

F 888244

纠错码 与差错控制

王新梅 编著

1111001



11101001

11101001

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书比较全面地介绍了纠错码的理论和利用纠错码进行差错控制的技术。全书共九章，分成两大部分。第一大部分主要讲述线性分组码、卷积码等常用纠错码的编译码理论和实现方法；第二大部分讲述利用纠错码进行差错控制的技术和设计差错控制系统的一般原则。本书可供大专院校通信专业、计算机专业的师生阅读，也可供从事通信系统设计的工程技术人员参考。

纠错码与差错控制

王新梅 编著

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京朝阳展望印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本：850×1168 1/32 1989年6月北京第一版

印张：20¹²/₃₂ 页数：326 1989年6月北京第1次印刷

字数：539千字 印数：1—3000册

ISBN7-115-03947-X/TN·222

定价：4.60元

前 言

70年代以来，随着作为数据处理、交换和存贮中心的计算机、卫星通信及高速数据网的飞速发展，用户对数据传输的可靠性，提出了越来越高的要求，例如在计算机网通信中要求误码率低于 10^{-9} 甚至更低。因此如何提高传输数据的可靠性，成为一个需要迫切解决的问题，也是现代数字通信设计工作者所面临的主要课题之一。

在有扰信道中提高数据传输质量的常用方法是增加接收端的信噪比或采用抗干扰能力较强的调制解调方式。1948年香农(shannon)在他的著名论文中指出：在有扰信道中，当信息传输速率低于信道容量时，通过某种编译码方法随着码长的增加能使误码率任意小。从而为提高数据传输的可靠性提出了一个新的方向。自此以后，很多科学工作者和工程技术人员在香农所指的方向上进行了极其有意义的探索，经过30多年的努力，目前已有许多在有扰信道或存贮系统中，控制差错提高数据传输可靠性的有效编译码方法，并形成了一门新的技术——利用纠错编码的差错控制技术。

通常，针对某一特定的数据传输或存贮系统，应用纠错或检错的编码及其相应的其它技术(如反馈重传等)来提高整个系统传输数据可靠性的方法，称为差错控制，而其相应的设备称为差错控制设备或差错控制系统。由此可知，所谓差错控制技术包含两方面内容：一是纠错码理论，另一是在某些特定的条件下，为了充分发挥纠错码的潜力，从而使整个差错控制系统设计更为合理和经济所必需的其它知识。

本书主要目的就是向数字通信设计工作者和其它有关人员介

绍这一门新技术，并从较实用的观点介绍纠错码原理以及设计差错控制系统所必需的知识。

本书主要分两部分，第一部分讨论纠错码的基本原理，第二部分讨论差错控制系统的设计。要详细了解纠错编码原理，需要较多的线性代数和近世代数知识，由于篇幅所限，本书不可能详细地介绍这方面的内容，因此力图用较少的数学知识阐述纠错码的基本原理，试图不用严格的数学证明而通过具体例子使读者了解纠错码的各种编译码原理和实现方法。并且也不试图全面地介绍纠错码的各种码类，而仅介绍实际中用得较多的码类。在第二部分我们较详细地讨论设计一个差错控制系统所必须了解的其它知识如信道的模化、各种差错控制方式和性能分析等。

近十几年来，由于纠错码理论的进展，以及作为实现差错控制技术的物质基础一大规模集成电路，特别是微机的飞速发展，使得在以前不可能使用差错控制设备或成本太高的地方，目前也广泛使用了差错控制技术。在美国等国家，不仅高级通信系统如宇宙通信、卫星通信和计算机网通信中使用差错控制技术，而且在一般的数字通信中也已应用差错控制技术，目前差错控制已作为一种新的标准技术而得到普遍应用。随着我国四个现代化的加速发展，特别是数字通信和计算机网通信以及微机的迅速发展，可以预料，差错控制这一新的技术，也必然在我国的数字通信和数据存贮系统中得到广泛应用。

本书是在作者所写的“差错控制系统设计”讲义基础上，根据近几年来差错控制技术的发展加以改写、增删而成的。它可作为通信工程技术人员的自学课本或作为有关工程设计的参考书，也可作为有关大专院校的教材。

由于作者水平有限，实际经验不足，错误、遗漏在所难免，敬请读者批评指正。

作者由衷地感谢陈太一、胡征、肖国镇、王育民和梁传甲等教授对本书的写作所给予的支持与帮助。特别感谢许蔚博士，他

认真地阅读了初稿，改正了其中的一些错误，并提出了许多修改意见。最后，对吉篪琴工程师在本书写作中所给予的支持与帮助表示深切谢意。

王新梅

于西北电讯工程学院

目 录

第一章 绪论	1
1.1 数字通信系统	1
1.1.1 数字通信系统模型	1
1.1.2 二进制对称信道(BSC)和删除信道(BEC)	4
1.1.3 错误图样	7
1.2 差错控制系统和纠错码分类	8
1.2.1 差错控制系统分类	8
1.2.2 纠错码分类	11
1.3 最大似然译码与信道编码定理	13
1.3.1 最大似然译码	13
1.3.2 信道编码定理	15
1.4 常用检错码	19
1.4.1 奇偶校验码	20
1.4.2 水平一致校验码	20
1.4.3 水平垂直一致校验码(方阵码)	21
1.4.4 群计数法和水平群计数法	22
1.4.5 等比码(等重码,定1码).....	23
参考文献.....	23
第二章 线性分组码	24
2.1 预备知识	24
2.1.1 群(G)	24
2.1.2 环	28
2.1.3 域	31
2.1.4 线性空间	33
2.2 线性分组码的基本概念	37

2.2.1	基本概念	37
2.2.2	汉明距离与重量	39
2.3	校验矩阵与生成矩阵	44
2.3.1	校验矩阵、生成矩阵与对偶码	44
2.3.2	系统码与缩短码	49
2.4	伴随式与译码	52
2.4.1	伴随式	53
2.4.2	标准阵与译码表	58
2.4.3	完备译码与限定距离译码	61
2.5	汉明码及其扩展	62
2.5.1	汉明码的构造	62
2.5.2	汉明码的扩展与扩展码	64
2.6	汉明限与完备码	67
	参考文献	68
第三章	循环码	70
3.1	循环码的描述	70
3.1.1	循环码的定义	70
3.1.2	循环码的多项式描述	72
3.1.3	循环码的矩阵描述	76
3.1.4	系统码的生成矩阵与校验矩阵	79
3.1.5	缩短循环码	82
3.2	BCH码和RS码	83
3.2.1	最小多项式与本原多项式	83
3.2.2	BCH码	89
3.2.3	RS码	105
3.3	平方剩余码	109
3.4	循环码的编码电路	115
3.4.1	多项式乘法电路	115
3.4.2	有限域元素计算电路	124

3.4.3	循环码编码器	127
3.5	纠突发错误和组合错误码	135
3.5.1	基本码限	135
3.5.2	艾布拉姆森码和法尔码	139
3.5.3	交错码与乘积码	142
3.5.4	纠定段(字节)突发错误码	145
3.5.5	组合信道纠错码	146
3.6	级联码	150
	参考文献	153
第四章	循环码的译码	155
4.1	循环码译码的基本原理	155
4.1.1	伴随式计算和错误检测	156
4.1.2	伴随式计算电路的性质和一般译码器	158
4.1.3	扩展汉明码的译码	164
4.1.4	缩短循环码的译码	166
4.2	捕错译码	166
4.2.1	基本工作原理	167
4.2.2	捕错译码的修正	175
4.3	大数逻辑译码	181
4.3.1	大数逻辑译码的基本概念	181
4.3.2	大数逻辑译码器	189
4.4	BCH 码的译码原理	196
4.4.1	译码原理	197
4.4.2	伴随式计算电路	206
4.4.3	钱(Chien)搜索	209
4.5	BCH 码的迭代译码	211
4.5.1	译码原理	211
4.5.2	二进制码时的简化	217
4.5.3	译码器所需的计算量和复杂性估计	219

4.6	BCH 码的纠错删译码	223
4.7	快速译码	228
4.7.1	快速循环卷积和快速编码	228
4.7.2	伴随式的快速计算	232
	参考文献	240
第五章	软判决译码	242
5.1	软判决译码的基本概念及信道量化	244
5.1.1	最小欧几里德距离译码及相关译码	245
5.1.2	模拟电压的量化及其距离函数	248
5.1.3	码元可信度与量化电平之间的关系	252
5.2	编码增益与软判决增益	254
5.3	APP译码算法	257
5.3.1	APP译码算法的分类	257
5.3.2	APP译码准则的推导	259
5.3.3	APP译码器的实现	265
5.4	重量删除(WED)译码算法	267
5.5	广义最小距离(GMD)译码	271
5.5.1	广义距离与广义最小距离译码	272
5.5.2	GMD译码过程及流程图	275
5.6	契斯译码算法	279
5.6.1	契斯算法的基本原理	279
5.6.2	试探序列集合的大小及相应算法	282
5.6.3	契斯译码算法的性能	286
5.7	(24, 12, 8) 码软判决译码流程图	289
	参考文献	294
第六章	卷积码	297
6.1	卷积码的基本概念	297
6.2	卷积码的描述	301
6.2.1	卷积码的生成矩阵	301

6.2.2	卷积码的校验矩阵	308
6.2.3	初始截短码与对偶码	314
6.3	代数译码的基本概念	318
6.3.1	伴随式计算	318
6.3.2	一般译码器	323
6.4	卷积码的距离度量	327
6.5	大数逻辑译码	331
6.5.1	自正交码	332
6.5.2	可正交码	339
6.5.3	非系统卷积码的大数逻辑译码	346
6.6	纠突发错误卷积码	348
6.6.1	交错码	352
6.6.2	扩散卷积码	354
6.6.3	加拉格尔 (Gallager) 码	359
6.7	维特比 (Viterbi) 译码	362
6.7.1	维特比译码算法的基本原理	363
6.7.2	维特比译码器框图	369
6.7.3	维特比译码算法的性能及适用的码	373
6.8	分组卷积级联码	383
	参考文献	386
第七章	编码信道的差错统计特性及其模化	387
7.1	编码信道的差错统计特性	387
7.1.1	误码率 p_e	390
7.1.2	无误间隔 (无误串) 及其分布	390
7.1.3	$C(n, m)$ 和 $B(n, b)$ 分布	393
7.2	编码信道模化的一般概念及有记忆信道的熵	395
7.2.1	信道模型的分类	396
7.2.2	有记忆信道的熵及其信道容量	397
7.3	无记忆 BSC 模型	400

7.4	修正 BSC (GBSC) 模型	403
7.5	双状态马尔柯夫链模型	412
7.5.1	吉尔伯特模型	412
7.5.2	模型参数的计算	420
7.5.3	修正吉尔伯特模型	423
7.6	分群马尔柯夫链模型	428
7.6.1	简化 F 模型的 $G(m)$	430
7.6.2	平均误码率 p_e 的计算	435
7.6.3	$p(n, a)$ 、 $p(n, m)$ 及 $p(n, b)$ 的上、下限计算	437
7.6.4	模型参数的求法	440
7.7	描述型模型	444
7.7.1	派雷多 (Pareto) 模型	444
7.7.2	双曲线模型	446
7.8	模型与多间隔分布的关系	449
	参考文献	455
第八章	差错控制方式的性能估计	457
8.1	差错控制方式性能的度量标准	457
8.2	线性码的重量分布	460
8.3	不可检错误概率的计算	463
8.3.1	线性分组码的不可检错误概率	463
8.3.2	不可检错误概率的上、下限	474
8.3.3	最佳线性分组检错码	478
8.3.4	有记忆信道中不可检错误概率的计算	482
8.4	FEC 方式的性能估计	484
8.4.1	纯纠错系统的性能分析	486
8.4.2	纠错加检错 FEC 系统的性能	494
8.5	间歇式 (SWARQ, 发送等候) 方式的性能分析	498
8.5.1	SWARQ 的工作过程及性能分析	499
8.5.2	平均浪费时间的分析	503

8.6	退 N 步反馈重传 (GBNARQ) 方式的性能分析	505
8.7	选择性反馈重传 (SARQ) 方式的性能估计	509
8.7.1	ISARQ 方式的性能分析	511
8.7.2	有限存储 SARQ 的性能	513
8.8	混合反馈重传 (HEC) 方式的性能估计	518
8.8.1	I 型 HEC 系统的性能	519
8.8.2	II 型 HEC 系统的工作原理及性能	521
8.8.3	修正 II HEC 系统	527
8.8.4	半码率可逆码	530
8.9	广播 ARQ 方式的性能估计	533
8.9.1	一般广播 ARQ 方式	533
8.9.2	串接广播 ARQ 方式	535
	参考文献	539
第九章	差错控制系统设计的一般原则	542
9.1	用户要求	542
9.1.1	信息准确度	542
9.1.2	允许的迟延	543
9.1.3	消息格式	545
9.1.4	有效性与带宽扩展和功率扩展	546
9.2	差错控制系统的适用性与编码增益	547
9.2.1	适用性问题	547
9.2.2	编码增益	548
9.3	编码与调制的结合	555
9.3.1	一般概念与系统模型	556
9.3.2	二、四进制调制的无记忆已调信号中 使用的卷积码	563
9.3.3	2^m ($m \geq 3$) 进制调制的无记忆已调信号中 所用的卷积码	564
9.3.4	恒包络连续相位调制中使用的卷积码	569

9.4	差错控制方式的选择	585
9.5	反馈重传差错控制方式中参数的选择	588
9.5.1	检错码参数的确定	589
9.5.2	最佳码长的计算	591
9.5.3	重传组数 N 的确定	603
9.6	FEC 系统中码的选择及其主要参数的确定	607
9.6.1	交错码和交错度的选择	610
9.6.2	扩散卷积码与扩散因子的选择	617
	参考文献	622
	英汉名词对照表	624

第一章 绪 论

利用检错或纠错码的差错控制技术，主要应用于数字通信和数据存贮系统中。为了更好地了解差错控制或纠错码在数字通信中的地位，首先必须了解整个数字通信或存贮系统的组成以及有关的其它问题。

1.1 数字通信系统

1.1.1 数字通信系统模型

所有数字通信系统，如通信、雷达、遥控遥测、数字计算机内部及数字计算机之间的数据传输，以及数据存储系统都把信源发出的信息，经过某些变换和传输路径送给收端用户。所有这些系统都可用如图(1.1)所示的模型表示。

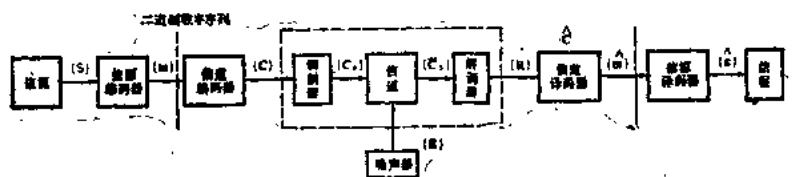


图 1.1 数字通信系统模型

图中的信源可以是人或机器（如计算机），由信源消息集合 $\{s\}$ 中送出的消息，可以是模拟的，如语言、图象消息等，也可以是数字序列。信源编码器一方面把信源发出的模拟消息，转换成二进制（也可转换成 $q=2^m$ 进制，这里 m 为任意正整数）形式的信息序列 $\{m\}$ ，另一方面为了使传输更有效，需把与传输信息

无关的信息去掉。从信息理论观点来看，就是解除信息序列的相关性，使信源编码器送出的二进制序列中的每一个0，1码元彼此无关并等概（或近似等概），从而保证每个码元能携带最大的信息量。也就是说要求信源编码器输出的是一个完全随机的二进制序列。虽然在实际情况中很难做到这点，但是今后我们都近似认为信源编码器送出的是一个完全随机的二进制序列。

为了抗击传输过程中的各种干扰，往往要对信源编码器送出的信息序列，人为地增加一些多余度，使其具有自动检错或纠错能力。这种功能由图1.1中的信道编码器完成，它把信息集合 $\{m\}$ 中输出的信息序列，映射成码字集合 $\{C\}$ 中的码字(组)序列，它是差错控制系统中的主要组成部分之一。

调制器产生有一定时间宽度的、适合于传输媒质传送的有限信号集合 $\{C_s\}$ （也称信道符号集），并且把编码器的输出变换或信号集合中相应的信号波形。例如在二进制相干调制和解调系统中，调制器把1码元变换成 $s_1(t) = \sqrt{E_s} \cos \omega_c t$ ，而把0码元变换成 $s_0(t) = -s_1(t) = \sqrt{E_s} \cos(\omega_c t - \pi)$ 。

传输媒质又称波形信道，它包括从调制器输出至解调器输入的所有硬设备(如功率放大器、收发天线、高频级等)和传输媒质(如各种电缆、架空明线、光纤、无线电波束等)或存储媒质(如磁带、磁盘、光盘等)。由于存在于硬设备中的热噪声和非线性失真，以及传输媒质中的各种自然的和人为的干扰，和传输过程中的多径效应，使达到接收端的信号，不可避免地产生失真，从而使解调器的输出出现错误。我们把引起接收信号产生失真的各种干扰、噪声等归结成一个噪声源，相应的输出符号集用 $\{E\}$ 表示。

解调器根据接收信号，判决发送的码元是0还是1。由于在接收信号中存在有噪声，这种判决结果可能有误。在差错控制系统中，有时还要求解调器输出有关判决结果的可靠性信息，送给译码器，以提高其正确译码概率。

信道译码器是编码器的逆变换，它根据解调器输出的数据序

列进行译码运算。由于从解调器输出的数据序列可能还有错误，因此译码器要完成比编码器更为复杂的运算，以纠正这些错误。它是差错控制系统的主要组成部分。译码器性能的好坏、速度的快慢往往决定了整个差错控制系统的性能和成本。对特定的码类如何寻找译码错误概率小、译码速度快、设备简单的译码算法，是纠错码理论中的一个非常重要而又实际的课题，也是目前研究的主要方向之一。

信源译码器是信源编码器的反变换。它把信道译码器输出的已经过纠错的信息序列，恢复成信源原始发送的消息送给用户。

上述数字通信系统模型中，并没有显示出另一个重要的组成部分——同步系统，但是它在数字通信和存储系统中一般是不可少的。一个数字通信系统的同步通常包含位同步和帧（字）同步两种。如果同步产生了错误，不仅使解调器判决的错误概率增加，或者使译码器无法工作，而且甚至会使整个系统陷于混乱以至不能正常通信。

数字通信系统中还有一个重要组成部分，就是加密和解密设备。由于近几年来公用数据网特别是计算机通信网的发展，以及各企业、银行、政府部门和私人之间，利用公用数据网进行数据交换的业务量迅速增加，传输数据的安全性显得日益重要，因此，一个现代化的数字通信系统中，在信道编码器后通常还接有加密设备，相应地在收端解调器后接有解密设备。

同步和保密是数字通信中的两个专门课题，已有不少书籍专门论述，本书不再涉及这两个问题。

由于我们所关心的是差错控制系统中所应用的信道编码器和信道译码器（简称编码器、译码器），为了研究方便，可将上述模型进一步简化成图(1.2)所示的简化模型。在此模型中，信源指原来的信源和信源编码器，它的输出是二进制信息序列 m 。信道是包括调制器、传输媒质和解调器在内的数字信道（也称编码信道），它的输入是二进制的码字序列 c ，在没有特别说明时，输出 R 通

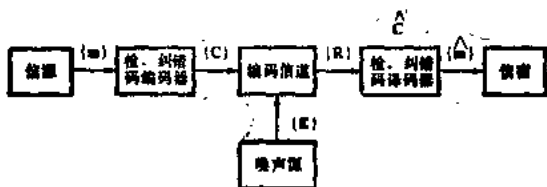


图 1.2 数字通信系统简化模型

常也是二进制序列。信道译码器输出的是信息估值序列 \hat{m} 。信宿包括信源译码器和用户，它可以是计算机或人。

1.1.2 二进制对称信道 (BSC) 和删除信道 (BEC)

下面讨论码序列 C 通过信道时发生的情况。设由信源输出的消息是代表字母 A 的二进制信息序列 (11000)，以基带信号传送，经调制器变换后送入传输媒质的已调信号如图 (1.3)(a) 所示。由

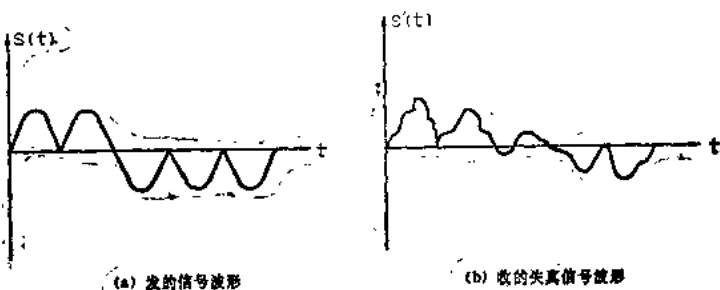


图 1.3 信号波形

于传输媒质中噪声的影响，因此从媒质输出的信号发生了畸变，如图 (1.3)(b) 所示。这些失真的信号送入解调器进行解调判决时 (解调器的判决门限取 0 电平)，由于第一、二、四和五码元的波形失真不大，容易正确地分别判为 1、1、0 和 0，但是对第三个码元来说由于失真严重而难以判决。这时有以下三种判决方法，一