高等学校教学用书

天文学教程

（下册）

南京大学数学天文学系天文专业 编

上海科学技术出版社

高等学校教学用书

天文学教程

（下册）

南京大学数学天文学系天文专业 编

主编 戴文赛

编写者

容寿鋈 苗永寬 許邦信
任江平 朱耀鑫

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本教程有系統地介紹現代天文学的基础知識，共分上下两册。上册先論述天球的概念和天球坐标系，計量时間的各种系統，天文观测的仪器和方法；然后就各种类型的天体分别介紹其研究方法和研究結果：由近到远，先介紹地球和月球；其次介紹太阳系的行星、卫星、彗星、流星；再介紹太阳、恒星、双星、变星、星团、星云、銀河系、河外星系；最后討論天体的起源和演化問題。下册包括天体测量和天体力学部分。天体测量方面，先介紹观测数据的处理方法(包括最小二乘法)和影响天体坐标的各种因素：視差、大气折射、光行差、岁差和章动等等，及改正方法；然后介紹时間和地面經緯度的各种测定方法，恒星位置和距离的测定方法。天体力学方面，介紹天体运动的研究方法，討論二体問題，摄动理論，人造卫星运动理論和岁差章动的理論。

本教程可作为綜合大学及高等师范学校天文专业天文学基础課程的教材。高等学校理科其他专业及高等工业学校中某些专业設有天文学課程的，也可选用本教程作为教材或参考书。本教程也可作为天文及其他有关科学工作人員的参考书。

参加本书个别章节編写工作和修訂工作的有易照华、張承志、黃天衣等同志。

高等学校教学用书

天 文 学 教 程

(下 册)

南京大学数学天文学系天文专业編

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出093号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

商务印书館上海厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印張12 24/32 字数304,000

1961年12月第1版 1962年5月第2次印刷

印数 1,001—3,000 (其中简装本1,000册)

統一书号：13119・440

定 价：(十) 1.45元

目　录

（下　册）

第一章　观测数据的处理

§1.1　观测的偶然誤差

天文学的理論基础建立在大量的天文观测上。任何观测的結果都难免誤差，因此，对同一目标由同一观测者进行多次观测，或由不同观测者来进行观测，所得的数据往往互不相同。怎样从这些数据里找出一个最可靠的結果并估計它的可靠程度，这就是本章內所要解决的問題。

1. 誤差的分类　观测的誤差，按其产生的規律特征可分为错誤、系統誤差和偶然誤差三类。

错誤是由于观测时疏忽大意，如对错星、讀錯度盘和写錯数字等原因所产生。我們应該尽量避免这种誤差。在观测数据中如果含有错誤，誤差往往特別大。这种错誤，在反复观测或核算时易于发現，应該及时予以消除。

系統誤差是按着一定規律而变化（或保持常数）的誤差，它包括观测仪器的誤差和外界环境对观测的影响（例如大气厚度对于测定太阳常数的影响）。此外，观测者由于感覚器官不完善所产生的"人差"，也常有一定的規律。例如在测定恒星的位置时，观测者往往沒有把星象对准在望远鏡視場的中央，而每次都不自覚地使星象偏向某一边；記录星象通过視場中細絲的时刻，也有經常太早或太晚的現象，这些也是系統誤差。

各种不同的观测方法、观测仪器和观测对象，都有各自不同的系統誤差。为了使观测結果符合实际情况，必須查出造成系統誤

差的原因，并尽可能予以消除，或使它减小到可以忽略的程度。

在观测数据中消除了錯誤和系統誤差后，剩下来的誤差称为偶然誤差。偶然誤差，是由于影响观測結果的一切因素（条件）的不易估計的变化，例如仪器不够稳定、温度的微小变化、仪器照明情况的好坏、观测者的熟练程度和过分疲劳或兴奋等原因的相互合并或抵消所造成。偶然誤差的絕对值和符号都各不相同；它們在出現的順序上也沒有什么規律。

偶然誤差与前两种誤差不同，旣不能避免它的出現，又不能从观測理論中推出它的大小，也不能用适当的观測方法予以消除。但决不能說，我們对偶然誤差是完全无能为力的。恩格斯教导我們："…凡表面上看去是偶然性在起作用的地方，其实这种偶然性本身始終是服从于內部的隐藏着的規律的。全部問題就在于发現这种規律。"* 誤差理論，就是专門研究偶然誤差的特性的科学，以下我們将根据誤差理論，着重討論怎样使观測結果尽可能少受偶然誤差的影响。在討論中，我們假定在观測数据中已經沒有錯誤，并已消除或至少大大削弱了系統誤差的影响，因而有时我們把偶然誤差直接称为誤差。

2. 誤差分布的性质 虽然每一个偶然誤差的絕对值和符号的出現沒有規律，但是如果我們在相同的条件下，对同一量进行了一系列的观測，却可发現在所产生的偶然誤差中，无論誤差的大小和符号的分配都有一定的規律；观測次数愈多，其規律性也愈明显。

根据統計，在相同的条件下对同一量进行一系列观測所产生的偶然誤差，在分布上具有下列性质：

(1) 在一定的观測条件下，誤差的絕对值不超过一定的限度；

(2) 絕对值小的誤差比絕对值大的誤差出現的次数多；

---

* 恩格斯：費尔巴哈与德国古典哲学的終結，38 頁 8～11 行，人民出版社 1959 年版。

(3) 絕对値相等的正負誤差出現的次数相同;

(4) 在相同的条件下,对同一量的观測,其誤差的算术平均値随着观測次数的增加而无限地趋向于零。

显然,第四种性质可由第三种性质推出,但为了引用方便,也把它列出。

打靶試驗,是研究偶然誤差的分布的一个著名例子。曾有某炮台对炮靶进行了1000发实彈射击,他們把炮靶从上到下分成十一个相等的区域,以击中中央横綫为准。統計每个区域击中炮彈的数目,得出下表:

区域序数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
中彈数	1	4	10	89	190	212	204	193	79	16	2

如果充分考虑了重力对炮彈的影响,炮彈击中点对中央横綫的偏差,可认为是偶然誤差。如以区域序数为横坐标,每个区域的中彈数为纵坐标,可以画出1000个炮彈击中点的分布(图1.1)。这个图也可以认为是1000次射击的誤差分布图。1000发炮彈全部击中炮靶,表明这一列射击的誤差的絕对値有一定的限度,它不超过炮靶上下边緣至中央横綫的距离,这符合誤差分布的第一个性质。其次,图中表明,愈靠近中央横綫的区域,击中的炮彈愈多,这符合于誤差分布的第二个性质,即絕对値小的誤差,比絕对値大的誤差出現次数多。此外,全部炮彈击中点的分布,基本上对称于中央横綫,这也可以大致表明上述的第三个性质,即絕对値相等的正負誤差出現的次数相同。本例所以未能更好地表明誤差分布的第三个性质,是因为在射击誤差中还存在着重力影响的系統誤差的殘余,因此,击中炮靶下半部(第七区域至第十一区域)的炮彈偏多。

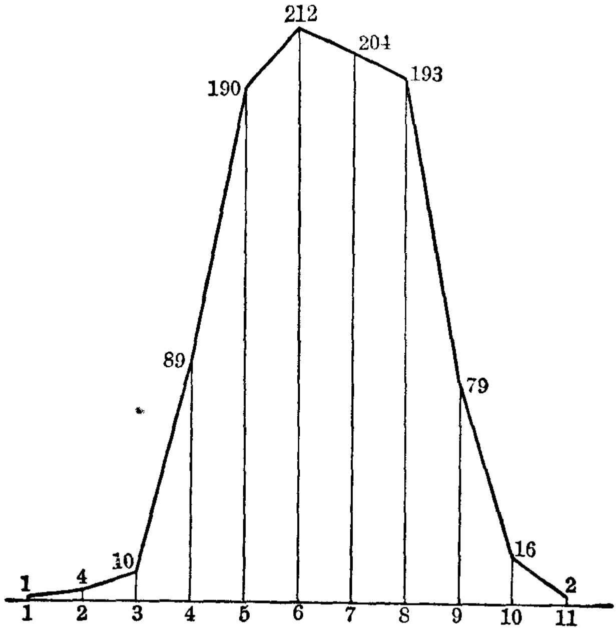

图 1.1　炮彈击中点的分布图

偶然誤差的这些分布上的性质，是誤差理論的基础。根据概率論，可以推出这些性质（除第一个性质外）的数学表示式，称为誤差分布定律，或称高斯誤差分布定律，因为它是由德国数学家高斯首先推导出来的。誤差分布定律，代表一列偶然誤差在理想情况，即完全符合前述性质时的分布。关于誤差分布定律的推导，本章不作介紹，必要时讀者可以参看其他有关誤差理論的参考书。

3．最或然值　从誤差分布的第四个性质，我們可以得出誤差理論的一条重要原理：在相同条件下，对同一量进行一列观測，其中最可靠的观測結果，是这一列观測值的算术平均值。我們称算术平均值为这一列观測的最或然值，也就是最可靠的意思。

設 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 为在相同条件下，对某量观測 n 次所得的 n 个观測值，则算术平均值

$$a_0=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=\frac{[a]^*}{n}. \tag{1.1}$$

設观測量的眞値等于 A，而观測值 a_i 中已消除錯誤及系統誤差，則 $a_i-A=\Delta_i$ 称为 a_i 的眞誤差，按其性质为 a_i 的偶然誤差。

令 n 个眞誤差的算术平均值为 Δ_0，则

$$\Delta_0=\frac{[\Delta]}{n}=\frac{[a]}{n}-A=a_0-A, \tag{1.2}$$

Δ_0 可称为算术平均值的眞誤差。

誤差分布的第四个性质表明，随 n 的增大，Δ_0 将趋向于零，因而 a_0 也必趋向于眞值 A。因此可以认为，算术平均值是这一列观測的最可靠的結果，即最或然值。这一原理虽然不能用严格的数学公式加以証明，但对于一般人都是易于接受的。

§1.2 观測的精度标准

1. 精度，等精度观测 我們已經知道，在相同的条件下，对同一量进行一列观測，可以得到一个最或然值。如果在另一条件下，对該量进行了另一列观測，同样得到了一个最或然值。那么，这两个最或然值究竟哪个更为可靠？能否用某种数值来衡量它們的可靠程度？这就是我們必須解决的問題。

所謂观測結果的可靠程度，通常我們称为观測的精度。一般地說，观測精度的高低可以用偶然誤差的大小来衡量，而偶然誤差的大小則决定于观測的条件。这里所指的观測的条件，应包括观測仪器制造和校正的精度、观測方法、观測者的經驗和外界环境的影响等。仪器愈精密，观測方法愈完善，观測技术愈熟练，外界环境愈稳定(例如大气的稳定对地面上任何天文观測都是非常重要

* $[a]=a_1+a_2+\cdots+a_n$ 称为和数的高斯符号，以后将經常用到，与此类似的有 $[a^2]=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$，$[ab]=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$ 等。

的)，則在观測中发現不出的变化就愈少。这样，观測数据中的錯誤和系統誤差都能比較容易地消除掉，而剩下来的偶然誤差就愈小，观測結果自然也就愈精确。由此可得出結論，即观測的精度是由观測的条件所决定的。

如果对某量的一列观測，是在完全相同的条件下进行的，这一列观測在理論上被称为等精度观測。例如，同一观測者用同一架仪器，以同样的方法，在同样的外界环境下，同样細心地对某量观測了 n 次，則所得的 n 个观測值可认为是等精度的。

但是在事实上，自然界中的一切都在不断变化，完全不变的观測条件是不存在的，因而理論上的等精度观測也是不存在的。

通常我們在具体区别某列观測值是等精度或非等精度时，只是依据主要的(或者說是明显的)观測条件，例如仪器的精度及观測方法等，只要这些条件相同，就认为是等精度的。至于观測者的熟练或細心的程度以及外界环境影响变化的大小等，因为难以用精确的数字来衡量，一般只能作大致的估計，只要变化不大就不作考虑；只有在对其中某些影响作专門的研究时，才加以认眞的考虑。因此，某列观測虽然被称为等精度观測，但其中每个观測值的偶然誤差却仍互不相同，只是在一定的条件下，这些誤差的絕对值不会超过一定的范圍吧了。

根据以上两点結論，我們得到以下关于精度的概念：一列等精度观測的精度，也就是其中每一次观測的精度，它的数值代表这列观測共同的主要观測条件。精度的数值旣然代表一列观測共同的主要的观測条件，則必須从綜合全列观測值的偶然誤差来确定它。我們以每列观測里大誤差出現的多少来确定精度。如果某列观測里出現了較多的大誤差，就认为这列观測的精度較低；如果大誤差少，就认为精度較高。下面将介紹三种通用的精度标准：中誤差、平均誤差和或然誤差，它們都是根据这个原則来确定的。

2. 精度标准 中誤差 m，又称为均方誤差，它是眞誤差平方的算术平均值的平方根。設一列观測值的眞誤差为 $\Delta_1, \Delta_2, \cdots \Delta_n$，則有

$$m^2=\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\cdots+\Delta_n^2}{n}=\frac{[\Delta^2]}{n},$$

$$m=\pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}. \tag{1.3}$$

平均誤差 t 是眞誤差絕对值的算术平均值，亦即

$$t=\pm\frac{|\Delta_1|+|\Delta_2|+\cdots+|\Delta_n|}{n}=\pm\frac{[|\Delta|]}{n}. \tag{1.4}$$

或然誤差 r 是在全列眞誤差中，絕对值比它大和比它小的眞誤差各占一半的一个值。

这三种誤差的数值前都必須加上正負号，因为偶然誤差为正值或为負值的可能性是完全相同的。显然，这三种誤差的絕对值愈小，所代表观測的精度愈高。

根据誤差分布定律，以上三种誤差有一定数量上的关系，为

$$\left.\begin{aligned} r&=0.8453t=0.6745m,\\ t&=0.7979m=1.1829r,\\ m&=1.4826r=1.2533t. \end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

当一列观測的次数 n 相当大时，眞誤差的分布接近于理想情况，亦即符合誤差分布定律。只要知道这三种誤差中的任一种，就可以根据(1.5)式換算为其他两种，因此这三种誤差对于衡量观測的精度具有完全相同的价值。

但是在一般情况下，每列观測的次数不可能很多，因而全列誤差的分布也不可能完全符合誤差分布定律，这时用中誤差来衡量观測的精度，就比較妥当。这是因为中誤差比平均誤差更能明显地反映出某列观測中出現的个别大的誤差。設有两列观測各由10次观測所組成，它們的眞誤差分布情况如下：

第一列　+3, −2, −4, +2, +1, 0, +4, −3, −2, +3

第二列　0, +1, −7, −2, +1, +1, +8, 0, −3, −1

按照(1.4)式得

$$t_1 = \pm 2.4,\quad t_2 = \pm 2.4.$$

也就是說，从平均誤差来看，分不出两列精度上的差别，但从誤差的分布来看，第二列中有两个較大的誤差，显然精度比第一列要低些。如再按(1.3)式分别計算两列观测中誤差，可得

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{72}{10}} = \pm 2.7 \qquad m_2 = \pm\sqrt{\frac{130}{10}} = \pm 3.6$$

m_2 大于 m_1，表示第二列的精度較低。

至于或然誤差，本来就沒有准确的計算公式。虽然可将眞誤差按絕对值大小排列，然后把該列中央的誤差值取为或然誤差的近似值，但当观测次数不多时，用这种方法是极不可靠的。例如有两列观测，各由 9 次观测所組成，它們的眞誤差按絕对值的大小排列如下：

第一列　1.0, 1.2, 2.0, 2.3, 2.5, 2.8, 3.4, 3.5, 4.3

第二列　1.0, 1.3, 2.1, 2.2, 2.5, 3.0, 4.1, 5.0, 6.2

可以看出，两列誤差的中央的誤差值都是 2.5，但显然第二列的精度比第一列要低得多。所以要精确地确定或然誤差，只有依靠(1.5)式中或然誤差与中誤差在理論上的关系式，即

$$r = 0.6745\,m$$

来計算。为了計算或然誤差，必須先計算中誤差，自然不如直接采用中誤差方便。此外，这个关系式既是根据誤差分布定律推出，如果实际誤差的分布不很符合于誤差分布定律，那么它也就不能很准确地代表两种誤差間的关系，因此对于观测次数較少的观测列，尤其沒有采用或然誤差的必要。

尽管如此，由于习惯的影响，目前或然誤差和中誤差仍旧同时

被采用。英美等国多采用或然誤差作为精度的标准，而我国、苏联以及欧洲的其他国家，則采用中誤差。在本章討論中，将采用中誤差作为观測精度的标准。

3. 观測值函数的中誤差 以上我們討論的对象，限于可以直接进行观測的量，亦即我們所要求的未知量就是观測量的眞值。在实际工作中，常常还遇到另外一种情况，就是所要求的未知量不能直接观測，必須通过对观測值的一系列換算而得到，也就是說，未知量是观測值的函数。例如，在上册第一章中我們知道，恒星在上中天时的天頂距与观測地点的地理緯度有一定的关系，因此有一种决定地理緯度的方法，就是由观測已知赤緯的恒星在上中天时的天頂距換算而得。为了衡量这些未知量的精度，我們将进一步討論怎样从观測值的中誤差換算观測值函数的中誤差。

現在我們从最簡单的函数，逐步推出一般函数的中誤差与观測值中誤差的关系。

(1) 函数 $z=Kx$，其中 K 为一常数，x 为观測值。令 Δz、Δx 分別为函数及观測值之眞誤差，則有

$$z+\Delta z=K(x+\Delta x),$$

$$\Delta z=K\Delta x.$$

如对 x 观測 n 次，可得 n 个关系式：

$$\Delta z_i=K\Delta x_i \quad (i=1,\ 2,\cdots,\ n).$$

两端平方后求和，得

$$[\Delta z^2]=K^2[\Delta x^2]$$

$$\pm\sqrt{\frac{[\Delta z^2]}{n}}=K\left(\pm\sqrt{\frac{[\Delta x^2]}{n}}\right)$$

按照中誤差的定义，$\pm\sqrt{\frac{[\Delta z^2]}{n}}$ 即函数 z 的中誤差 m_z，而 $\pm\sqrt{\frac{[\Delta x^2]}{n}}$ 为 x 的中誤差 m_x，所以

$$m_z=Km_x, \tag{1.6}$$

即常数与观测值的乘积的中误差，等于該常数与观测值中誤差的乘积。

(2) 函数 $z=x+y$，其中 x, y 为两独立观测值。令 Δz, Δx, Δy 分别为 z, x, y 的眞誤差，則有

$$z+\Delta z=(x+\Delta x)+(y+\Delta y),$$

$$\Delta z=\Delta x+\Delta y.$$

如对 x 观测 k 次，对 y 观测 n 次，将每一 Δx 与任一 Δy 相加，共可得 kn 个 Δz，即

$$\Delta z_{ij}=\Delta x_i+\Delta y_j \qquad \begin{pmatrix} i=1,\ 2,\ \cdots,k \\ j=1,\ 2,\ \cdots,n \end{pmatrix}.$$

两端平方后求和，得

$$[\Delta z^2]=n[\Delta x^2]+k[\Delta y^2]+2[\Delta x][\Delta y],$$

其中 $[\Delta z^2]$ 共包含 kn 项。两端各除以 kn，得

$$\frac{[\Delta z^2]}{kn}=\frac{[\Delta x^2]}{k}+\frac{[\Delta y^2]}{n}+2\frac{[\Delta x]}{k}\frac{[\Delta y]}{n}.$$

根据偶然誤差分布的第四个性质，当 k 和 n 相当大时，可以取

$$\frac{[\Delta x]}{k}=0, \text{ 和 } \frac{[\Delta y]}{n}=0.$$

所以

$$\frac{[\Delta z^2]}{kn}=\frac{[\Delta x^2]}{k}+\frac{[\Delta y^2]}{n},$$

即

$$m_z^2=m_x^2+m_y^2. \tag{1.7}$$

同理，若 $z=x-y$，可得

$$\frac{[\Delta z^2]}{kn}=\frac{[\Delta x^2]}{k}+\frac{[\Delta y^2]}{n}-2\frac{[\Delta x]}{k}\frac{[\Delta y]}{n},$$

仍有关系

$$m_z^2=m_x^2+m_y^2.$$

若 $z=x_1\pm x_2\pm x_3\pm\cdots\pm x_n$，同样可以証得

$$m_z^2=m_{x_1}^2+m_{x_2}^2+\cdots+m_{x_n}^2, \tag{1.8}$$

即几个独立观测值的代数和的中误差的平方，等于这些观测值的中误差的平方和。

(3) $z=K_1x_1\pm K_2x_2\pm\cdots\pm K_nx_n$，其中 $K_1, K_2,\cdots,K_n$ 均为常数。根据(1.8)式有

$$m_z^2=m_{K_1x_1}^2+m_{K_2x_2}^2+\cdots+m_{K_nx_n}^2.$$

根据(1.6)式又有

$$m_{K_ix_i}=K_im_{x_i}\quad(i=1, 2,\cdots, n),$$

所以

$$m_z^2=K_1^2m_{x_1}^2+K_2^2m_{x_2}^2+\cdots+K_n^2m_{x_n}^2,\tag{1.9}$$

即常数与观测值的乘积的代数和之中誤差的平方，等于每一常数与相应观测值之中誤差的乘积的平方和。

作为綫性函数的一个特例，一列 n 个等精度观测值的算术平均值的中誤差，亦可由(1.9)式求得。即由

$$a_0=\frac{[a]}{n}=\frac{1}{n}a_1+\frac{1}{n}a_2+\cdots+\frac{1}{n}a_n,$$

得

$$m_{a_0}^2=\frac{1}{n^2}m_{a_1}^2+\frac{1}{n^2}m_{a_2}^2+\cdots+\frac{1}{n^2}m_{a_n}^2.$$

因为 $a_1, a_2,\cdots, a_n$ 为等精度观测，所以

$$m_{a_1}=m_{a_2}=\cdots=m_{a_n}=m.$$

一般把算术平均值 a_0 的中誤差記为 M，可得

$$M^2=\frac{1}{n}m^2,$$

即

$$M=\frac{1}{\sqrt{n}}m.\tag{1.10}$$

即一列 n 个等精度观测值的算术平均值的中誤差，等于这列观测的中誤差乘上 $\frac{1}{\sqrt{n}}$。

(4) 一般形式的函数 $z=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，有

$$z+\Delta z=f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, \cdots, x_n+\Delta x_n).$$