

886735

高等学校试用教材

燃气轮机

上海交通大学 翁史烈 主编

GAO DENG XUE
XIAO JIAO CAI



机械工业出版社

5

51; 1

高等学校试用教材

燃气轮机

上海交通大学 翁史烈 主编



机械工业出版社

本书对燃气轮机作了全面的叙述,包括叶轮机机械气动力学基本方程式,燃气轮机装置的热力循环,压气机、涡轮、燃烧室、燃气轮机装置的变工况性能及燃气轮机调节。应用工程热力学和流体力学的基本原理,系统地导出燃气轮机及其主要部件的有关理论。全书重点在于阐明其热力学上的各种关联、工质流动的物理机理、功能转换时气动热力参数的相互依从规律以及燃气轮机在变工况时各部件之间的匹配原理。所得到的基本规律性,为掌握燃气轮机的性能提供了理论依据。本书内容在取材上以少而精为原则,注意由浅入深,在着重讲清基本理论的同时,也注意简要地反映当前较新的发展。每章末都附有思考题和习题。

本书可作为高等院校热能工程、动力机械工程专业教学用书,特别适合于在授课学时较少的专业学生学习。本书也可供从事热能、动力、叶轮机机械等有关专业的科技人员参考。

燃 气 轮 机

上海交通大学 翁史烈 主编

责任编辑:周性贤 版式设计:张世琴
责任印制:郭 炜 责任校对:熊天荣

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $19 \frac{1}{2}$ · 字数 481 千字
1989年5月北京第一版·1989年5月北京第一次印刷
印数 0,001—1,000 · 定价:3.90元

ISBN 7-111-01455-3/TK·60(课)

前 言

本书《燃气轮机》是根据 1984 年 9 月高等工业学校轮机专业教材编审小组审定的编写大纲编写的。燃气轮机以及不同类型的压气机和涡轮在热能和动力机械工程中占有重要的位置,并在各种不同工业领域中有着广泛的应用。全书结合实际应用对燃气轮机作了全面的叙述,其目的就是把本学科的基础知识介绍给学生,使他们能根据各自的需要,进一步深化提高,并能拓宽应用,较快地适应工作的需要。因此在编写取材时,以少而精为原则,注意由浅入深,应用工程热力学和流体力学的基本原理,系统地导出燃气轮机及其主要部件的有关理论。首先讨论了燃气轮机装置的热力循环,并分析了提高热效率的各种途径。接着,对组成燃气轮机的三大主要部件:压气机、涡轮、燃烧室都分别从气动热力学的角度进行了较为深入的阐述,得出了气流流动时所遵循的基本方程。通过分析,指出了气流热力参数变化的规律性,为掌握那些部件的性能以及设计改进提供了理论依据。本书还根据近年来的科研成果,阐述了燃气轮机装置变工况性能的基本理论和实践应用。这方面的知识是燃气轮机理论的重要组成部分。最后还简要地介绍了燃气轮机的调节。

本书的讲稿曾在上海交通大学热动力机械专业试用。在历时多年的教学实践中,几经修改增删。重点对热力学上的各种关联、工质流动的物理机理、功能转换时气动热力参数的相互依从规律以及各部件之间的匹配有一个基本认识,使学生对基本原理有清晰的理解,而不会由于各细节问题而负担过重。与此同时,在各章节后还附有思考题和习题。考虑到学生参加今后的开发研究工作,须要进行一定的能力培养,注意介绍了有关较新的发展,但限于篇幅,不可能讨论所有最新的技术。

本书由翁史烈教授主编,并撰写了其中第一、三、七章。吴铭岚教授编写了第二、五章。温煜华副教授、常弘哲副教授、张佰年副教授分别编写了第四、六、八章。最后由上海交通大学王兆华教授主审。在本书出版时,宋华芬讲师做了大量技术性工作。

本书为高等院校有热动力机械专业的教学用书,同时对从事热能工程、动力机械工程的设计、研究和运行维护的工程技术人员也有实用的参考价值。

书中不当与错误之处在所难免,恳请读者指正。

上海交通大学教授 翁史烈 1988 年 1 月

7A 032102

目 录

第一章 燃气轮机概述	1	§ 5-5 冷却涡轮	227
§ 1-1 燃气轮机发展简史	1	思考题与习题	224
§ 1-2 船用燃气轮机的总体结构	4	参考文献	226
第二章 叶轮机械气动力学基本方程式	11	第六章 燃烧室	227
§ 2-1 连续流方程式	11	§ 6-1 燃烧室的工作原理概述	227
§ 2-2 理想气体运动方程式	14	§ 6-2 燃气轮机对燃烧室的要求	230
§ 2-3 能量方程式	20	§ 6-3 燃气轮机燃烧室的类型	233
§ 2-4 动量矩方程	25	§ 6-4 燃气轮机燃料概述	238
§ 2-5 气动力学中的无因次参数 和气动函数	27	§ 6-5 燃烧过程中的物质平衡	239
§ 2-6 相似理论及其在叶轮机械中的应用	30	§ 6-6 燃烧过程的热平衡计算	243
第三章 燃气轮机装置的热力循环	37	§ 6-7 混合气的形成	244
§ 3-1 燃气轮机发动机的热力过程 及性能指标	37	§ 6-8 燃烧室的工作过程	250
§ 3-2 简单循环	39	§ 6-9 燃烧室特性	255
§ 3-3 其它因素对实际循环的影响	44	思考题与习题	259
§ 3-4 回热循环	48	参考文献	260
§ 3-5 间冷和间热循环	52	第七章 燃气轮机装置的变工况性能	261
§ 3-6 燃气-蒸汽联合循环	59	§ 7-1 概述	261
思考题与习题	61	§ 7-2 变工况分析时需用的一些概念	262
参考文献	63	§ 7-3 分轴燃气轮机装置的变工况特性	265
第四章 压气机	65	§ 7-4 多轴燃气轮机装置的变工况性能	271
§ 4-1 绪论	65	§ 7-5 燃气轮机装置的外特性	278
§ 4-2 轴流压气机的基元级	68	§ 7-6 可转导叶压气机在燃气轮机装置中 的应用	282
§ 4-3 亚音速平面叶栅	81	§ 7-7 变几何涡轮在燃气轮机装置中的应 用	285
§ 4-4 三元流动	95	§ 7-8 燃气轮机装置的数学模型及解法	287
§ 4-5 多级压气机	108	§ 7-9 燃气轮机装置的过渡过程	294
§ 4-6 压气机的特性	113	思考题与习题	296
§ 4-7 离心式压气机	127	参考文献	298
思考题与习题	143	第八章 燃气轮机调节	299
参考文献	143	§ 8-1 燃气轮机调节基本原理	299
第五章 燃气涡轮	144	§ 8-2 燃气轮机调节性能	302
§ 5-1 基元级的工作原理	144	§ 8-3 控制过渡过程的辅助调节器和安全 保护装置	304
§ 5-2 涡轮叶栅的气动特性	176	思考题与习题	307
§ 5-3 涡轮级扭转叶片的计算	193	参考文献	308
§ 5-4 涡轮特性	208		

第一章 燃气轮机概述

§ 1-1 燃气轮机发展简史

燃气轮机与内燃机、蒸汽往复机、蒸汽轮机相比，是一种新型的动力机械。然而，它的概念却在古代早就产生了。公元 690 年，我国张遂利用燃气流激动铜轮，959 年我国民间开始流行的走马灯乃至 1550 年达·芬奇 (Leonardo da Vinci) 设置在烟道中的叶轮，都可以看作是燃气轮机的雏形。它们的共同特征就是把气体的动能转换为机械功的回转式的原动机械。事实上，我们还可以在更早的远古时代找到燃气轮机概念的萌芽。公元前 200 年亚历山大里亚的希罗 (Hero) 所描述的古埃及祭司所用的转动仪器，又何尚不是利用气流动能的一种回转式原动机械。由于燃气轮机具有作为回转式原动机械所固有的一系列优点，所以在数千年的历史过程中，人们对它的探索是络绎不绝。但是它真正的实现只是在一定的经济条件下，一定的科学技术基础上才有可能。

19 世纪 80 年代电气技术得到了巨大的发展，电力装置需要大型高转速的原动机。当时的科学技术也为解决涡轮机械的根本问题提供了条件，无数科技工作者把自己的劳动贡献给新型原动机的研制，蒸汽轮机在此期间得到了极其迅速的发展和达到了高度完善的程度。在发展蒸汽轮机的同时，与之蔚然不同的燃气轮机也得到了发展，开始有意识地根据热力学的基本原理来设计燃气轮机的活动。

从 19 世纪末直到本世纪 20 年代为止，英、法、俄、德等国的工程师提出并试制了各种类型的燃气轮机，可惜都没有获得成功。值得记载的是：1) 俄国工程师库兹明斯基的燃气轮机的工质是燃气-蒸汽混合物，而且是第一只径流透平的创始人；2) 在这些燃气轮机中，已存在等容燃烧和等压燃烧两大类型；3) 这些机组中最高的装置效率仅为 5.3%。

如果把这些早期的燃气轮机和近代的高效率燃气轮机相比较，可以发现在原则上不存在本质区别。因为，作为现代燃气轮机工作的热力循环，早在 1851 年已经明确，而 19 世纪末，热力学知识对实现这一类热机来说也绰绰有余。那末究竟是什么妨碍燃气轮机从试制发展到具有工业上实用的原动机呢？

最主要的原因是空气动力学和金属学方面的问题尚未解决。当时，由于空气动力学的理论和实验基础还不允许设计出高效率的涡轮和压气机，压气机效率仅为 65%，涡轮效率仅为 70%，而冶金的发展还不能提供能在燃气温度 700~800℃ 以上可靠工作的耐热合金。这两方面就决定了燃气轮机不可能有足够的效率，甚至涡轮功还不足以满足压气机的耗功需要，至使机组没有有效功率输出。

本世纪 20 年代起，燃气轮机开始进入工业的各个领域，到 50 年代，在航空发动机领域内不仅占了优势，而且取代了大部分活塞式发动机；60 年代，苏、美更新海军，新建造的大、中型水面舰艇中，除航空母舰外，几乎全部采用燃气轮机推进装置，小型快艇中也可以说与内燃机势均力敌。

陆用电站的峰载荷机中，也大量采用燃气轮机。

机车、汽车的驱动石油平台、移动电站、高炉装置以及需要压缩空气又产生炽热燃气的生产过程等方面，都是燃气轮机可以与其它原动机竞争的领域。

到 1975 年，陆、海用燃气轮机已有 19395.7 万 kW (26000 万 hp)，其中舰船用约有 1491.9 万 kW (2000 万 hp)。

在燃气轮机发展的历程中，以下事件是十分重要的：

1) 德国工程师霍茨伐尔塔 (Halzwarte) 从 1908 年起研究而于 1920 年制成第一台 容燃烧燃气轮机，功率为 37.3 kW (50 hp)，效率达 14%。之后，瑞士 BBC 公司按他的方案于 1928 年~1939 年制造并试验了燃气轮机，试验结果看来是令人鼓舞的，因为工厂得到了功率为 11189.9 kW (15000 hp)、效率达 18%~20% 的燃气轮机的订货。

2) 1939 年瑞士爱休维斯 (Eacher Wyss) 公司生产了第一台闭式燃气轮机，效率为 31.5%。

3) 1939 年德国 Heinkel 工厂的第一架涡轮喷气发动机推进的飞机试飞成功。

4) 1940 年瑞士 BBC 公司制成第一台燃气轮机机车，功率为 1641.2 kW (2200 hp)，效率为 16%。

5) 1947 年英国 MV 公司 (现为 GEC 公司) 制造的第一艘由燃气轮机推进的舰艇试航。

6) 1950 年英国 Rover 公司第一辆燃气轮机汽车问世。

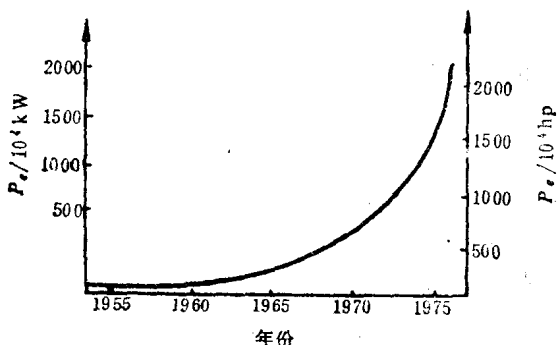


图1-1 功率随年份的变化

了解了燃气轮机发展的总趋势后，可以进一步分析船用燃气轮机的发展。舰船上应用燃气轮机是在 1947 年开始，而得到迅速发展则在 50 年代后期。以下是燃气轮机的功率、油耗、燃气初温随着年份的变化曲线图。从图 1-1 可见：从 1957 年~1958 年之后，船用燃气轮机的装船功率急剧上升。1955 年仅 14.92 万 kW (20 万 hp)，发展到 1965 年为 179.04 万 kW (240 万 hp)，到 1976 年超过了 1491.9 万 kW (2000 万 hp)。在这 2000 万 hp 中包括 2000 台发动机，分装在 840 条船上，装于舰艇和商船的分配是这样的：

	军用	民用
功率	19	1
台数	6.7	1
船数	4	1

由此可见，从 1955 年到 1975 年船用燃气轮机的功率竟增加了 100 倍。并且，船用燃气轮机主要用于军舰。从 70 年代起，英、美建造的大小型水面舰艇（除航空母舰外）绝大多数都是采用燃气轮机作为推进动力的。

每公斤空气流量所发出的功率称为比功。燃气轮机的比功越大，则发出相同功率所需的工质就越少，因而燃气轮机的重量尺寸就可越小。所以比功表征了燃气轮机的重量尺寸，它是燃气轮机的一个重要指标。比功的发展情况可见图 1-2，可看到 60 年代初期，比功为 260 hp/(kg·s⁻¹)(149.2 kJ/kg)，60 年代后期，比功为 260 hp/(kg·s⁻¹)(193.9 kJ/kg)。到 70 年

代比功增加到 $350\text{hp}/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1})$ ($261.1\text{kJ}/\text{kg}$)，近十年比功增加了 50% 以上。比功增大之所以重要，是因为燃气轮机耗气量很大，往往要比柴油机大 2 倍，比蒸汽轮机大 2.5 倍。这就要求进、排气道面积很大。近十年来由于比功增加了 50% 以上，故使进、排气道面积下降了 50% 以上，这是一个很重要的进步。

耗油率直接表征着燃气轮机循环的经济性。图 1-3 中第一框图绘出了 50 年代后期和 60 年代产品的耗油率为： $216\sim 336\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$ [平均 $300\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$] 时，即 $402.15\text{g}/(\text{kW}\cdot\text{h})$]。第二框图绘出了 60 年代后半期产品的耗油率降为 $209\sim 246\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$ 时 [平均 $230\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$] 时，即 $308.3\text{g}/(\text{kW}\cdot\text{h})$]。第三框图是 70 年代的产品，耗油率为 $173\sim 191\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$ 时 [平均 $180\text{g}/(\text{hp}\cdot\text{h})$] 时，即 $241.3\text{g}/(\text{kW}\cdot\text{h})$]。可见近 20 年中，耗油率改进了 50% 以上。

提高燃气初温、能使燃气轮机循环有用功增大，并使循环效率提高。目前，由于高温合金和冷却技术的不断发展，燃气初温的允许值也就不断地提高。从图 1-4 看到，60 年代初的产品，燃气初温仅为 $747\sim 817^\circ\text{C}$ ，到 70 年代提高到 $1107\sim 1217^\circ\text{C}$ 。可见发展还是较快的。

燃气轮机具有单机功率大，维护简单及重量轻、体积小、振动小、噪声小等优点。但其致命的缺点是油耗大。当这一缺点在 70 年代得到解决后，舰船燃气轮机就蓬勃地发展起来了。

习惯上，总是把 60 年代的机组称为第一代。但严格地说应从初温、油耗等来区分。第一代机组的指标由第一框中数据来表征 (图 1-2~图 1-4)。60 年代的机组称为第二代，其性能指标由第二框中数据来表征。70 年代的机组为第三代，其性能指标由第三框中数据来表征。下面列出了各代的主要机型 (见表 1-1)：

20 年来燃气轮机在许多领域内得到了迅猛的发展。然而，在 70 年代后期，由于世界能

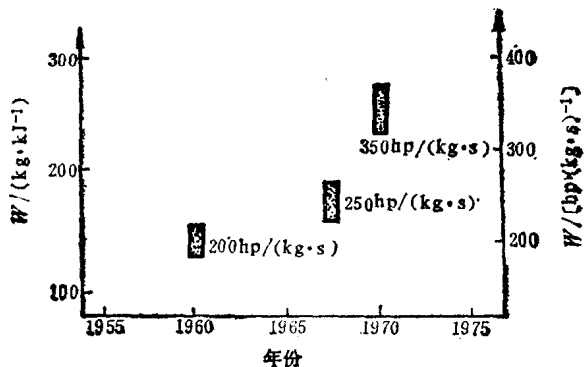


图1-2 比功随年份的变化

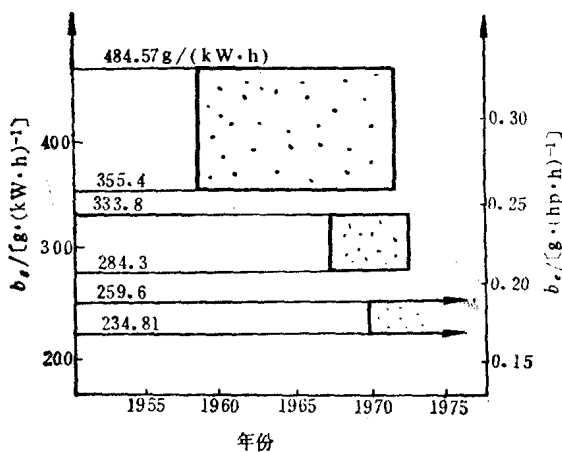


图1-3 耗油率随年份的变化

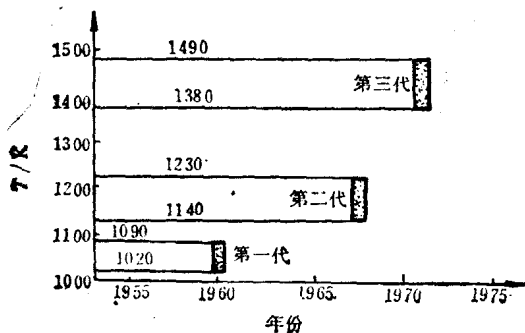


图1-4 初温随年份的变化

表1-1 三代燃气轮机的主要机型

代	机 型	制 造 厂	kW	hp
I	Proteus	Rolls Royce (英)	2722.9	3650
	FT12A	Pratt and Whitney (美)	2238	3000
	M38	SNECMA (法)	8952	12000
II	Tyne	Rolls Royce (英)	3059	4100
	LM1500	General Electric (美)	10071	13500
	Olympus TM1A	Rolls Royce (英)	17158	23000
	TM3B	Rolls Royce (英)	20142	27000
	FT4	Pratt and Whitney (美)	20142	27000
III	LM2500	General Electric (美)	19396	26000

源危机的出现,燃气轮机的发展受到一定的抑制,在国际市场上也呈现不景气的状态。

新的困难、新的形势都可以成为促使燃气轮机技术更臻完善的动力。80年代初期出现了许多研究和开发的新特点决不是偶然的。其中比较重大的列举如下:

1) 在热力学领域内:蒸汽-燃气联合循环的研究和试制成功,新型绝热复合式发动机的研制;

2) 材料科学方面:新型耐热合金的研制,高温结构陶瓷的发展以及各种纤维增强高温复合材料的研制;

3) 燃烧学方面:高效、高热容量、低污染燃烧室的研制,劣质材料乃至固体燃料燃烧机理的发展和应用。

可以预言:继之若干年抑制状态的将会是更大的发展。

§ 1-2 船用燃气轮机的总体结构

本节将通过若干船用燃气轮机机组的介绍,了解总体结构的一般情况。

图 1-5 是船用斯贝燃气轮机的燃气发生器部分。

斯贝RB244 船用燃气发生器是由斯贝RB168—62 航空涡扇发动机改型而得。由图 1-5可见,它具有 5 级低压轴流式压气机、11 级高压轴流式压气机、压气机分别由各自的两级涡轮驱动,燃烧室有 10 个火焰筒。燃气发生器的轴承都是采用滚动轴承,并有油膜减振。压气机机匣上的附件齿轮箱用以传动滑油泵、换气泵、水泵、转速信号和起动机。压气机机匣和燃烧室外壳都有水平中分面,以便于检修。机匣上并设有孔探仪安装孔。

为了适应舰用要求,船用斯贝的动力涡轮设计寿命为 30 年,即与船龄相同。图 1-6 示出动力涡轮的结构。动力涡轮的转子是悬臂式,支持在巴氏合金滑动轴承上。轴承安装在钢制的支承环中,轴承四周是排气蜗壳。动力涡轮通过扩压器与波纹管 and 燃气发生器挠性连接。在舰艇使用期限内,动力涡轮不需拆下翻修。该涡轮的设计转速为:4730r/min,效率为 86.6%。

船用斯贝机的外形尺寸可见图 1-7,斯贝SM1A型燃气轮机总重 19299kg,发生器部分

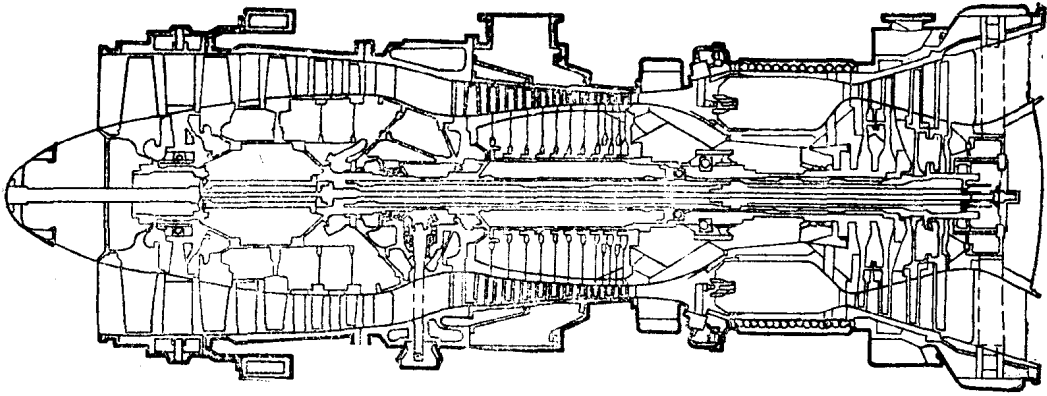


图1-5 RB244船用燃气发生器

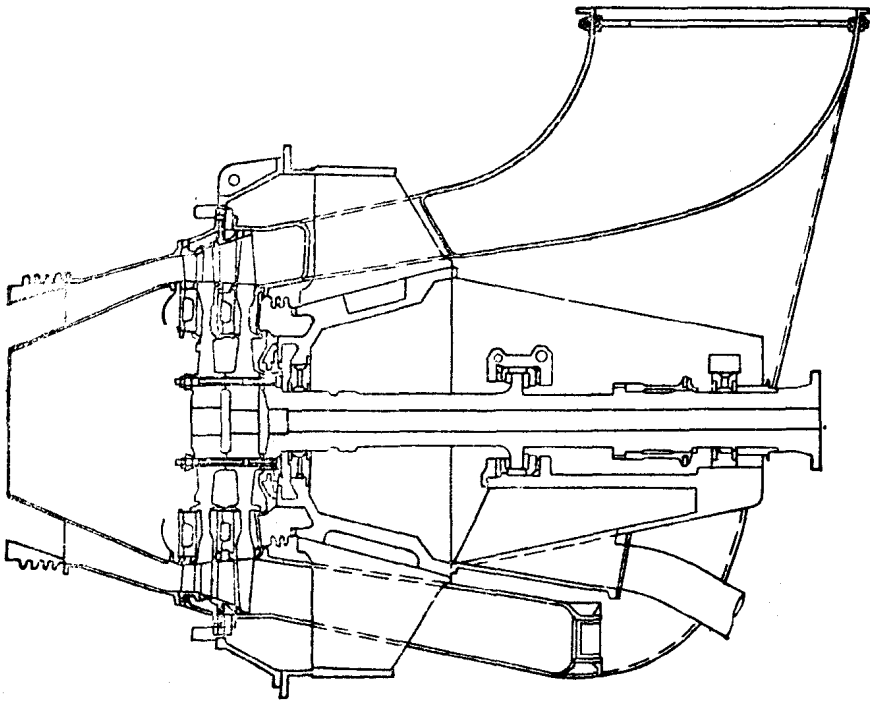


图1-6 SM1A与SM2A的动力涡轮

重 1400kg。

箱装体的结构可见图 1-8，它包括有安装在钢底座上的燃气发生器和动力涡轮，带有导流叶栅的进气系统、辅助设备、动力电流接头和灭火系统。箱体上有燃油、水、空气、电气、控制和滑油系统的标准接头。箱装体具有隔热、隔音、单独通风、抗冲击、抗原子、抗生物和化学污染的能力。

图 1-9 为LM5000 舰用燃气轮机的燃气发生器及其航空发动机母型（CF6—50）的剖视图。LM2500 和LM5000 都是美国通用电气公司的船用机组，它们都是从 CF6 航空系列改型而得，由图可见LM5000 燃气轮机为双转子结构，它由 5 级低压压气机、14 级高压压气机、

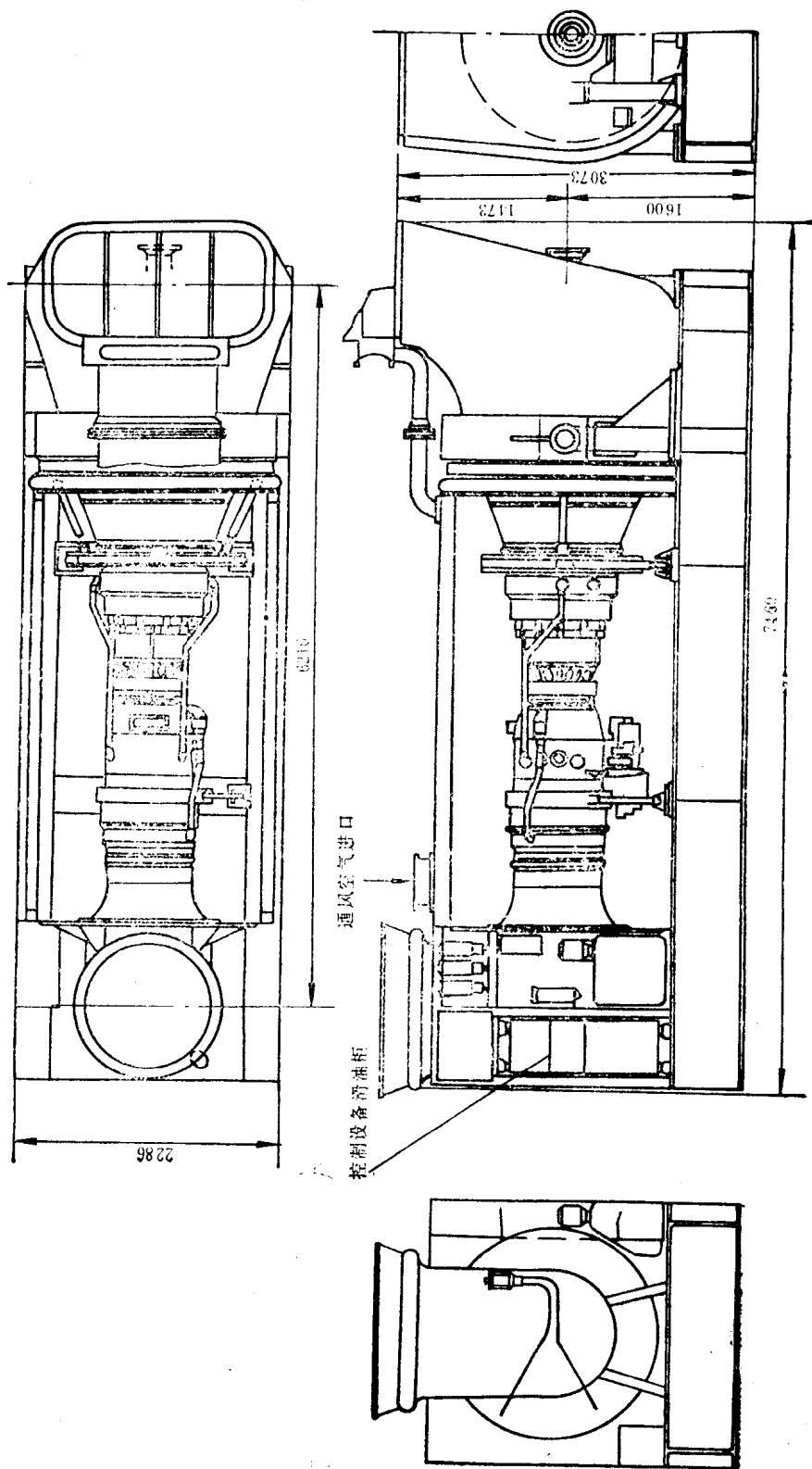


图1-7 SM1A燃气轮机的总布置

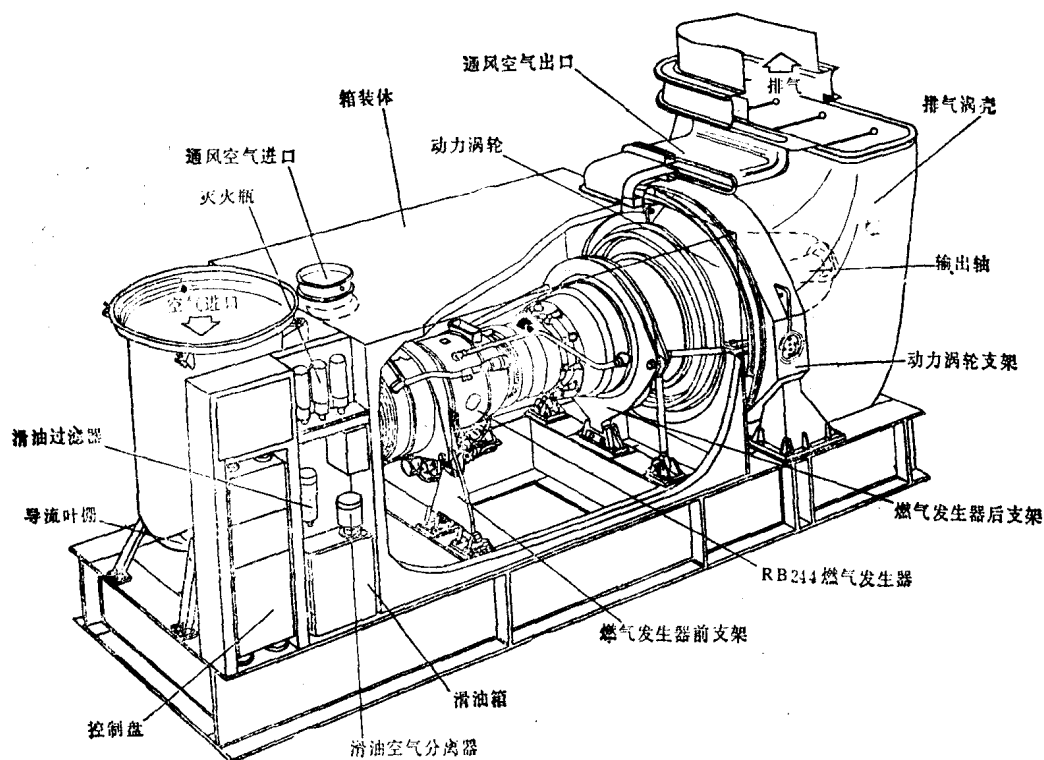


图1-8 SM 1 A船用燃气轮机箱装体

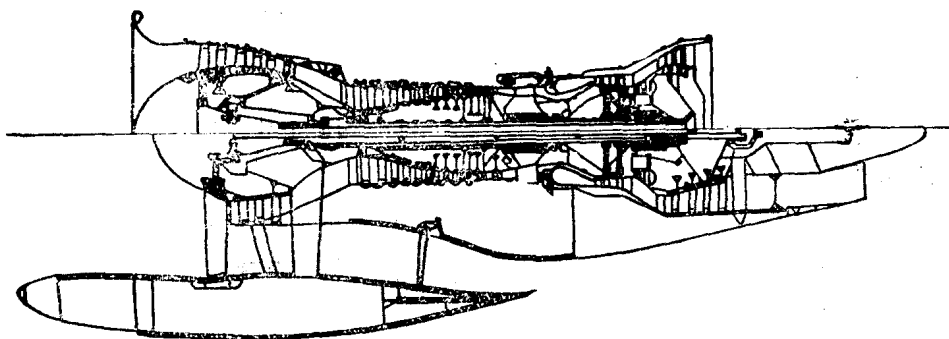


图1-9 LM5000舰用燃气轮机及其航空发动机母型

2级高压涡轮、1级低压涡轮、环形燃烧室以及3级动力涡轮（图中未示出）所组成，总压比为30，燃气初温高达1533K，等熵功率达44011.1kW（5900hp）。LM5000机组本身的外形尺寸为 $(8.331 \times 3.023 \times 2.642)\text{m}$ 。

为了对箱装体的结构有进一步了解，图1-10中示出了LM2500机组及其箱装体。图中可看清发动机在箱体內的支撑。

燃气轮机的进、排气管道的尺寸很大。图1-11中给出了LM2500发动机的进、排气管道简图，可见它们所占空间与箱装体体积之间的比例。在进排气管道中都有消音器，进气管道还作为发动机卸装后吊出机舱的通道，在进气管道侧的支管是用来给箱体输送冷却空气，而冷却空气

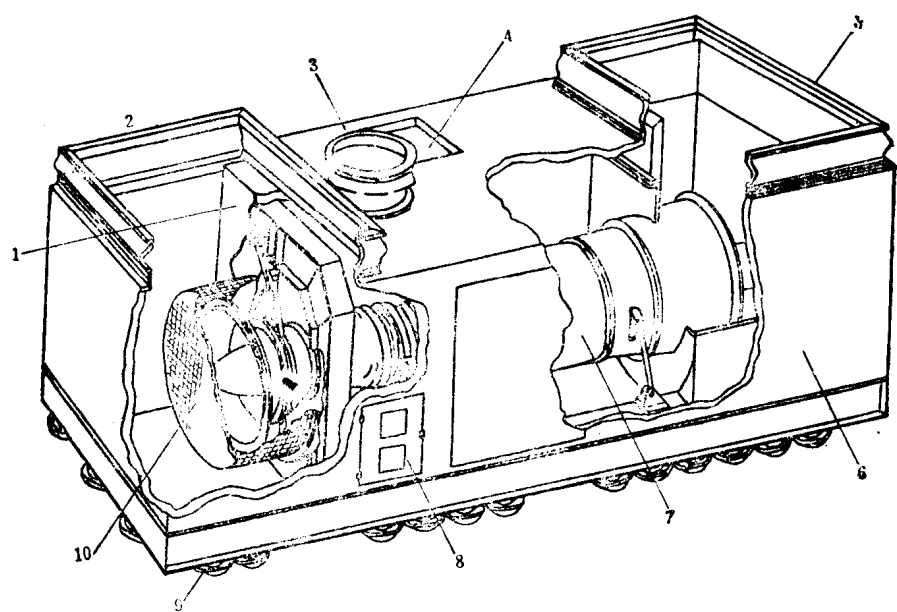


图1-10 LM2500燃气轮机推进装置立体图

1—进气室端壁 2、5—箱体的弹性接口 3—箱体冷却空气入口 4、8—检修用入口
6—箱体外壁 7—发动机 9—底座下的减振器 10—发动机进口滤

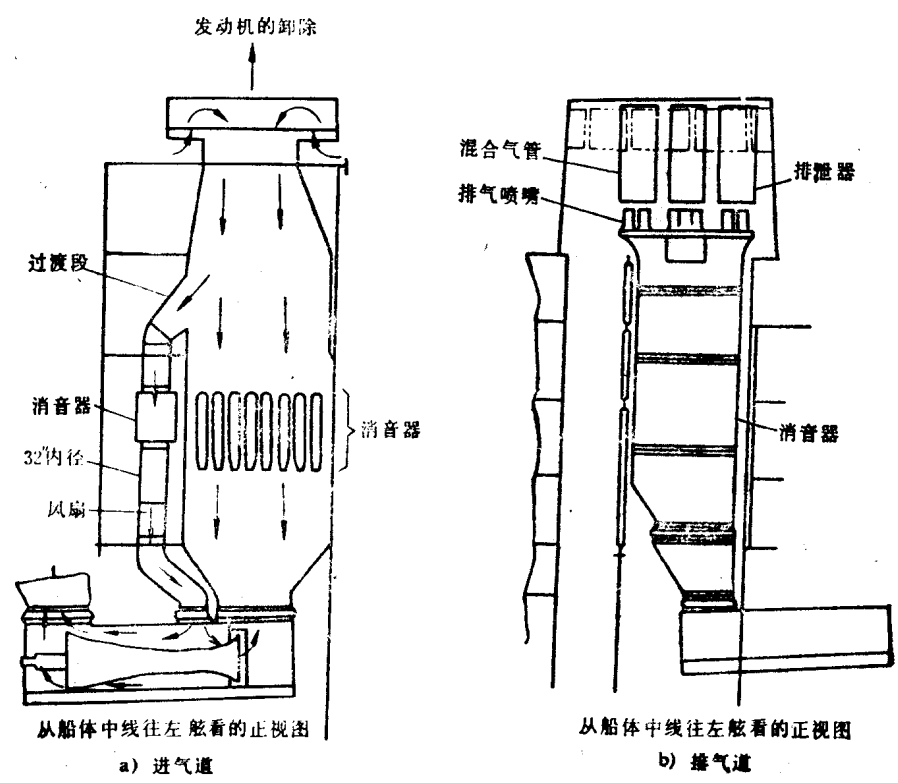


图1-11 LM2500及进、排气道

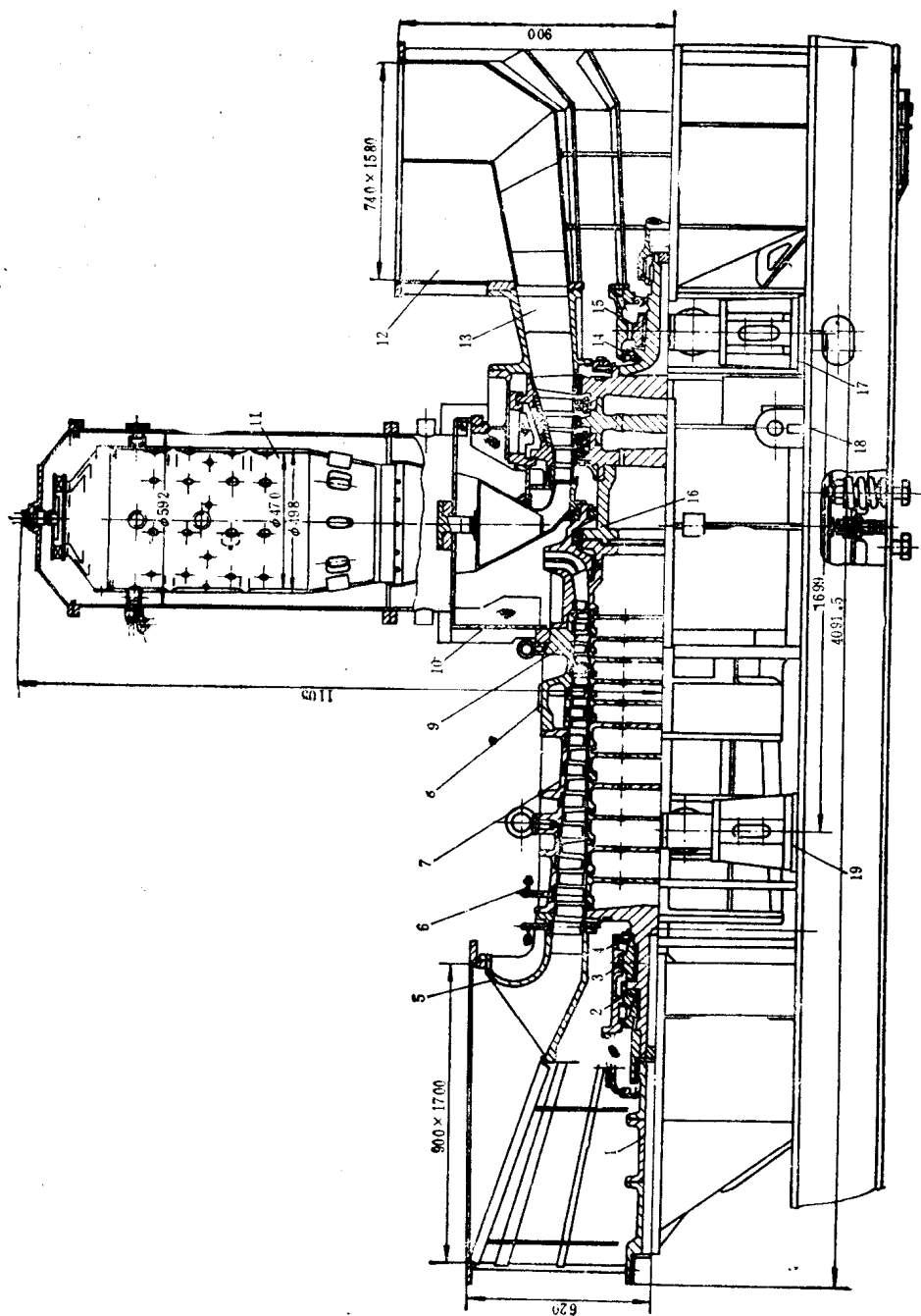


图1-12 2942kW (4000PS) 机车燃气轮机

- 1—联轴器 2—推力轴承 3—游轴承 4—前轴承箱 5—进气机匣 6—可转导叶执行机构
- 7—压气机前气缸 8—放气阀 9—压气机后气缸 10—透平外缸 11—燃烧室 12—透平
- 排气缸 13—承力机匣 14—后轴承箱 15—后轴承 16—转子 17—后支座 18—底座
- 19—前支座

的引出则是依靠发动机排出废气的引射作用。

中华人民共和国成立后,我国的燃气轮机工业从无到有得到了很快的发展。自从1956年我国自制的第一批喷气式飞机试飞成功后,航空燃气轮机逐步从仿制转向自行设计,目前已有多种型号的发动机装备不同类型的飞机。国际上舰艇推进装置全燃化的浪潮也冲激着我国的船用发动机工业,从60年代初就开始试制船用燃气轮机,二十余年来,在数千马力到数万马力的功率范围中,在设计、研究、试验、制造、运行方面累积了大量的经验。目前,我国船用燃气轮机正逐步走上航空改型的技术途径。机车和发电领域中,2983.8kW(4000hp)的机车燃气轮机(图1-12),1500kW直至21700kW固定电站燃气轮机以及1000~3000kW移动电站燃气轮机都先后试制成功,投入运行。此外,小功率燃气轮机在我国也得到一定的发展。其中,37.3kW(50hp)泵用燃气轮机已形成批量产品。今后随着石油工业、天然气工业的发展,随着四个现代化的进程,相信燃气轮机工业及相应的教育、研究,必然会以更快的速度缩短与国际先进水平的差距。

第二章 叶轮机械气动力学基本方程式

在叶轮机械的气动力学问题中,需要决定流场中的气流参数共有6个:速度 c 的三个分量以及热力学压力 p 、密度 ρ 、温度 T ,这时可以列出的基本方程是物理系统的3个守恒定律:

- 1) 质量守恒(连续流方程式);
- 2) 动量守恒(牛顿第二定律)在3个坐标上的分式;
- 3) 能量守恒(热力学第一定律)。

连同状态方程,一共有6个方程。方程组的数量和未知数的数量是相等的。在方程中出现的其它变量,如焓值 i ,内能 U 以及工质的输运特性 μ 、 k 等,通常可以另外列出辅助方程加以确定,因此方程组是封闭的。从数学上说,是求解6个偏微分方程组的边值问题。

叶轮机械气体动力学是气动力学的一个分支,它以研究叶轮机械流道中的气体运动规律作为对象,所以它既服从气动力学的普遍规律,但又有着自己的特点。

在叶轮机械的气动力学的研究中,坐标系的选取是十分重要的,如果选择得当,就可使所研究的问题大为简化。根据叶轮机械的结构和工作特点,选取圆柱坐标系(r, φ, z)来确定流场是最为方便的。这时把 z 轴取成和叶轮的转轴相重合,同时把 φ 角的增加方向使之和动叶轮的旋转方向相一致(图2-1)。

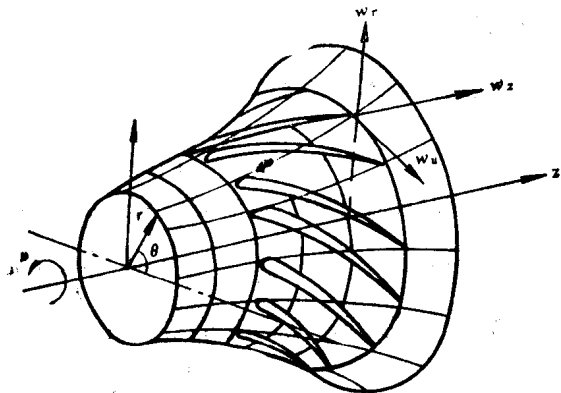


图2-1 圆柱坐标系

当气体在动叶轮中流动时,工质既有相对于叶轮流道的相对运动,又随着动叶轮以角速度 ω 作旋转运动,如果这时仍在绝对坐标系上来考察气体的流动,其图象将十分复杂。由于我们经常注意的是流道中流场的特性,因此,常常把圆柱坐标系和动叶轮固结在一起,观察者也随同动叶轮一起运动,这样,所观察到的则是工质相对于动叶轮的相对运动,对它的研究显然更具有实际价值。正是基于上述理由,3个基本方程都分别对绝对坐标和相对坐标写出。

§2-1 连续流方程式

一、空间运动连续流方程式

连续流方程是流体力学问题所特有的,它是质量守恒方程的数学表达式。由于不能违反质量守恒原理,故运动流体的速度分布必须满足这一约束条件。显然,由于涉及到质量,所以必须考虑流体的密度 ρ 。

在流场中划定一个体积为 V ，表面积为 S 的控制体。现在来考察当流体流过这个空间固定的控制体时，流过表面积 S 的质量以及体积 V 内的质量变化。若令 dV 为微元体积，则整个 V 内的总质量应为：

$$m = \int_V \rho dV \quad (2-1)$$

若在 dt 时间，体积内的密度发生一微量变化 $\frac{\partial \rho}{\partial t} dt$ ，则被 S 表面所包围的固定体积 V 内的质量变化为：

$$\Delta m = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt \quad (2-2)$$

该体积 V 内的质量变化，在无源和无汇的情况下，只可能是由于有一定量的流体流经 S 表面流入或流出该体积所导致的，而且为了满足质量守恒，在数值上应和 V 内的质量变化值相等，但差一符号。若令 S 上任一微元面积为 dS ，外法线的单位矢为 $\mathbf{n}$ ，则在 dt 时间内流经 dS 流入或流出的质量为 $\rho \mathbf{c} \cdot d\mathbf{S} dt$ ，其中 $\mathbf{c} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{n}$ 。于是流经全部 S 表面的质量：

$$\Delta m = - \oint_S \rho \mathbf{c} \cdot d\mathbf{S} dt \quad (2-3)$$

根据上述，在单位时间内质量守恒，则有：

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \oint_S \rho \mathbf{c} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2-4)$$

由高斯定理：

$$\oint_S \rho \mathbf{c} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) dV$$

将上式代入式(2-4)，则得：

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) \right] dV = 0 \quad (2-5)$$

因上式对任意体积 V 均成立，故最后得到一般形式的连续流方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) = 0 \quad (2-6)$$

将 $\nabla \cdot (\rho \mathbf{c})$ 展开，上式还可以写成：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{c} = 0 \quad (2-7)$$

或

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{c} = 0 \quad (2-8)$$

如果流体微团沿其迹线保持密度不变，即 $\frac{D\rho}{Dt} = 0$ ，则该流体可称为不可压缩的。此时，无论流动是定常还是非定常的，从式(2-8)得到，连续流方程简单地都是：

$$\nabla \cdot \mathbf{c} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-9)$$

它等价于要求微元体积保持不变。

对于可压缩流体的定常流动，式(2-6)变成：

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2-10)$$

在直角坐标系，式(2-6)可以展开成：