全日制十年制学校初中数学课本

代数

DAISHU

第三册

人民教育出版社

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

全日制十年制学校初中数学课本

（试　用　本）

代　　数

第三册

人民教育出版社中小学数学编辑室编

*

人民教育出版社出版

北京出版社重印

北京市新华书店发行

北京新华印刷厂印刷

*

1981年1月第1版　　1983年6月第3次印刷

书号：K7012·0217　定价：0.38元

说　明

这套《全日制十年制学校初中数学课本(试用本)代数》第一至四册和《全日制十年制学校初中数学课本(试用本)几何》第一、二册，是我们根据1980年10月教育部召开的中小学数学教材改革第二次座谈会的决定，将“中小学通用教材数学编写组”编写的《全日制十年制学校初中课本(试用本)数学》第一至六册分编而成的。这次分编时，仅对原书中由于分编而引起的衔接问题在内容上作了一些调整，并对个别错误作了修改。

人民教育出版社中小学数学编辑室

1981年1月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　数的开方和二次根式

一　数的开方

1.1　平方根

我们要做一个面积是 9 平方尺的方桌面，就要先求出这个方桌面的边长，也就是要求出一个平方后等于 9 的数．因为 $3^2=9$, $(-3)^2=9$, 而实际上桌面的边长不能是负数，所以，这个方桌面的边长应取 3 尺．

一般地，如果 $x^2=a$，那么，x 就叫做 a 的**二次方根**（也叫做**平方根**）．例如，

因为 $7^2=49$, 所以 7 是 49 的一个平方根；

又因 $(-7)^2=49$, 所以 -7 也是 49 的一个平方根．

又如，$\because\ \left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$, $\left(-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$,

$$\therefore\ \frac{4}{25}\text{的平方根有两个：}\frac{2}{5}\text{和}-\frac{2}{5}.$$

由此可知，正数 a 的平方根有两个，它们互为相反数．

因为，$0^2=0$, 所以，**零的平方根是零．**

因为在我们学过的数中，任何数的平方都是正数或零，**所以负数没有平方根．**

求一个数的平方根的运算，叫做**开平方**.

开平方和平方互为逆运算，因此，我们可以应用平方运算求一个数的平方根，或者检验一个数是不是另一个数的平方根．例如，

$$\because \quad 3^2=9, \quad (-3)^2=9,$$

$$\therefore \quad 9 \text{ 的两个平方根是 } 3 \text{ 和 } -3.$$

一个正数 a 的正的平方根，用符号“$\sqrt[2]{a}$”表示；负的平方根，用符号“$-\sqrt[2]{a}$”表示．这两个平方根合起来可以记做“$\pm\sqrt[2]{a}$”．这里符号“$\sqrt[2]{\ }$”读作“二次根号”，a 叫做**被开方数**，2 叫做**根指数**．根指数是 2 时，通常省略不写，如 $\pm\sqrt[2]{a}$ 写做 $\pm\sqrt{a}$，读作“正、负根号 a”.

例 1 求下列各数的平方根：

(1) 36； (2) $\frac{16}{25}$； (3) $2\frac{1}{4}$； (4) 0.49.

解： (1) $\because \quad (\pm 6)^2=36,$

$\therefore$ 36 的平方根是 ± 6，即

$$\pm\sqrt{36}=\pm 6;$$

(2) $\because \quad \left(\pm\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25},$

$\therefore$ $\frac{16}{25}$ 的平方根是 $\pm\frac{4}{5}$，即

$$\pm\sqrt{\frac{16}{25}}=\pm\frac{4}{5};$$

(3) $\because \quad 2\frac{1}{4}=\frac{9}{4},\ \left(\pm\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4},$

$\therefore \quad 2\frac{1}{4}$的平方根是$\pm\frac{3}{2}$，即

$$\pm\sqrt{2\frac{1}{4}}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2};$$

(4) $\because \quad (\pm 0.7)^2=0.49,$

$\therefore$ 0.49 的平方根是± 0.7，即

$$\pm\sqrt{0.49}=\pm 0.7.$$

练　习

1. (口答)(1) 什么数的平方等于 81？

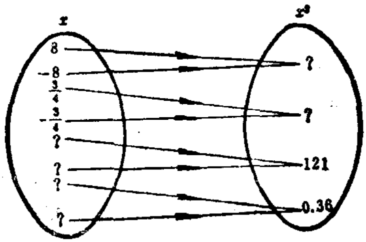
   (2) 什么数的平方等于$\frac{4}{9}$？

   (3) 什么数的平方等于 0.25？

2. 求下列各数的平方根：

   1, 64, 1600, 0, 0.0081, $\frac{49}{100}$, 2.25, $\frac{25}{144}$.

3. 如图，求左圈和右圈中的“？”：



(第 3 题)

4. (1) 在公式 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ 中，已知 $a=6, b=8$，求 c；

(2) 在公式 $a=\sqrt{c^2-b^2}$ 中，已知 $c=41, b=40$，求 a。

正数 a 的正的平方根，也叫做 a 的**算术平方根**（简称算术根），记作 $\sqrt{a}$. 例如 $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$ 等. 我们规定，**零的算术根仍旧是零**，即 $\sqrt{0}=0$.

很明显，只要求出一个正数的算术平方根，就可以直接写出它的两个平方根来，例如 $\sqrt{9}=3$，那么 9 的平方根就是 $\pm\sqrt{9}=\pm 3$.

注意 因为负数没有平方根，所以 $\sqrt{a}$ 中的被开方数 a 一定要大于或等于零，即 $a\geqslant 0$.

例 2 求下列各数的算术平方根：

(1) 100; (2) $\frac{49}{64}$; (3) 0.81.

解： (1) $\because$ $10^2=100$,

$\therefore$ 100的算术平方根是10，即

$\sqrt{100}=10$;

(2) $\because$ $\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$,

$\therefore$ $\frac{49}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{8}$，即 $\sqrt{\frac{49}{64}}=\frac{7}{8}$;

(3) $\because$ $0.9^2=0.81$,

$\therefore$ 0.81的算术平方根是0.9，即

$$\sqrt{0.81}=0.9.$$

例3 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{10000}$; (2) $-\sqrt{144}$;

(3) $\sqrt{\frac{25}{121}}$; (4) $-\sqrt{0.0001}$;

(5) $\pm\sqrt{625}$; (6) $\pm\sqrt{\frac{49}{81}}$.

解: (1) $\because\ 100^2=10000$, $\therefore\ \sqrt{10000}=100$;

(2) $\because\ 12^2=144$, $\therefore\ -\sqrt{144}=-12$;

(3) $\because\ \left(\frac{5}{11}\right)^2=\frac{25}{121}$, $\therefore\ \sqrt{\frac{25}{121}}=\frac{5}{11}$;

(4) $\because\ (0.01)^2=0.0001$,

$\therefore\ -\sqrt{0.0001}=-0.01$;

(5) $\because\ 25^2=625$, $\therefore\ \pm\sqrt{625}=\pm25$;

(6) $\because\ \left(\frac{7}{9}\right)^2=\frac{49}{81}$, $\therefore\ \pm\sqrt{\frac{49}{81}}=\pm\frac{7}{9}$.

练 习

1. 求下列各数的平方根:

729, 324, 0.36, 0.0225, $\frac{16}{49}$, $\frac{25}{64}$.

2. 求下列各数的算术平方根:

121, 0.25, 400, 0.01, $\frac{1}{256}$, $\frac{144}{169}$, 0.

3. 求下列各式的值：

$\sqrt{1}$，$-\sqrt{\frac{4}{9}}$，$\sqrt{1.21}$，$-\sqrt{0.0196}$，$\pm\sqrt{\frac{36}{169}}$，

$\pm\sqrt{\frac{9}{25}}$.

4. 填写下表：

a	0.0004	0.04	4	400	40000
$\sqrt{a}$					

从表中观察一下，当已知数 a 的小数点向右（或向左）每移动两位时，它的算术平方根 $\sqrt{a}$ 的小数点移动的规律是怎样的？

5. (1) $\sqrt{6^2}$ 是不是等于 6？

(2) $\sqrt{(-6)^2}$ 是不是等于 -6？为什么？

1.2 平方根表

前面我们用观察法求一些特殊的数的平方根，但是，对于一般的数，如 1840，$\frac{7}{11}$，0.529 等就不易观察出它们的平方根．在生产实践和科学实验中，求一个正数的平方根，常常是查平方根表．

应用平方根表，我们可以直接查出 1.00 到 99.9 之间只具有三个数位的数的正的平方根（查得的结果一般是近似值）．

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

例 1 查表求$\sqrt{1.35}$.

从表中标有字母"N"的这一直列中，找出被开方数的前两位数1.3,然后在标有"N"的横行里找到5,行与列交叉处的数1.162,就是1.35的算术平方根.

解: $\sqrt{1.35}=1.162$.

例 2 查表求$\sqrt{13.5}$.

从表中标有字母"N"的这一直列中，找出前两位数13,然后在标有"N"的横行里找到5,行与列交叉处的数3.674,就是13.5的算术平方根.

解: $\sqrt{13.5}=3.674$.

注意 查平方根表时，必须注意被开方数的小数点的位置，例如$\sqrt{13.5}$和$\sqrt{1.35}$的查法就不相同.

练 习

1. 查表求下列各数的算术平方根:

(1) 9.73; (2) 97.3; (3) 38.5; (4) 3.85; (5) 6.8;

(6) 68; (7) 5; (8) 4.04.

2. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{2}$; (2) $\sqrt{60}$; (3) $\sqrt{95}$; (4) $-\sqrt{9.5}$;

(5) $\sqrt{1.48}$; (6) $\sqrt{70.4}$; (7) $-\sqrt{47.3}$;

(8) $-\sqrt{8.47}$.

3. 查表求下列各数的平方根:

(1) 3; (2) 7; (3) 38.1; (4) 1.44;

(5) 42.5; (6) 53.8; (7) 6.18; (8) 83.8.

如果要求被开方数是1.000到99.99之间的有四个数位的数的平方根，先查出前三位数的平方根，再加上根据第四位数查得的修正值；如果被开方数是大于1而小于100的有四个以上数位的数，可以先把这个数四舍五入成具有四个数位的数，再查表.

例3 查表求$\sqrt{4.325}$.

先查得$\sqrt{4.32}=2.078$，然后查得5的修正值是1，就是0.001，$2.078+0.001=2.079$就是4.325的算术平方根.

解: $\sqrt{4.325}=2.078+0.001=2.079$.

例4 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{14.02}$； (2) $\sqrt{71.236}$；

(3) $\sqrt{2.3142}$； (4) $\sqrt{41\frac{1}{4}}$.

解: (1) $\sqrt{14.02}=3.742+0.003=3.745$；

(2) $\sqrt{71.236}\approx\sqrt{71.24}=8.438+0.002=8.440$；

(3) $\sqrt{2.3142}\approx\sqrt{2.314}=1.520+0.001=1.521$；

(4) $\sqrt{41\frac{1}{4}}=\sqrt{41.25}=6.419+0.004=6.423$.

练　习

1. 查表求下列各式的值：

(1) $\sqrt{4.357}$；(2) $\sqrt{95.42}$；(3) $\sqrt{5.174}$；

(4) $\sqrt{51.74}$；(5) $\sqrt{28\frac{3}{50}}$.

2. 查表求下列各式的值：

(1) $\sqrt{22.469}$；　(2) $\sqrt{96.131}$；　(3) $\sqrt{53.706}$；

(4) $\sqrt{5.0302}$；　(5) $\sqrt{16\frac{1}{40}}$.

应用平方根表查小于1或者大于100的数的平方根，可以先移动被开方数的小数点的位置，使它变为1到100之间的数．移动小数点的法则是把被开方数的小数点向右或者向左两位两位地移动，移到使成为有一位或者两位整数的数，每移动两位，查得的平方根的小数点向相反方向移动一位．

例5　查表求下列各式的值：

(1) $\sqrt{0.236}$；　(2) $\sqrt{23600}$.

解：(1)

$$\begin{tikzcd}[column sep=large, row sep=large]
\boxed{\sqrt{0.236}} \arrow[r, phantom, "="] \arrow[d, dashed, "\text{小数点向右移动两位}"'] & \boxed{0.4858} \\
\boxed{\sqrt{23.6}} \arrow[r, phantom, "\xlongequal{\text{查表}}"] & \boxed{4.858} \arrow[u, "\text{小数点向左移动一位}"']
\end{tikzcd}$$

$\therefore\quad \sqrt{0.236}=0.4858$；

$$
\begin{tikzcd}
(2)\ \boxed{\sqrt{23600}} \arrow[d, "\text{小数点向左移动四位}"] \arrow[rr, phantom, "="] & & \boxed{153.6} \\
\boxed{\sqrt{2.3600}} \arrow[rr, "\text{查表}"] & & \boxed{1.536} \arrow[u, "\text{小数点向右移动两位}"']
\end{tikzcd}
$$

$$\therefore\quad \sqrt{23600}=153.6.$$

练　习

1. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{0.0415}$;　　(2) $-\sqrt{0.001289}$;　(3) $\sqrt{0.38087}$;

(4) $\sqrt{64090}$;　　(5) $-\sqrt{725}$;　　(6) $\sqrt{5710052}$;

(7) $\sqrt{\dfrac{8}{25}}$;　　(8) $\sqrt{170\dfrac{3}{4}}$.

2. 应用开平方的方法,解下列方程:

(1) $x^2=169$;　　(2) $x^2-2.56=0$;

(3) $9x^2-64=0$;　(4) $3x^2=5$(精确到 0.01).

1.3　立方根

我们来看下面的问题:

要做一只正方体的木箱, 使它的容积是 125 立方分米,这个木箱的棱长应当是多少分米?

因为正方体的容积等于棱长的立方, 如果设棱长为 x 分米,根据题意,得

$$x^3=125.$$

这就是要求出一个数，使它的立方等于125.

因为 $5^3=125$，所以，这个正方体木箱的棱长是5分米.

一般地，如果 $x^3=a$，那么，x 叫做 a 的**三次方根**（也叫做**立方根**）. 数 a 的立方根用符号"$\sqrt[3]{a}$"表示，读作"三次根号 a"，其中 a 是被开方数，3是根指数.

求一个数的立方根的运算，叫做**开立方**. 很明显，开立方和立方互为逆运算.

例 1 求下列各数的立方根：

(1) -8； (2) 8； (3) $-\frac{8}{27}$；

(4) 0.216； (5) 0.

解：(1) $\because$ $(-2)^3=-8$，

$\therefore$ -8 的立方根是 -2，即

$\sqrt[3]{-8}=-2$；

(2) $\because$ $2^3=8$，

$\therefore$ 8的立方根是2，即

$\sqrt[3]{8}=2$；

(3) $\because$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\frac{8}{27}$，

$\therefore$ $-\frac{8}{27}$的立方根是$-\frac{2}{3}$，即

$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=-\frac{2}{3}$；

(4) $\because$ $0.6^3=0.216$,

$\therefore$ 0.216 的立方根是 0.6，即

$\sqrt[3]{0.216}=0.6$；

(5) $\because$ $0^3=0$,

$\therefore$ 0 的立方根是 0，即

$\sqrt[3]{0}=0$.

从上面的例子可以看出：**正数有一个正的立方根；负数有一个负的立方根；零的立方根仍旧是零.**

如果 $a>0$，那么，$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$. 所以，求负数的立方根，只要先求出这个负数的绝对值的立方根，然后再取它的相反数.

练 习

1. (1) 写出 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数的立方。

(2) 利用(1)的结果，求下列各数的立方根：

$27,\quad -64,\quad 343,\quad -729.$

2. 求下列各数的立方根：

$1,\ 512,\ \frac{8}{27},\ -\frac{27}{64},\ \frac{1}{8},\ -\frac{1}{8},\ 0.125,\ -15\frac{5}{8}.$

例 2 求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{27}$； (2) $\sqrt[3]{-27}$；

(3) $-\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$； (4) $-\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com