工具制造实用数学

〔英〕W. F. 华尔克著

国防工业出版社

工 具 制 造 实 用 数 学

〔英〕W. F. 华尔克著

謝卫雄譯

国防工業出版社

1966

内容簡介

本书針对工具車間經常遇到的各种数学問題，如空間的几何角、各种曲綫、斜面及錐面等，作了較詳尽的叙述。在一至三部分中，討論了如何計算空間角度的問題，利用展开图的方法，解决空間几何角度問題。在四、六部分中，討論了用滚棒、鋼球計算和檢驗各种斜面，对錐状孔的計算与檢驗，也作了較詳尽的叙述。在五部分中，討論了带圓角的三角形孔的冲模板的鏜孔計算。在七部分中，分别討論了凸形或凹形圓弧曲綫的計算与檢驗。

本书原文連載于英国 1959～1963年的 Tooling 杂志上，經譯者加以編輯而成此书。

本书可供从事工具設計、制造的技术人員、檢驗人員及有关工人参考。

TOOLING

——TECHNICAL MATHEMATICS——

〔英〕W. F. Walker

SAWELL PUBLICATIONS LTD.

1959～1963

*

工具制造实用数学

謝卫雄譯

*

国防工業出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第074号

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店經售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/32　印張 4 11/16　98千字

1966年5月第一版　1966年5月第一次印刷　印数：00,001—14,400册

統一书号：15034·1120　　定价：（科四）0.50元

譯 者 序

在工具設計与制造过程中，經常遇到各种計算問題，如空間的几何角、各种曲綫、斜面及錐面等。

英国工程师 W. F. 华尔克所著“技术 数学”(連載于英国 Tooling 杂志)，針对工具車間經常遇到的数学計算問題，作了較全面的叙述。本书对我国工具制造者亦有参考价値，故譯出并加以編輯，取名为“工具制造实用数学”。

本书所有的計算都簡单而明了，有的方法則很巧妙而实用。所有討論的問題，都有实际例子作为练习。凡具有一定的工具制造和三角几何基础知識的工人都可以看懂。

本书对工具設計、工具制造車間的設計員、工艺員、檢驗員及工人都有参考的价値。

本书原文所使用的长度单位均为英制，为便于讀者参閱，已全部变換为公制。

本书在譯編过程中，曾得到賴誠等同志的支持与帮助，在此致以謝意。

譯 者

目　录

一 空間平面夹角的計算

在工具設計与制造过程中，經常涉及到数学計算問題，其中有些問題，看来还比較复杂，通常不容易迅速而滿意地得到解决。

不少复杂的計算問題，是建立在几何原理与三角学的基础上，而有的可以說仅仅是根据現場經驗得到的。

实际上，对于几何学至今人們还沒有全部掌握，对它的原理，也未作更深入的探討。它的大部分应用是建立在手册中的常見公式上的。三角学也有类似情况，所以对一般簡单問題，应用現成公式即可迅速地求得滿意的答案，如果出現的問題是罕見的形式，則需花費較长时間去建立計算公式，結果往往是事倍功半。

本书将討論一系列的典型問題，这些問題比目前工具設計中所遇到的問題稍微复杂一些。通过每个問題的分析、推导和計算，从而获得一般常用公式，以便利于讀者在工作中应用。

1 直角三角形边与角的关系

大部分三角学方面的問題，是建立在直角三角函数的基础上的。直角三角形，如图 1 所示：銳角以 A 表示，直角以 C 表示，余角以 B 表示，并常以大写字母表示角。

三角形中，內角之和 $A+B+C$ 永为 180°，由于 C 为

90°，所以直角三角形中之 $A+B$ 也永为 90°。与这些角相对应的边，以小写字母 a、b、c 来表示。在各种情况下解决直角三角形的問題时，如按上述使用符号，则可大大节省計算时間。

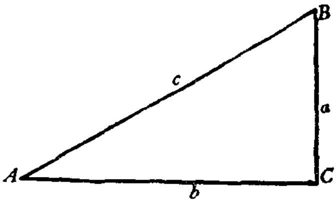

图 1　表示角与边的符号

三角几何学中使用的函数及縮写符号表示如下：

函数	符号
正弦 (sine)	sin
余弦 (cosine)	cos
正切 (tangent)	tan
余切 (cotangent)	cot
正割 (secant)	sec
余割 (cosecant)	cosec

下表所示为普通三角函数及其比例关系。

$\sin A=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$	$\sin B=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$	$a=c\cdot\sin A$	$a=c\cdot\cos B$
$\cos A=\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$	$\cos B=\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$	$a=b\cdot\tan A$	$a=b\cdot\cot B$
$\tan A=\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}=\frac{a}{b}$	$\tan B=\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}=\frac{b}{a}$	$b=c\cdot\cos A$	$b=c\cdot\sin B$
$\cot A=\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}=\frac{b}{a}$	$\cot B=\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}=\frac{a}{b}$	$b=a\cdot\cot A$	$b=a\cdot\tan B$
$\sec A=\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}=\frac{c}{b}$	$\sec B=\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}=\frac{c}{a}$	$c=\frac{a}{\sin A}$	$c=\frac{a}{\cos B}$
$\operatorname{cosec} A=\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}=\frac{c}{a}$	$\operatorname{cosec} B=\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}=\frac{c}{b}$	$c=\frac{b}{\cos A}$	$c=\frac{b}{\sin B}$

(續)

$\sin A=\cos B$		$\frac{1}{\cos A}=\frac{\sec A}{1}$
$\tan A=\cot B$	$a^2=c^2-b^2$	$\frac{1}{\sin A}=\frac{\operatorname{cosec} A}{1}$
$\sec A=\operatorname{cosec} B$	$b^2=c^2-a^2$	$\frac{1}{\tan A}=\frac{\cot A}{1}$
$\cot A=\tan B$	$c^2=a^2-b^2$	$\frac{\sin A}{1}=\frac{1}{\operatorname{cosec} A}$
$\cos A=\sin B$		$\frac{\cos A}{1}=\frac{1}{\sec A}$
$\operatorname{cosec} A=\sec B$		$\frac{\tan A}{1}=\frac{1}{\cot A}$

2　三角函数的轉換式

当运算三角問題时，使用乘法求解比除法来得更快而且容易。由于任何一个角的各种比例之間都有确定的关系，因此，很容易地对公式进行轉換。一項公认的实际經驗是，轉換已知比例应避免使用除法。下面討論几个常用的公式。

参考图1所示的直角三角形和上表中各种比例关系。表中所示：

$$\sin A=\frac{a}{c} \quad 和 \quad \cos A=\frac{b}{c},$$

若正弦除以余弦，則等式为：

$$\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{a}{c}\cdot\frac{c}{b},$$

消去 c，則得

$$\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{a}{b}=\tan A,$$

所以

$$\frac{\sin A}{\cos A}=\tan A。\qquad (1)$$

把两比例顛倒一下，則为

$$\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{b}{c}\cdot\frac{c}{a},$$

消去 c，則得

$$\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{b}{a}=\cot A,$$

所以

$$\frac{\cos A}{\sin A}=\cot A。\qquad (2)$$

若以 B 角代替 A 角，并求得以上等式，其結果是相同的。

此外：

$$\cos A=\frac{b}{c}\ 和\ \cot A=\frac{b}{a},$$

以 $\cot A$ 除 $\cos A$，則得

$$\frac{\cos A}{\cot A}=\frac{b}{c}\cdot\frac{a}{b},$$

消去 b，則得

$$\frac{\cos A}{\cot A}=\frac{a}{c}=\sin A,$$

所以

$$\frac{\cos A}{\cot A}=\sin A。\qquad (3)$$

把两比例顛倒一下，則得

$$\frac{\cot A}{\cos A}=\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{b}=\frac{c}{a}=\operatorname{cosec} A,$$

所以 $$\frac{\cot A}{\cos A}=\operatorname{cosec} A。\tag{4}$$

又：

$$\tan A=\frac{a}{b}\quad 和\ \sec A=\frac{c}{b},$$

以 $\sec A$ 除 $\tan A$，則得

$$\frac{\tan A}{\sec A}=\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}=\frac{a}{c}=\sin A,$$

所以 $$\frac{\tan A}{\sec A}=\sin A。\tag{5}$$

把两比例顛倒一下，則得

$$\frac{\sec A}{\tan A}=\frac{c}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{c}{a}=\operatorname{cosec} A,$$

所以 $$\frac{\sec A}{\tan A}=\operatorname{cosec} A。\tag{6}$$

最后：

$$\sin A=\frac{a}{c}\quad 和\ \tan A=\frac{a}{b},$$

以 $\tan A$ 除 $\sin A$，則得

$$\frac{\sin A}{\tan A}=\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{a}=\frac{b}{c}=\cos A,$$

所以 $$\frac{\sin A}{\tan A}=\cos A。\tag{7}$$

把两比例顛倒一下，則得

$$\frac{\tan A}{\sin A}=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{a}=\frac{c}{b}=\sec A,$$

所以 $$\frac{\tan A}{\sin A}=\sec A。\tag{8}$$

除以上关系外，在某些比例之間存在着倒数的关系。这

个关系，可以使許多計算变得簡单。

例如：

$$\sin A=\frac{a}{c} \text{ 和 } \operatorname{cosec} A=\frac{c}{a},$$

把这两比例相乘，則得

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A=\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a}=1,$$

因此，$\sin A$ 和 $\operatorname{cosec} A$ 是互为倒数：

$$\sin A=\frac{1}{\operatorname{cosec} A}, \tag{9}$$

$$\operatorname{cosec} A=\frac{1}{\sin A}。 \tag{10}$$

同样

$$\cos A=\frac{b}{c} \quad \text{和} \quad \sec A=\frac{c}{b},$$

两比例相乘，則得

$$\cos A \cdot \sec A=\frac{b}{c} \cdot \frac{c}{b}=1,$$

因此，$\cos A$ 和 $\sec A$ 互为倒数：

$$\cos A=\frac{1}{\sec A}, \tag{11}$$

$$\sec A=\frac{1}{\cos A}。 \tag{12}$$

再有：

$$\tan A=\frac{a}{b} \quad \text{和} \quad \cot A=\frac{b}{a},$$

$$\tan A \cdot \cot A=\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}=1,$$

所以

$$\tan A=\frac{1}{\cot A}, \tag{13}$$

$$\cot A=\frac{1}{\tan A}。\tag{14}$$

运用这些比例的倒数关系，使得用（1）至（8）的等式的轉換来解决一般問題更为容易。

（1）$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A},$$

或 $$\tan A=\sin A\cdot\sec A;\tag{15}$$

（2）$$\cot A=\frac{\cos A}{\sin A},$$

或 $$\cot A=\cos A\cdot\operatorname{cosec} A;\tag{16}$$

（3）$$\sin A=\frac{\cos A}{\cot A},$$

或 $$\sin A=\cos A\cdot\tan A;\tag{17}$$

（4）$$\operatorname{cosec} A=\frac{\cot A}{\cos A},$$

或 $$\operatorname{cosec} A=\cot A\cdot\sec A;\tag{18}$$

（5）$$\sin A=\frac{\tan A}{\sec A},$$

或 $$\sin A=\tan A\cdot\cos A;\tag{19}$$

（6）$$\operatorname{cosec} A=\frac{\sec A}{\tan A},$$

或 $$\operatorname{cosec} A=\sec A\cdot\cot A;\tag{20}$$

（7）$$\cos A=\frac{\sin A}{\tan A},$$

或 $$\cos A=\sin A\cdot\cot A;\tag{21}$$

（8）$$\sec A=\frac{\tan A}{\sin A},$$

或 $$\sec A=\tan A\cdot\operatorname{cosec} A。\tag{22}$$

另一个共同的关系是：

$$\cot A=\frac{b}{a},\quad \sec A=\frac{c}{b} \text{ 和 } \sin A=\frac{a}{c},$$

$$\cot A\cdot\sec A\cdot\sin A=\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{b}\cdot\frac{a}{c}=1。\qquad(23)$$

其它常用的关系如下：

$$\text{斜边}=\frac{\text{对边}}{\sin A}=\text{对边}\times\operatorname{cosec}A$$

$$=\text{对边}\times\sec B;$$

$$\text{斜边}=\frac{\text{邻边}}{\cos A}=\text{邻边}\times\sec A$$

$$=\text{邻边}\times\operatorname{cosec}B;$$

$$\text{邻边}=\frac{\text{对边}}{\tan A}=\text{对边}\times\cot A$$

$$=\text{对边}\times\tan B;$$

$$\text{邻边}=\frac{\text{斜边}}{\sec A}=\text{斜边}\times\cos A$$

$$=\text{斜边}\times\sin B;$$

$$\text{对边}=\frac{\text{邻边}}{\cot A}=\text{邻边}\times\tan A$$

$$=\text{邻边}\times\cot B;$$

$$\text{对边}=\frac{\text{斜边}}{\operatorname{cosec}A}=\text{斜边}\times\sin A$$

$$=\text{斜边}\times\cos B。$$

3 銑削三面刃圓盘銑刀的側后角

制造三面刃圆盘銑刀的最后銑削工序是銑側后角，这个工序是把銑刀毛坯安装在分度头的竪軸上。将分度头的軸预先傾斜了一个角度。如图 2*a* 所示。

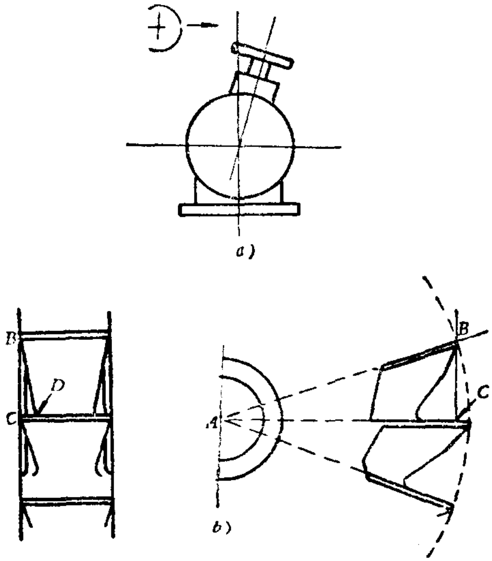

图 2　用分度头傾斜一个角度的方法，
在銑刀毛坯上加工側后角

这个角度的大小，决定于銑刀毛坯上的齿数，以及銑削側后角所用的角度銑刀或槽銑刀本身的角度値。

齿的切削刃是通过毛坯中心的輻射綫，如图 2 b 所示。从理論上說，每一个齿应当有一个平行于前刃面的刃带，在此我們可以把它忽略不計。槽銑刀将会切出一个三角形，由于零件傾斜了一个角度，所切出三角形的顶点，从理論上說，应交于銑刀毛坯的中心。

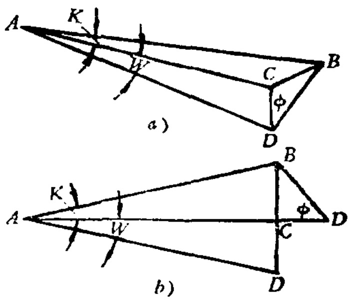

图 3　傾斜角的計算

如果毛坯的端面是平的，且槽銑刀运动的軌迹确是交于毛坯的中心，其所銑去的金屬必然是一个放倒了的角錐体，如图 3 *a* 所示。如果把它展开，其外形如图 3 *b* 所示。

$$\angle K=\frac{360^\circ}{\text{毛坯上齿数}}=\frac{360^\circ}{N},\tag{1}$$

$$\text{斜边 } AB=\text{毛坯半徑。}\tag{2}$$

作三角形，于是

$$BC=AB\cdot\sin K,\tag{3}$$

$$AC=AB\cdot\cos K。\tag{4}$$

角 ϕ 是槽銑刀的角度，

$$CD=BC\cdot\cot\phi。\tag{5}$$

以式（3）的 BC 值代入式（5），得

$$CD=AB\cdot\sin K\cdot\cot\phi。\tag{6}$$

如此，可求得展开图中 ACD 三角形的两个边。所需要的分度头的傾斜角 W，可由 ACD 三角形中已知的两个边求得。

由等式（4）和（6），可得

$$\tan W=\frac{CD}{AC}=\frac{AB\cdot\sin K\cdot\cot\phi}{AB\cdot\cos K},$$

消去 AB，由于 $\quad\dfrac{1}{\cos K}=\dfrac{\sec K}{1},$

所以 $$\tan W=\sin K\cdot\cot\phi\cdot\sec K。\tag{7}$$

例題 当使用一个 65°角的銑刀銑加工一个直徑为 152.4 毫米和带 16 个齿的三面刃圓盘銑刀时，求分度头所需傾斜的角度。

$$K=\frac{360^\circ}{16}=22^\circ30',\quad \phi=65^\circ,$$