

高等学校教学参考书

材料力学习题集

Н. М. БЕЛЯЕВ 著

高等教育出版社

高等学校教学用书



材料力学习题集

Н. М. 别辽耶夫 著
交通大学力学教研组译

高等教育出版社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)出版的別辽耶夫(Н. М. Беляев)著“材料力学习題集”(Сборник задач по сопротивлению материалов)1951年第二版增訂版譯出。原書經苏联高等教育部审定为高等工業学校教学参考書。

参加本書翻譯工作的为交通大学力学教研室陈子晴、繆道平、于尔中、張定賢、張耀芳、徐士民等六位同志。

材 料 力 学 习 題 集

Н. М. 別 辽 耶 夫 著

交 通 大 学 力 学 教 研 組 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版 北 京 瑞 瑞 廠 170 号

(北京市書刊出版業營業許可証出字第051号)

中 央 民 族 印 刷 厂 印 裝 新 華 書 店 总 經 售

統一書号15010·615 開本850×1168¹/₃₂ 印張12²/₁₆ 字數318,000印數2,501—4,000
1952年12月商務初版(共印12,000)

1958年1月新1版 1960年1月北京第8次印刷 定價(10)¥1.40

再版序言

在編纂習題集的第二版時，我們參加編輯的全體人員是以儘可能保留已故 H. M. 別遼耶夫在初版中所有的基本方向爲目的，同時也保證這書能符合於材料力學這門科學的目前發展情況。

根據了這一點，前一版已被大大地修正並作了很多補充。除了採用前版的大部分習題以外，還根據了蘇聯學校中的經驗，在這一版中增加了一定數量的新習題。此外，編者認爲有必要增加一些反映近年來材料力學發展的新內容。增加的章節有：

按許可載荷法對靜不定系統的計算 這個計算方法早在 1912 年就首先由 K. C. 柴符里也夫提出，隨後在勞埃脫、A. A. 格伏斯吉夫、C. A. 別爾許吉等蘇聯學者的許多著作中更有發展，並在鋼筋混凝土結構的設計規範中得到反映。

薄壁桿的計算 薄壁桿計算的新方法是建立在許多蘇聯學者——二次斯大林獎金獲得者 B. 3. 符拉索夫、A. A. 烏曼斯基等——著作的基礎上的，並已在實際的工程計算中得到廣泛的應用。

構件的徐滑計算 由於 H. M. 別遼耶夫、A. A. 依夏申、C. H. 薄林生等蘇聯學者的研究，這些方法已在蘇聯得到很大的發展。

按原始參變數法來決定變形和計算靜不定梁 這方法也是完全由 H. II. 布壽萊夫斯基、H. K. 斯尼脫各、A. H. 克萊洛夫以及其他蘇聯學者所研究出來的。

書中某些章節，如穩定計算、振動、衝擊、以及疲乏等，也都有一定程度的擴充。

在選擇資料的時候，編者力圖把題目編排得由淺入深，以期同學在獨自做課堂作業和做家庭作業時能循序進行。書中某些題目是備複習

和家庭作業之用的。

特別難的題目沒有編入。

每一類題目中，有一二題附有解法，而極大多數題目則都有答案。

在做題目時，我們介紹 H. M. 別遼耶夫在第一版序言中所提出的指示。“爲了避免同學機械地利用現成的公式，在很多題目中都加用字母來表示原始的數據。在這種場合，同學應該在解題之初使用這些符號以代數式來解題目，而以不引起過分的複雜爲度。祇有在這以後，才轉入數目字的計算，直至最後求出數字答案來。必須把所得的結果與原始數據對照之後，才能在實質上對所得結果的正確度作出估價。”

在編纂第二版的材料時，參加工作的人員按照下列方式分工的：
Л. А. 別遼耶夫斯基——§ 29—32, П. К. 喀秋林——§ 33, Я. И. 基伯尼斯——§ 17—28, И. А. 高什夫尼科夫——§ 12—16 和 41—42, Н. Ю. 古什列夫——§ 1—11 和附錄, А. К. 施尼茲基——§ 34—40 和 43—55。

B. K. 喀秋林

所有各題通用的數據

假如在題目的條件中沒有特別註明，則在解習題時必需採用下列各值：

鋼在拉伸或壓縮時的彈性模數·····	$E = 2 \cdot 10^6$	公斤/方公分。
鋁和都拉明的彈性模數·····	$E = 0.7 \cdot 10^6$	公斤/方公分。
生鐵的彈性模數·····	$E = 1.2 \times 10^6$	公斤/方公分。
銅的彈性模數·····	$E = 1 \cdot 10^6$	公斤/方公分。
木材沿纖維方向的彈性模數·····	$E = 1 \cdot 10^5$	公斤/方公分。
鋼在剪切時的彈性模數·····	$G = 8 \cdot 10^5$	公斤/方公分。
鋼的線膨脹係數·····	$\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$	
銅的線膨脹係數·····	$\alpha = 165 \cdot 10^{-7}$	
鋼的橫變形係數 ^① ·····	$\mu = 0.30$	
鋼的密度·····	$\gamma = 0.0078$	公斤/立方公分。

① 即泊桑比——譯者註。

目 錄

再版序言

所有各題通用的數據

第一篇 拉伸和壓縮

第一章 靜定系統	1
§ 1 應力、變形和負載能力的決定	1
§ 2 斷面的選擇	17
第二章 靜力不定系統	25
§ 3 應力、變形和負載能力的決定	25
§ 4 斷面的選擇	46
§ 5 按許可載荷的計算	48
第三章 自重的計算、柔索	54
§ 6 自重的計算	54
§ 7 柔索的計算	58
第四章 複合的應力狀態	63
§ 8 單向和平面應力狀態	63
§ 9 三向應力狀態	68
§ 10 圓柱形薄壁容器的計算	74
§ 11 接觸應力	80

第二篇 剪切和扭轉

第五章 剪切	82
§ 12 鉚接、焊接和木樁的計算	82
§ 13 純剪切	94

第六章 扭轉	96
§ 14 應力、變形及負載能力的決定	96
§ 15 斷面的選擇	108
§ 16 螺旋彈簧的計算	113

第三篇 梁的彎曲

第七章 剪力圖和彎矩圖	119
§ 17 簡單梁的 Q 和 M 圖的作法	119
§ 18 在比較複雜的載荷情況下 Q 和 M 圖的作法	124
§ 19 靜定多跨度梁以及間架的 Q 和 M 圖的作法、多力作用的疊加法	130
§ 20 圖解法作剪力和彎矩圖	137
第八章 平面圖形的慣量矩、彎曲時的正應力	140
§ 21 平面圖形的慣量矩	140
§ 22 矩形和圓斷面梁的正應力的計算和按分類表選擇梁的斷面	150
§ 23 正應力的計算以及梁斷面的選擇連同慣量矩及抗矩的計算	153
第九章 梁的強度的全面校核、組合梁的計算	159
§ 24 彎曲時的切應力和主應力、梁的強度的全面校核	159
§ 25 組合梁的計算	168
§ 26 按許可載荷計算梁的負載能力	177
第十章 彎曲時變形的決定	181
§ 27 撓曲軸的微分方程之積分、原始參變數法	181
§ 28 計算梁的變形的圖解分析法和圖解法	195
§ 29 變斷面梁	206

第四篇 變形位能及彎曲的靜不定問題

第十一章 變形位能	214
§ 80 位能的計算	214
§ 81 位移的決定	218

第十二章 彎曲的靜不定問題	230
§ 32 按許用應力的計算	230
§ 33 按許可載荷的計算	255

第五篇 複合強度

第十三章 複合強度的最簡單情形	261
§ 34 斜彎曲	261
§ 35 連同拉伸或壓縮的彎曲	267
§ 36 偏心拉伸或壓縮	272
§ 37 彎曲和扭轉	281
§ 38 複合強度的一般情況	289
第十四章 薄壁桿	295
§ 39 幾何特性的決定以及扇形面積圖的作法	295
§ 40 薄壁桿內應力的計算	298
第十五章 曲桿	306
§ 41 應力的計算	306
§ 42 變形的計算和靜不定曲桿	309
§ 43 厚壁管器	314

第六篇 構件的穩度

第十六章 穩度計算的最簡單情況	317
§ 44 利用歐拉公式計算穩度	317
§ 45 利用經驗公式和表的壓桿的計算	320
第十七章 穩度計算的複雜情況	326
§ 46 梁受平面彎曲時的穩度	326
§ 47 縱向力和剪力的共同作用	327
§ 48 組合桿	330
§ 49 薄壁桿的穩度	333

第七篇 載荷的動作用和材料的強度

第十八章 慣性力和振動的計算.....	336
§ 50 慣性力的計算.....	336
§ 51 振動和共振現象.....	344
第十九章 衝擊時的應力和變形.....	349
§ 52 縱向衝擊和衝擊扭轉.....	349
§ 53 衝擊彎曲和複合應力情況下的衝擊.....	352
第二十章 載荷長期作用的影響.....	357
§ 54 在變動應力下的強度計算.....	357
§ 55 徐滑和鬆弛的計算.....	363
附錄 成型鋼料分類表.....	1—15
表 1 等邊角鋼	
表 2 不等邊角鋼	
表 3 工字梁	
表 4 槽鋼	
表 5 工字鋼的扇形幾何特性	
表 6 槽鋼的扇形幾何特性	

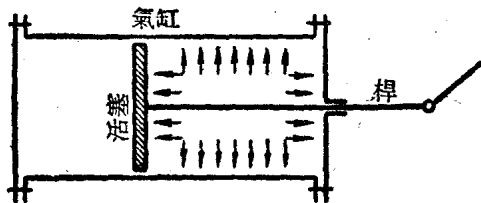
材料力學習題集

第一篇 拉伸和壓縮

第一章 靜定系統

§1 應力、變形和負載能力的決定

1.1 蒸汽機氣缸活塞（見圖）的直徑是 40 公分，活塞桿的直徑是 5.6 公分。蒸氣壓力等於 10 大氣壓（1 大氣壓 = 1 公斤/方公分）。試求桿內最大應力以及當機器作一次轉動時，桿的長度的相應改變。桿的長度等於 75 公分，材料為鋼。



題 1.1

解：試以：氣缸直徑為 $D (=40 \text{ 公分})$ ，桿的直徑為 $d (=5.6 \text{ 公分})$ ，桿的長度為 $l (=75 \text{ 公分})$ ，蒸氣壓力為 $q (=10 \text{ 大氣壓力} = 10 \text{ 公斤/方公分})$ ，彈性模數為 $E (2 \cdot 10^6 \text{ 公斤/方公分})$ 。

活塞的工作面積等於：

$$F_1 = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = 0.785 (40^2 - 5.6^2) = 1230 \text{ 方公分。}$$

作用在桿上之力：

$$P = F_1 q = 1230 \cdot 10 = 12300 \text{ 公斤。}$$

桿的斷面面積等於：

$$F_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 5.6^2}{4} = 24.65 \text{ 方公分。}$$

桿內應力可按下式求得：

$$\sigma = \frac{P}{F_2} = \frac{12300}{24.65} = 500 \text{ 公斤/方公分},$$

而桿的伸長則等於：

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF_2} = \frac{12300 \cdot 75}{2 \cdot 10^6 \cdot 24.65} = 0.00187 \text{ 公分} = 187 \cdot 10^{-5} \text{ 公分}.$$

1.2 橫斷面為長方形 20×30 公厘的鋼桿長 2 公尺，被 3 公噸的力所拉。試求桿內應力及桿的絕對和相對伸長。

答： $\sigma = 500$ 公斤/方公分， $\Delta l = 1$ 公厘， $\varepsilon = 0.0005$ 。

1.3 如它的應變^①等於 0.00055，則長 18 公尺的鋼絲將伸長多少？

答：0.99 公分。

1.4 鋼絲的直徑為 1.2 公厘，在 9 公斤的載荷下伸長 0.25 公厘。試求鋼絲的長度。

答：31.4 公分。

1.5 環形橫斷面的生鐵圓柱有 25 公分的外徑和 25 公厘的壁厚。試問在 50 公噸的載荷下，圓柱有怎樣的相對縮短？

答： $\varepsilon = 2.36 \cdot 10^{-4}$ 。

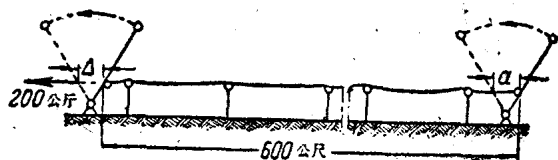
1.6 直徑為 5 公厘、長度為 600 公尺的鋼絲是安置在滑輪上，用來操縱鐵路信號，如圖所示。

試求，要使鋼絲在連接信號端的位移是

$\alpha = 17.5$ 公分，則在用

力 200 公斤時要給鋼

絲在信號房中的一端怎樣一個位移 Δ 。滑輪之間鋼絲的下垂以及鋼絲和滑輪之間的摩擦力均略而不計。



題 1.6

答：48 公分。

1.7 拱形桁架的繫梁長 10 公尺，承受拉力 60 公噸。繫梁係由二

① 應變即相對變形亦即單位長度內的變形——譯者註。

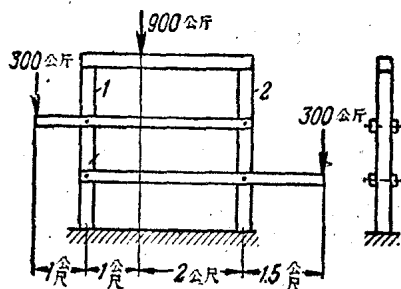
根 No. 18a 的標準槽鋼所組成。試問繫梁將伸長多少？

答：5.8 公厘。

1.8 兩根絲，一是鋼的，另一是銅的，有着相等的長度並承受着同樣大小的軸向拉力。銅絲的直徑是 1 公厘。假如兩根絲都伸長同一數值，則鋼絲的直徑應為若干？

答：0.71 公厘。

1.9 兩斷面為 10×10 公分的木架分別受到載荷的作用，如圖所示。試求兩木架中各個斷面上的應力。



題 1.9

答：在左架上段內 $\sigma = -6$

公斤/方公分；

在左架中段內 $\sigma = -10$ 公斤/方公分；

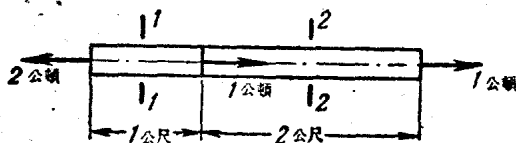
在左架下段內 $\sigma = -8.5$ 公斤/方公分；

在右架上段內 $\sigma = -3$ 公斤/方公分；

在右架中段內 $\sigma = -2$ 公斤/方公分；

在右架下段內 $\sigma = -6.5$ 公斤/方公分。

1.10 鋼桿的受載情形如圖所示；如它的橫斷面面積等於 4 方公分，試求在斷面 1-1 和 2-2 內的應力和鋼桿的全部伸長。



題 1.10

解：設想用斷面 1-1，把桿切為兩段，並拿去右面的一段。為了要平衡作用在左面一段上的 2 公噸力，則在斷面 1-1 上內力

的合力必須也等於 2 噸，並且要向右，自表面向外作用。這樣，在斷面 1-1 上的是拉力，且等於 $S_1 = 2$ 公噸。用相似的推論，可以決定在斷面 2-2 上的也是拉力，並等於 $S_2 = 1$ 公噸。

現在我們可以求應力。在斷面 1-1 上，應力等於：

$$\sigma_{1-1} = \frac{S_1}{F} = \frac{2000}{4} = 500 \text{ 公斤/方公分},$$

而在斷面 2-2 上，

$$\sigma_{2-2} = \frac{S_2}{F} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ 公斤/方公分}。$$

因為作用在左段(長 1 公尺)的力不等於作用在右段(長 2 公尺)的力，所以各段的變形須要分別計算。各段變形之和(若它們的符號相反，則取代數和)，就等於桿的全部變形。在目前的場合，

$$\begin{aligned} \Delta l &= \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{S_1 l_1}{EF} + \frac{S_2 l_2}{EF} = \frac{2000 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 4} + \frac{1000 \cdot 200}{2 \cdot 10^6 \cdot 4} = \\ &= \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = 0.05 \text{ 公分} = 0.5 \text{ 公厘}。 \end{aligned}$$

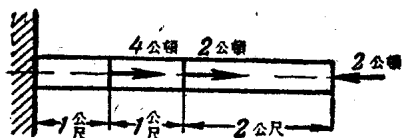
1.11 試求圖示鋼桿在所有各段內的應力和桿的全部變形，如橫斷面面積等於 10 方公分。

答：在左段內 $\sigma = 400$ 公斤/方公分；

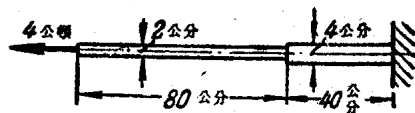
在中段內 $\sigma = 0$ ；

在右段內 $\sigma = -200$ 公斤/方公分；

$\Delta l = 0$ 。



題 1.11



題 1.12

1.12 試求圖中所示的桿在兩部分內的應力，以及桿的全部伸長。桿的材料是鋼，斷面是圓的。

答：在左面部分內 $\sigma = 1276$ 公斤/方公分；

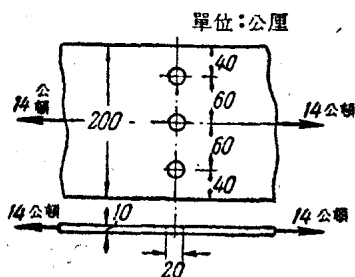
在右面部分內 $\sigma = 319$ 公斤/方公分；

$\Delta l = 0.575$ 公厘。

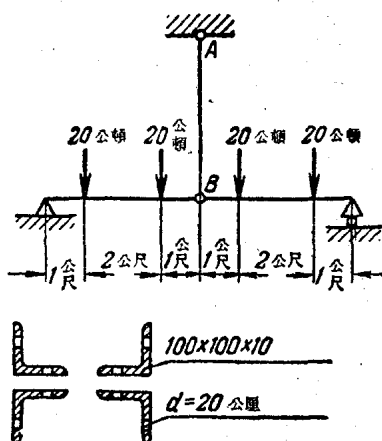
1.13 鋼鉸(見圖)受着縱向力的拉伸。它被上面的圓鉗釘孔而削

弱，如圖所示。試求在危險斷面上應力的平均值。

答：1000 公斤/方公分。



題 1.13



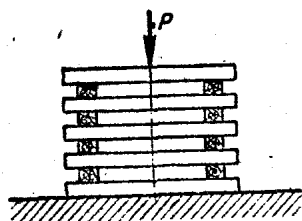
題 1.14

1.14 由四根尺寸為 $100 \times 100 \times 10$ 公厘標準角鋼所組成的吊桿 AB (見圖) 的斷面，因有 8 個直徑為 20 公厘的鉚釘孔而削弱了，試求吊桿內危險斷面上的應力。

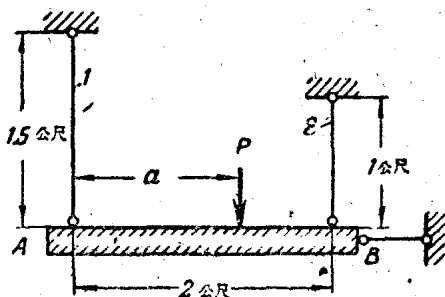
答：659 公斤/方公分。

1.15 木籠 (見圖) 係由斷面為 20×20 公分的棒疊加而成。木籠負載着中心力 $P = 20$ 公噸。試求木籠各棒間的局部的壓縮應力。這種局部的壓縮叫做擠壓。

答：12.5 公斤/方公分。



題 1.15



題 1.16

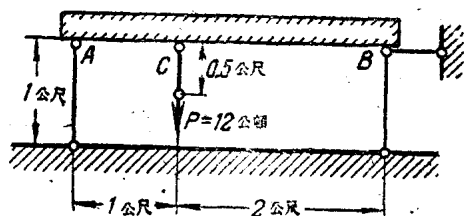
1.16 剛桿 AB 的變形可略而不計，它水平地吊在拉桿 1 和 2 上。拉桿 1 是鋼的，圓斷面的直徑是 20 公厘，拉桿 2 是銅的，也是圓斷面，直

徑則為 25 公厘。要把載重 P 放在離開支點 A 怎樣一個距離 a 處(見圖)才能在變形①之後,使剛桿 AB 仍舊保持水平? 如 $P=3$ 公噸,則在這場合下;拉桿內的應力等於多少?

答: $a=1.08$ 公尺, $\sigma_{(1)}=440$ 公斤/方公分, $\sigma_{(2)}=330$ 公斤/方公分。

1.17 剛梁 AB 的變形可略而不計,它安裝和受載的情形則如圖所示。

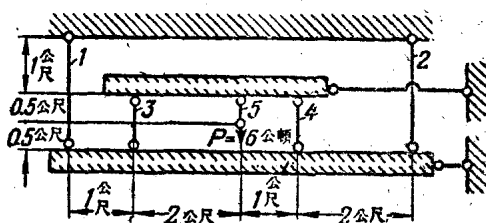
示。桿 A 是鋼的,斷面積為 10 方公分;桿 B 是木質的,斷面積為 100 方公分;桿 C 是銅的,斷面積為 30 方公分。試求載荷作用點下降的距離。



題 1.17

1.18 兩剛梁的變形均可略而不計,它裝置和變載的情形則如圖所示。

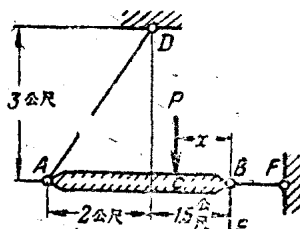
示。桿 1 和 2 是鋼的,每根的斷面積是 4 方公分;桿 3 和 4 是木質的,斷面積為 60 方公分;桿 5 是銅的,斷面積為 15 方公分。試求載荷作用點下降的距離。



題 1.18

答: $\Delta=1.5$ 公厘。

1.19 剛梁 AB 的裝置情形如圖所示。拉桿 AB 是鋼的,圓斷面,其直徑為 25 公厘;支柱 BE 是木質的,長



題 1.19

1 公尺,斷面為正方形 20×20 公分。試問要把 P 力放在離開支點 B 怎樣一個距離 x 處,才能使 B 點的下降距離是 A 點下降距離的兩倍? 若要在這時使 C 點的下降距離不超過 1 公厘,則 P 力之值應為多少?這時

① 這變形是指拉桿 1 和 2 的變形——譯者註。

拉桿 AD 和支柱 BE 內的應力又分別等於多少？水平桿 BF 的變形可略而不計。

答： $\pi = 0.081$ 公尺， $P = 41.4$ 公噸， $\sigma_{AD} = 234$ 公斤/方公分，

$\sigma_{BE} = 101$ 公斤/方公分。

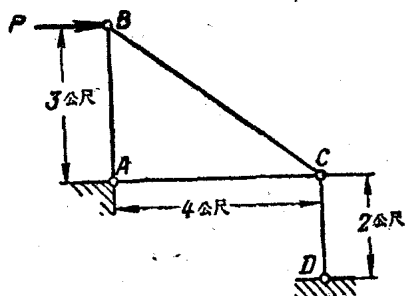
1.20 在圖示的結構中，所有各桿都是鋼的，橫斷面亦都相等；面積並等於 30 方公分。力 $P = 10$ 公噸。試求各根桿內的應力。

答： $\sigma_{AB} = 250$ 公斤/方公分，

$\sigma_{AC} = 333$ 公斤/方公分，

$\sigma_{BC} = -417$ 公斤/方公分，

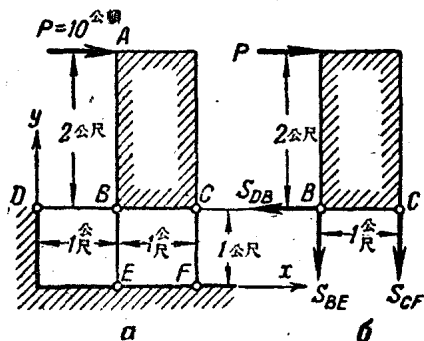
$\sigma_{CD} = -250$ 公斤/方公分。



題 1.20

1.21 把一堅固結構固定在基礎上的三根桿（見圖 a ）係由鋼做成，

並有面積為 20 方公分的相等的橫斷面。試求在水平力的作用下，各桿內的應力以及 B 點的水平、垂直和總的位移。



題 1.21

解：為求各桿所受之力，可設想把桿割斷，而在斷裂處加施未知力，這些未知力都可以假定是拉力（見圖 b ）。之後，便可以寫出有關這些力和載荷 P 的平衡方

程式：

$$\sum X = P - S_{DB} = 0,$$

由此而得

$$S_{DB} = P,$$

$$\sum m_B = P \cdot 2 + S_{CF} \cdot 1 = 0,$$