储，同样从N区扩散到P区的电子在P区内也会有一定量的存储。因此一旦外加电压反向时，它们就会形成较大的漂移电流，这就是 V_H 反跳变瞬间产生一个较大反向电流的原因。只有经过 t_{re} 时间存储电荷消散后，电流才会接近 $I_{R(sat)}$，故二极管由导通到截止的转换过程中所需的时间较长。当然若正向电流越大，二极管的结面积越大，存储电荷就越多，反向恢复时间也就越长。

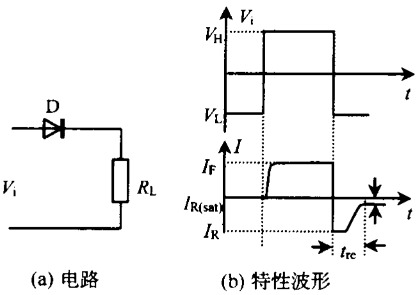


图1.2.2　二极管开关特性

1.2.2　双极型晶体管的开关特性

数字电路中的晶体管，通常不是工作在截止状态就是工作在饱和导通状态，并经常在这两种状态之间高速转换，而经过放大区的时间是十分短促的。晶体管的这种工作状态称为开关工作状态，控制基极电位或电流是控制管子工作状态的关键。下面我们以图1.2.3所示的基本晶体管开关电路为例来讨论。

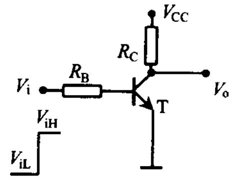


图1.2.3　晶体管开关电路

1. 晶体管的静态开关特性

当输入为低电平（$V_i=V_{iL}\leqslant 0$）时，晶体管因发射结反偏而工作在截止状态。其特点是基极电流 $i_B\approx 0$，集电极电流 $I_C\approx 0$，R_C 上压降接近于零，截止管压降 $V_o=V_{CC}$，它表示c-e间等效电阻很大（约为数百千欧），此时晶体管的c-e间如同一个断开的开关。因此电路输出高电平 $V_o=V_{CC}$，实际上对硅管而言，$V_{BE}<0.5V$ 时就已经开始截止，为了保证可靠截止，常使 $V_{BE}=0$ 或加反向偏压。

当输入为高电平（$V_i=V_{iH}$），且使 $i_B\geqslant I_{BS}=V_{CC}/(\beta R_C)$ 时，晶体管因发射结和集电结均正偏而工作在饱和状态。其特点是集电极电流达到饱和值 $I_{CS}=V_{CC}/R_C$，i_C 不再随 i_B 增加而增大，晶体管c-e间存在很小的饱和压降（$V_{CES}=0.1\sim 0.3V$），它表示c-e间的等效电阻很小（约数百欧），此时晶体管c-e间如同一个接通的开关。因此电路输出低电平 $V_o=V_{oL}=V_{CES}$。

2. 晶体管的动态开关特性

数字电路中晶体管作为开关元件使用时，一般不是工作在截止状态就是工作在饱和导通状态，只是在截止和饱和两种工作状态转换的瞬间经过放大状态，因此放大区对应着开关的转换过程。换句话说，就是截止和饱和导通两个状态的转换是不能瞬间完成的，需要一定的开通时间 t_{on} 和关闭时间 t_{off}，如图 1.2.4 所示。其原因是由于晶体管内部存储电荷的积累和消散均需一定的时间，致使集电极电流 i_C 的变化总是滞后于基极电压 V_{BE} 的变化，造成输出电压 V_o 的变化滞后于 V_i。

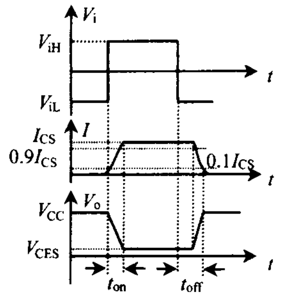


图 1.2.4　晶体管动态开关特性

1.2.3　MOS 场效应晶体管的开关特性

我们知道，MOS 管有增强型和耗尽型两种类型，每种又分 N 沟道和 P 沟道。由于用增强型 MOS 构成逻辑电路时，前极的输出电平与后级要求的输入电平是一致的，前后级若直接相连可使电路简化，故在 MOS 数字集成电路中都采用增强型 MOS 管作为工作管。此外，N 沟道 MOS 管（简称 NMOS）的开关速度比 P 沟道 MOS 管（PMOS）高，目前已经解决了 NMOS 电路较为复杂的工艺而使之获得广泛的应用，而 PMOS 电路已用得很少。然而由 PMOS 和 NMOS 管组成的互补 MOS 电路，简称 CMOS 电路，却具有工作速度较高、功耗又小的特点。

下面我们仍从静态和动态两个方面来讨论其开关特性。

1. NMOS 管的静态开关特性

以图 1.2.5(a)的 NMOS 增强型管组成的基本开关电路为例来讨论。设其开启电压为 $V_{GS(TH)}$。

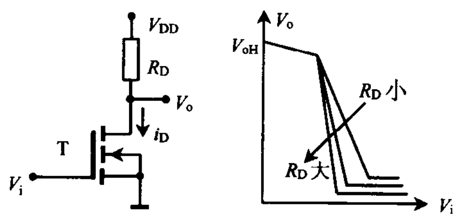


图 1.2.5　电阻负载 NMOS 开关电路及电压传输特性

当输入为低电平，且 $V_i = V_{GS} < V_{GS(TH)}$ 时，MOS 管工作在截止状态。其特点是栅源电压 V_{GS} 不足以使 P 型表面形成反型层而构成导电沟道，导致 D-S 极间电阻很大（一般为 $10^9 \sim 10^{11}\Omega$），$i_D \approx 0$，R_D 上压降约为零，此时 MOS 管 D-S 间如同一个断开的开关。因此电路输出高电平 $V_o = V_{oH} \approx +V_{CC}$。

当输入为高电平，且 $V_i > V_{GS(TH)}$ 时，MOS 管工作在导通状态。其特点是栅源电压迫使 P 型表面形成反型层而构成导电沟道，使 D-S 极间呈低阻特性（阻值在 1kΩ 以下），此时只要漏极负载电阻 R_D 远大于这一导通电阻，就可把 D-S 间视为一个接通的开关。因此电路输出低电平 $V_o = V_{oL}$。若假设 R_{on} 是 MOS 管的导通电阻，则 $V_{oL} = R_{on}V_{DD}/(R_D + R_{on})$，由此可知 V_{oL} 的大小与 R_D 的数值有关，R_D 越大，则输出电压 V_{oL} 越低，这正是我们所希望的。利用实验方法可测出 V_o 与 V_i 的关系曲线——电压传输曲线，如图 1.2.5(b)所示，不难看出，随着 R_D 的增大，特性曲线变陡，V_{oL} 变小，工作情况越接近

于理想开关。

2. NMOS 管的动态开关特性

MOS 管的动态开关特性与双极型晶体晶体管在原理上有着本质的区别。因为 MOS 管内部导电沟道的形成和消散所需时间在分析电路时可略而不计,而 MOS 管开关电路的开关时间主要由输入回路和输出回路中的电容充、放电时间来决定,也就是说 MOS管的导通,截止时间远远小于电容充、放电所需的时间。

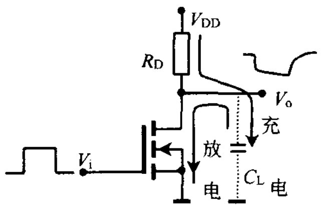


图 1.2.6 C_L 充、放电电路

NMOS 管带有电容性负载 C_L 的电路如图 1.2.6 所示。

当 V_i 由低电平跳变到高电平时,MOS 管立刻导通,负载电容 C_L 通过 MOS 管放电,随着放电的进行,V_{DS}逐渐下降到低电平 V_{oL}。当 V_i 由高电平跳变至低电平时,MOS 管立即截止,电源 V_{DD}通过 R_D 对负载电容 C_L 充电,随着充电的进行,V_{DS}逐渐上升到高电平 $V_{oH} = +V_{DD}$。

由于 MOS 管的导通电阻较小,而开关电路中的 R_D 值一般取得比较大(主要是为了获得较为理想的静态电压传输特性,显然 C_L 的充电时间远大于放电时间。致使输出电压的上升时间成为限制 MOS 管开关速度的主要因素。

1.3 数的进制及其转换

数的进制就是数的进位方式和制度。人们最常用的是十进制数,计算机和数字设备中常用到的是十进制、二进制、八进制和十六进制数。

1.3.1 数的进制

1. 十进制数

在讨论其他进制之前,我们首先看一看最熟悉的十进制数。众所周知,日常生活中我们使用的十进制数中的每一位数都是用 0、1、2、3、4、5、6、7、8 和 9 十个数码来表示,所以计数基数是 10,每位计满 10 向相邻高位进 1,即“逢十进一”,故十进制数便由此得名。

例如,一个十进制数 3472.58,它可用带有下标 10 的数来表示:

$$
\begin{aligned}
(3472.58)_{10} &= 3000 + 400 + 70 + 2 + 0.5 + 0.08 \\
&= 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}
\end{aligned}
$$

显见,对于任意一个十进制数 N 可以表示为

$$
\begin{aligned}
(N)_{10} &= K_{n-1} \times 10^{n-1} + K_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + K_1 \times 10^1 + K_0 \times 10^0 \\
&\quad + K_{-1} \times 10^{-1} + K_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + K_{-m} \times 10^{-m} \\
&= \sum_{i=n-1}^{-m} K_i + 10^i \qquad (1.3.1)
\end{aligned}
$$

式中:10 表示十进制数 N 的基数;n、m 为正整数;K_i 为十进制中第 i 位的数码, 10^i 叫

做基数为 10 的第 i 位上的“权”。通过上述分析，我们可以总结出进制的三要素以及任意进制数展开式的一般形式：

(1)进制的三要素

数码：组成一种进制的基本成分，例如对 R 进制，数码为 $0\sim(R-1)$，包括 0 在内共有 R 个数码。

基数：进制中数码的总的个数(状态数)，对于 R 进制，基数为 R。

进位和借位规则：对于任意的 R 进制，进位和借位规则是“逢 R 进一，借一当 R”。

(2)任意进制数展开式的一般形式

对于任意进制数，如 R 进制数为$(N)_R$，可以写成按权展开的一般展开式：

$$\begin{aligned}(N)_R &= K_{n-1}\times R^{n-1}+K_{n-2}\times R^{n-2}+\cdots+K_1\times R^1+K_0\times R^0\\ &\quad +K_{-1}\times R^{-1}+K_{-2}\times R^{-2}+\cdots+K_{-m}\times R^{-m}\\ &=\sum_{i=n-1}^{-m}K_i\times R^i \end{aligned}\tag{1.3.2}$$

式中：K 为数码 $0\sim(R-1)$中的任一个数；K_i 为第 i 位的数码；R 为基数；R^i 为 R 进制第 i 位的权；n 为整数的位数；m 为小数的位数；n、m 均为正整数。

2. 二进制数

在数字电路中常用的数制是二进制数，它与十进制数相比，其优越性在于：

(1)数的状态(只有 0 和 1)简单、容易表示，工作可靠；

(2)二进制数的运算简单；

(3)采用二进制可以节省电路元件，便于设计计算机和简化机器结构；

(4)采用二进制就可以使用逻辑代数，为计算机的逻辑设计提供了便利的工具。

3. 二进制数的特点

二进制数很类似于十进制数，也有“基数”和“权”，但每位数可用的数码只有 1 和 0，所以其“基数”为 2，“权”为 2^i，只要我们将展开式 (1.3.2)中的 R 赋予二进制数的基数 2，就可得到任意一个二进制数的展开式：

$$(N)_2=\sum_{i=n-1}^{-m}K_i\times 2^i \tag{1.3.3}$$

例如，一个二进制数$(1101.011)_2$，按权的展开式可表示为

$$(1101.011)_2=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}+1\times2^{-3}$$

对于二进制计数，满足“逢二进一”规则，即每位计数到两个数时就要向相邻高位进 1，本位复零，所以二进制中的 10 表示十进制数的 2，我们不难得到二进制与十进制之间的对应关系，见表 1.3.1 所示。

表 1.3.1

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

下面举几个二进制整数四则运算的例子：

加法

10111 + 11010 = 100001

```
  10111
+ 11010
-------
 100001
```

减法

10011 − 1011 = 1000

```
  10011
-  1011
-------
   1000
```

乘法

1101 × 110 = 1001110

```
    1101
×    110
--------
    0000
   1101
+ 1101
--------
 1001110
```

除法

11001 ÷ 101 = 101

```
       101
101√ 11001
   -  101
----------
       101
   -   101
----------
         0
```

对于二进制数乘法，被乘数由乘数逐位相乘，乘数有 3 位，被乘数就被乘 3 次，除乘数的个位外，其他各位每乘一次被乘数都向左移一位，然后把移位后的被乘数相加。由此得出，乘法可归结为“移位和相加”。

做二进制数的除法运算时，每进行一步除数向右移动一位，由于除法可通过从被除数中连续减去除数来实现，因此，除法可归结为“减法和移位”。

二进制数与十进制数相比，在表示同一个数时，二进制数用的位数较多，写起来长，不易很快读懂，为此人们通常用八进制和十六进制作为二进制的缩写方式。

4. 八进制数

在八进制数中，每一位用 0、1、2、3、4、5、6、7 八个数码表示，所以计数基数为 8，任何一位达到 8 时则向相邻高位进 1，其进位规则是“逢八进一”，并且借位规则是“借一当八”。

任何一个八进制数都可以按照式(1.3.2)以权展开为

$$(N)_8 = \sum_{i=n-1}^{-m} K_i \times 8^i \qquad (1.3.4)$$

例如一个八进制$(365.21)_8$，按权展开式可写为

$$(365.21)_8 = 3 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 5 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1} + 1 \times 8^{-2}$$

5. 十六进制数

和八进制数一样，十六进制数也是根据简捷的表示二进制数的需要而产生的一种进制数，然而与八进制不同的是在阿拉伯数制中，并不能用单一数码表示 10～15，也就是说，满足不了十六进制数基数为 16 的要求，因此人门巧妙地选择了单一符号 A、B、C、D、

E、F 分别代表 10～15 六个数码，这样十六进制中 16 个单一的数码是 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F，任何一位上满 16 则向相邻高位进 1，其进位规则是“逢十六进一”，并且借位规则为“借一当十六”。

同样，任何一个十六进制都可以按照式(1.3.2)以权展开为

$$(N)_{16} = \sum_{i=n-1}^{-m} K_i \times 16^i \tag{1.3.5}$$

式中：K_i 为数码 0～9 和 $A \sim F$ 中任何一个；16^i 为十六进制第 i 位的权。

例如，一个十六进制的数$(3AB.12)_{16}$，按权的展开式则写为

$$(3AB.12)_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 11 \times 16^0 + 1 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2}$$

1.3.2 几种常用进制的相互转换

我们知道，数字系统的计算机只能识别二进制数，而人们都习惯采用十进制数，要想用计算机处理十进制数，必须先把它转换成二进制数才能被计算机接受，同理计算结果应从二进制再转换成人们习惯的十进制数。另外为了避免二进制数位数冗长、不易识别、书写繁琐的不便，在实际书写计算机程序时常采用八进制和十六进制，这就需要我们了解二进制与其他 3 种常用进制之间的等值换算关系。

在进行数制转换时，必须保证转换所得数的精度，对于 α 进制中的整数，理论上可以准确地转换为有限的 β 进制数。但对 α 进制中的小数而言却不一定能转换为有限位的 β 进制小数，可能会出现无限位小数情况。

设 α 进制中的小数为 k 位，为保证转换精度，需取 j 位的 β 进制小数，k、j 为整数，j 应满足：

$$k\,\frac{\lg\alpha}{\lg\beta} \leqslant j \leqslant k\,\frac{\lg\alpha}{\lg\beta} + 1 \tag{1.3.6}$$

1. 各进制数转换为十进制数

(1) 二进制数转换成十进制数

换算方法是：“按权展开”法。即把二进制数按式(1.3.3)展开后相加，“逢十进一”，可得到等值的十进制数。

【例 1.3.1】 换算$(1011.101)_2$ 为十进制数。

【解】 $(1011.101)_2 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$

$$= 8 + 0 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} = (11.625)_{10}$$

(2) 十进制数转换成其他进制数

十进制数向二进制数转换时，需将十进制数的整数和小数部分分别转换，然后再相加，具体说来，对于整数部分可用“除基取余，逆序排列”法，即将十进制整数不断用基 R 除，直至商为 0 为止，所得余数从后往前读；对于小数部分可用“乘基 R 取整、顺序排列”法，即用十进制小数部分乘以基 R，将乘积的整数部分取出，剩余的小数部分重复上述运算，直至乘积的小数部分为 0 或达所要求的精度为止，所得整从前往后读。注意，小数部分转换时有时不能精确转换，需要根据精度确定转换后小数点后的位数。

【例 1.3.2】 将$(172.68)_{10}$换算成二进制数

【解】

整数部分变换用除 2 取余法得 10101100,除式如图 1.3.1 所示。

小数部分变换用乘 2 取整法得 1010111,乘式如图 1.3.2 所示。因 $2\dfrac{\lg 10}{\lg 2}=6.6\leqslant j\leqslant 2\dfrac{\lg 10}{\lg 2}+1=7.6$,取 $j=7$,误差 $\varepsilon<2^{-7}$。

所以$(172.6835)_{10}=(10101100.1010111)_2$,

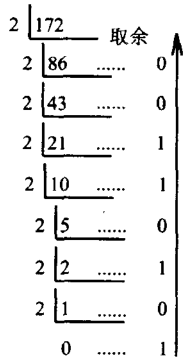


图 1.3.1 整数部分变换

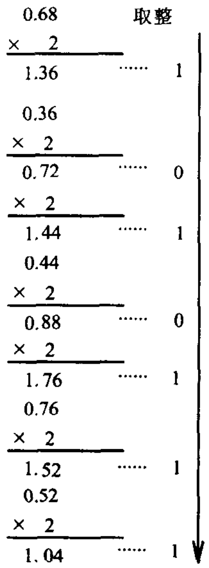


图 1.3.2 小数部分变换

(3) 二进制数与八进制数之间的转换

因为二进制的基数为 2,八进制的基数为 8,两者之间的关系是 $2^3=8^1$,表明三位二进制数与一位八进制数相对应。依此我们很容易地得到两者之间的等值转换。

1)二进制数转换成八进制数

换算方法是"三位合一位,依权相加,按序组合"。即以小数点起算,分别把整数和小数部分的数字每三位二进制数划为一组,不足三位时补 0,然后将每一组按 2^2、2^1、2^0 权展开后相加,得出一位八进制数,最后按位数顺序组合成一个八进制数。

【例 1.3.3】 将$(10101110.01010110)_2$换算成八进制数。

【解】 因为

$$\text{三位合一体}\qquad (\underline{010}\ \underline{101}\ \underline{110}.\underline{010}\ \underline{101}\ \underline{100})_2$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$\text{位权展开相加表示一组}\quad (\ 2\quad 5\quad 6\ .\ 2\quad 5\quad 4\ )_8$$

所以 $(10101110.010101100)_2=(256.254)_8$

2) 八进制数转换成二进制数

换算方法是"每位分三位,依权定码,按序组合"。即把每一位八进制数依照 2^2、2^1、2^0 的权分成三位二进制数,最后按位数顺序组合成一个二进制数。

【例 1.3.4】 将$(713.206)_8$换算成二进制数。

【解】 因为 $(\ 7\quad 1\quad 3\ .\ 2\quad 0\quad 6\ )_8$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

每位依权分展三位 $(\underline{111}\ \ \underline{001}\ \ \underline{011}\ .\ \underline{010}\ \ \underline{000}\ \ \underline{110})_2$

所以 $(713.206)_8=(111001011.010000110)_2$

(4) 二进制数与十六进制数之间的转换

由于$2^4=16^1$,所以四位二进制数与一位十六进制数相对应。下面我们仿照二-八转换来介绍二-十六的转换方法。

1)二进制数转换成十六进制数

换算方法是"四位合一位、依权相加,按序组合"。

【例 1.3.5】 将$(11011101101.010110111)_2$换算成十六进制数。

【解】 因为

四位合一体 $(\underline{0110}\ \underline{1110}\ \underline{1101}.\underline{0101}\ \underline{1011}\ \underline{1000})_2$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

位权展开相加表示一组 $(\ 6\quad E\quad D\ .\ 5\quad B\quad 8\ )_{16}$

所以 $(11011101101.010110111)_2=(6ED.5B8)_{16}$

2) 十六进制数转换成二进制数

换算方法是"每位分四位,依权定码、按序组合"。

【例 1.3.6】 将$(9FB.C5)_{16}$换算成二进制数。

【解】 因为 $(\ 9\quad F\quad B\ .\ C\quad 5\ )_{16}$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\downarrow\quad\downarrow$$

每位依权分展 4 位 $(\ \underline{1001}\ \ \underline{1111}\ \ \underline{1011}\ .\ \underline{1100}\ \ \underline{0101}\ )_2$

所以 $(9FB.C5)_{16}=(100111111011.11000101)_2$

为了便于初学者尽快熟悉二进制、十进制、八进制和十六进制的表示方法以及常用进制之间的换算关系,在此我们给出其对比表(见表 1.3.2)。

表 1.3.2 常用数制的对比表

十进制数	二进制数	八进制数	十六进制数
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	*A*
11	1011	13	*B*
12	1100	14	*C*
13	1101	15	*D*
14	1110	16	*E*
15	1111	17	*F*