中学数学解题途径

一

华东师范大学
第一附中数学教研组　编

华东师范大学出版社

中学数学解题途径

华东师范大学
第一附中数学教研组 编

华东师范大学出版社出版
（上海市中山北路3663号）
新华书店上海发行所发行　　上海市群众印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　　印张：10　　字数：200千字
1982年10月第一版　　1982年10月第一次印刷
印数：1——110,000本

统一书号：7135·067　　定价：0.80元

前　言

为了配合高中学生学习数学的需要，我们根据中学数学的基本内容，提出了二十个问题，编写了这本书。我们对有关内容，或说明了容易出错的地方，或分析了正确的解题方法，或揭示了解题规律，或指出了解题关键，目的在于使读者逐步形成合理的思考方法，找到正确的解题途径，掌握解题技巧，提高解题能力。

为了便于读者自学，本书也选了少量习题，希望读者边阅读边练习，逐步理解和掌握书中的内容。在阅读某一问题前，希望读者先复习有关基础知识，本书限于篇幅，对基础知识不作全面复习。

本书由石源泉、王剑青、刘定一、鲍宜国、夏益辉、徐惠芳、毛梦奇等同志执笔，虽作了一定的努力，但限于水平，不当之处在所难免，希望读者提出意见，以便逐步修改完善。

华东师范大学第一附中数学教研组

目　　录

第一章 因式分解

中学数学里的因式分解是一个很重要的恒等变化问题，不仅在处理约分通分解方程等问题时都要用到它，而且在以后的进一步学习中也有很大的用途。因式分解的方法一般有提取公因式法、应用乘法公式法（包括二次三项式的十字相乘法和求根公式法）、应用除法（包括一般除法和综合除法）等。多项式因式分解的一般途径是先看各项有没有公因式（有公因式就提取），再看能否应用乘法公式，如属 ax^2+bx+c 型的二次三项式，可考虑用十字相乘法或求根公式分解。对某些项数较多、次数较高的多项式，用上述方法分解有困难的，可考虑用分组分解法或用除法分解。至于某些简单的对称多项式的因式分解，往往先用因式定理求出一个根，然后再根据对称多项式的性质结合待定系数法求出其他因式。下面着重研究几种常用的因式分解方法。

一、应用乘法公式法

常用的乘法公式有：

1．$ma+mb+mc+\cdots\cdots=m(a+b+c+\cdots\cdots)$。

2．$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$。

3．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$。

4．$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$。

5．$a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3=(a\pm b)^3$。

应用乘法公式进行因式分解，就是把一些单项式或多项

式看作公式的一项，然后利用乘法公式把它分解成因式。我们必须理解、牢记公式的特点、项数、次数、符号等规律。应用乘法公式分解因式常和提取公因式、分组分解添项、拆项等方法结合起来进行。如

$$8x^2-8xy+2y^2、\ 4x^2+9y^2+1+6xy+4x+6y、$$

$$x^4+x^2y^2+y^4、\ (a+b)^4+(a+b)^2+1、\ x^4+\frac{1}{4}$$

等等可应用有关平方的乘法公式来分解因式，

$$x^6-y^6、\ x^{15}+y^{15}、\ a^3+b^3+c^3-3abc$$

等等可应用有关三次方的乘法公式来分解因式，又如

$$a^2-4ab^4+3b^4-2b^2-1$$

可以先把它拆成

$$a^2-4ab^2+4b^4-b^4-2b^2-1,$$

再用乘法公式分解因式，当然也可以用十字相乘法或求根公式进行因式分解。

［**例一**］ 把下列各式进行因式分解：

(1) x^8+x^4+1。

(2) $1+2a+3a^2+4a^3+5a^4+6a^5+5a^6+4a^7+3a^8+2a^9+a^{10}$。

(3) $(1-a^2)(1-b^2)-4ab$。

(4) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$。

解：(1) x^8+x^4+1。

先拆项、分组，再应用平方差公式。

$$\begin{aligned}原式&=x^8+2x^4+1-x^4=(x^8+2x^4+1)-x^4\\&=(x^4+1)^2-x^4=(x^4+1-x^2)(x^4+1+x^2)\\&=(x^4-x^2+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)。\end{aligned}$$

(2) $1+2a+3a^2+4a^3+5a^4+6a^5+5a^6+4a^7+3a^8+2a^9+a^{10}$.

可先拆项再分组，发现有公因式 $1+a$ 可提取.

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=(1+a)+a(1+a)+2a^2(1+a)+2a^3(1+a)\\
&\quad+3a^4(1+a)+3a^5(1+a)+2a^6(1+a)\\
&\quad+2a^7(1+a)+a^8(1+a)+a^9(1+a)\\
&=(1+a)(1+a+2a^2+2a^3+3a^4+3a^5+2a^6+2a^7\\
&\quad+a^8+a^9)\\
&=(1+a)[(1+a)+2a^2(1+a)+3a^4(1+a)\\
&\quad+2a^6(1+a)+a^8(1+a)]\\
&=(1+a)^2(1+2a^2+3a^4+2a^6+a^8)\\
&=(1+a)^2(1+a^2+a^4)^2\\
&=(1+a)^2(a^2+a+1)^2(a^2-a+1)^2.
\end{aligned}
$$

(3) $(1-a^2)(1-b^2)-4ab$.

先把前面两个因式乘开，再分组分解.

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=1-a^2-b^2+a^2b^2-4ab\\
&=1-2ab+a^2b^2-a^2-2ab-b^2\\
&=(1-ab)^2-(a+b)^2\\
&=[(1-ab)+(a+b)][(1-ab)-(a+b)]\\
&=(1-ab+a+b)(1-ab-a-b).
\end{aligned}
$$

(4) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$.

把 a、b、c 按二次式降幂整理，可发现 $b-a$ 为原式一个因式.

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=(b-c)a^2-b^2a+c^2a+b^2c-bc^2\\
&=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)\\
&=(b-c)[a^2-(b+c)a+bc]\\
&=-(a-b)(b-c)(c-a).
\end{aligned}
$$

〔例二〕 把下列各式分解因式：

（1） $a^3-b^3-a(a^2-b^2)+b(a-b)^2$.

（2） $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$.

（3） $a^3+b^3+c^3-3abc$.

（4） $(a-2b)^3a-(b-2a)^3b$.

解：（1） $a^3-b^3-a(a^2-b^2)+b(a-b)^2$

$=(a-b)(a^2+ab+b^2)-a(a+b)(a-b)+b(a-b)^2$

$=(a-b)[a^2+ab+b^2-a(a+b)+b(a-b)]$

$=(a-b)ab$.

（2） $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$.

先用两数立方差公式，再用两数立方和公式，可发现有因式 $(b+c)$.

原式 $=[(a+b+c)^3-a^3]-(b^3+c^3)$

$=(b+c)(3a^2+3ab+3ac+3bc)$

$=(b+c)\cdot 3[a(a+b)+c(a+b)]$

$=3(a+b)(b+c)(c+a)$.

（3） $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b)^3+c^3-3a^2b-3ab^2-3abc$

$=(a+b+c)[(a+b)^2-(a+b)c+c^2]-3ab(a+b+c)$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$.

（4） $(a-2b)^3a-(b-2a)^3b$. 设 $a-b=k$，则

$$a-2b=k-b,\quad b-2a=-(k+a).$$

原式 $=(k-b)^3a+(k+a)^3b$

$=k^3a-3k^2ab+3kab^2-ab^3+bk^3+3k^2ab+3ka^2b$

$+a^3b$

$=(a+b)k^3+3kab(a+b)+ab(a^2-b^2)$

$=(a+b)[k^3+3kab+ab(a-b)]$

$=(a+b)[(a-b)^3+3ab(a-b)+ab(a-b)]$

$=(a+b)(a-b)[(a-b)^2+4ab]$

$=(a+b)(a-b)(a+b)^2=(a+b)^3(a-b)$。

练 习 一（1）

一、把下列各式分解因式：

1．$a^4+a^2b^2+b^4$。　　　　2．a^6-b^6。

3．$(x+y)^3-x^3-y^3+3xy$。［提示：提取公因式 $x+y$，原式化为 $3xy(x+y)+3xy$。］

4．$x^4+y^4+z^4-2x^2y^2-2x^2z^2+2y^2z^2$。［提示：利用公式$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ac$）］

5．m^4+m^3+m+1。

［提示：原式$=m(m^3+1)+(m^3+1)$。］

6．$n^6-n^4+2n^3+2n^2$。

7．$x^5+x^3-x^2-1$。

8．$(ad+bc)^2-(a^2+d^2-b^2-c^2)^2$。

9．$x^4+(x+y)^4+y^4$。［提示：x，y 的对称多项式经常可以先用 xy、$x+y$ 表示再因式分解。

∵　$x^4+y^4=(x+y)^4-4xy(x+y)^2+2x^2y^2$，

∴　原式$=2(x+y)^4-4xy(x+y)^2+2x^2y^2$.

$=2(x^2+xy+y^2)^2$。

10．$bc(b+c)+ca(c-a)-ab(a+b)$。［提示：把前面两项乘开分组整理可发现 $a+b$ 是原式的一个因式。］

11．$(b-c)^3+(c-a)^3+(a-b)^3$。［提示：将前面两项用两数立方和的公式展开，可发现 $a-b$ 是原式的一个因式。］

12. $2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4$. [提示：

$\because$ $(a^2-b^2-c^2)^2=a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2+2b^2c^2$,

$\therefore$ 原式$=-(a^2-b^2-c^2)^2+4b^2c^2$ 再用平方差公式。]

二、二次三项式的因式分解

二次三项式因式分解一般可应用下列公式：

1. $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$.

2. $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$.

3. ax^2+bx+c

$$=a\left(x+\frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right).$$

[例三] 把下列各式分解因式：

(1) x^2-6x+8. (2) $6x^2-x-15$.

(3) $(x^2+3x+2)(x^2+7x+12)-120$.

(4) $3x^2+5xy-2y^2+x+9y-4$.

解：(1) x^2-6x+8.

$\because$ $(-2)\cdot(-4)=8$, $(-2)+(-4)=-6$.

$\therefore$ 原式$=(x-2)(x-4)$.

(2) $6x^2-x-15$.

解法1：6可以分解成1与6、2与3，-15可分解成-1与15、15与-1、-3与5、5与-3，注意观察与思考，用十字乘法进行试验，不难得出原式$=(2x+3)(3x-5)$.

解法2：$6x^2-x-15$

$$=6\left(x+\frac{-1+\sqrt{(-1)^2-4\times6(-15)}}{2\times6}\right)$$

$$\cdot\left(x+\frac{-1-\sqrt{(-1)^2-4\times6(-15)}}{2\times6}\right)$$

$$=6\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{3}\right)=(2x+3)(3x-5).$$

(3) $(x^2+3x+2)(x^2+7x+12)-120$

$=(x+2)(x+1)(x+4)(x+3)-120$

$=(x^2+5x+6)(x^2+5x+4)-120$，

令 $x^2+5x=A$ 代入，得

原式 $=A^2+10A-96=(A+16)(A-6)$

$=(x^2+5x+16)(x^2+5x-6)$

$=(x^2+5x+16)(x+6)(x-1).$

(4) $3x^2+5xy-2y^2+x+9y-4.$

把 x、y 按二次三项式降幂整理，就可用十字相乘法或求根公式解之。

解法 1：原式 $=3x^2+(5y+1)x-(2y-1)(y-4)$，

$$\because\quad \begin{array}{ccc} 3 & & -(y-4) \\ & \times & \\ 1 & & 2y-1 \\ \hline \multicolumn{3}{c}{-y+4+6y-3=5y+1} \end{array}$$

$\therefore$ 原式 $=[3x-(y-4)](x+2y-1)$

$=(3x-y+4)(x+2y-1).$

解法 2： 原式 $=3x^2+(5y+1)x-2y^2+9y-4$

$$=3\left(x+\frac{5y+1+\sqrt{(5y+1)^2+4\times3(2y^2-9y+4)}}{2\times3}\right)$$

$$\cdot\left(x+\frac{5y+1-\sqrt{(5y+1)^2+4\times3(2y^2-9y+4)}}{2\times3}\right)$$

$$=3\left(x+\frac{5y+1+7(y-1)}{2\times3}\right)\left(x+\frac{5y+1-7(y-1)}{2\times3}\right)$$

$=(x+2y-1)(3x-y+4).$

解法 3：应用待定系数法，设

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= (3x-y+a)(x+2y+b)\\
&= 3x^2-xy+ax+6xy-2y^2+2ay+3bx-by+ab\\
&= 3x^2+5xy-2y^2+(a+3b)x+(2a-b)y+ab.
\end{aligned}
$$

比较系数，得

$$
\begin{cases}
a+3b=1\\
2a-b=9\\
ab=-4,
\end{cases}
$$

解方程组，得 $a=4$，$b=-1$。

原式 $=(3x-y+4)(x+2y-1)$。

[**例四**] k 为何值时，$x^2-y^2+3x-7y+k$ 可以分解成两个一次因式？

解：设 $x^2-y^2+3x-7y+k=x^2+3x-(y^2+7y-k)=0$。

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-3\pm\sqrt{9+4(y^2+7y-k)}}{2}\\
&= \frac{-3\pm\sqrt{4y^2+28y+9-4k}}{2}.
\end{aligned}
$$

原式要分解成两个一次因式，必须 $4y^2+28y+9-4k$ 是完全平方式。

$$
\begin{aligned}
4y^2+28y+9-4k &= 4\left[y^2+7y+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2+\frac{9-4k}{4}\right]\\
&= 4\left[\left(y+\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-49+9-4k}{4}\right]\\
&= 4\left[\left(y+\frac{7}{2}\right)^2-k-10\right].
\end{aligned}
$$

当 $-k-10=0$ 时，为完全平方式，即 $k=-10$ 原式可分解成两个一次因式。

本题也可以应用待定系数法，设

$$原式=(x+y+m)(x-y+l),$$

先求出 m、l 的值再求出 k。

练 习 一（2）

一、把下列各式分解因式：

1. x^2-x-6。　　　　2. $6x^2+17x-3$。

3. $(x^2-3)^2-4x^2$。　　　4. $x^2-11xy-12y^2$。

5. $(x+y)^2-2(x+y)-3$。

6. $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$。

[提示：原式$=(n^2+3n+2)(n^2+3n)+1$，设 $A=n^2+3n$ 解之。]

7. $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$

[提示：原式$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+5)+15$。]

8. $x^4+x^2-2ax+1-a^2$。

[提示：原式$=-[a^2+2ax-(x^4+x^2+1)]$，应用求根公式，求得$a=-x\pm(x^2+1)$，$\therefore$原式$=(x^2-x+1-a)(x^2+x+1+a)$。或者原式写成$x^4+2x^2+1-x^2-2ax-a^2=(x^4+2x^2+1)-(x^2+2ax+a^2)=(x^2+1)^2-(x+a)^2=\cdots\cdots$。]

9. $x^2-2xy-3y^2+8y-4$。

[提示：原式$=x^2-2xy-(3y^2-8y+4)=x^2-2xy-(3y-2)(y-2)$再用十字相乘法，得原式$=(x-3y+2)(x+y-2)$。或者原式化为$(x-3y)(x+y)+8y-4$，得原式$=(x-3y+2)(x+y-2)$。]

10. $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$。

二、若 $x^4+2x^3-13x^2-14x+9$ 是一个整式的平方，求

这个整式。[提示：设原式$=(x^2+ax+b)^2$，展开比较系数求出 a、b。]

三、k 是何值时，$kx^2-2xy-3y^2+3x-5y+2$ 能够分解成两个一次因式。

三、应用除法分解因式

如果多项式 $f(x)$ 能被多项式 $\phi(x)$ 整除，并且存在第三多项式 $g(x)$，能使恒等式 $f(x)=\phi(x)\cdot g(x)$ 成立，则 $\phi(x)$、$g(x)$ 叫做 $f(x)$ 的因子。设有理系数多项式

$$f(x)=\frac{1}{a}(a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots\cdots+a_{n-1}x+a_n),$$

这里 a、a_0、a_1、a_2、……、a_{n-1}、a_n 都是整数 ($a\neq 0$)，若 $f(x)$ 有一次因式$\left(x-\dfrac{p}{q}\right)$，其中 p、q 是整数，那么 p 一定是 a_n 的约数，q 一定是 a_0 的约数。如要使多项式 $f(x)$ 能被 $x-a$ 整除，必须并且只须 $f(a)=0$。解题时，如多项式有一次因式，可应用综合除法。某些有高于一次的因式或特殊的多项式，可考虑应用一般除法。例如，多项式 $x^4-x^3-5x^2-7x+12$、x^5-y^{10} 的因式分解，前者可用综合除法，后者可用一般除法。

[例五] 将多项式 $f(x)=x^5+6x^4+13x^3+14x^2+12x+8$ 分解因式。

解：用 ±1，±2，±4，±8 来试验，知道 $f(x)$ 有一个根 $x=-2$。以 $x+2$ 除，得

$$f(x)=(x+2)(x^4+4x^3+5x^2+4x+4)。$$

经过试验知第二因式有一个根 $x=-2$，以 $x+2$ 除，得

$$x^4+4x^3+5x^2+4x+4=(x+2)(x^3+2x^2+x+2)。$$

再试验知 $x=-2$ 也是 x^3+2x^2+x+2 的一个根，得

$$x^3+2x^2+x+2=(x+2)(x^2+1).$$

所以最后有

$$x^5+6x^4+13x^3+14x^2+12x+8=(x+2)^3(x^2+1).$$

［例六］ 因式分解 $3x^5-x^4+x^3-7x^2+4$.

解：多项式 $3x^5-x^4+x^3-7x^2+4$ 可能有的有理系数因式 $\left(x-\frac{p}{q}\right)$ 中，$\frac{p}{q}$ 只能 ±1、±2、±4、$\pm\frac{1}{3}$、$\pm\frac{2}{3}$、$\pm\frac{4}{3}$，用综合除法试验.

$$\begin{array}{l|l} 3-1+1-7+0+4 & 1 \\ \quad +3+2+3-4-4 & \\ \hline 3+2+3-4-4+0 & \end{array}$$

$\therefore$ 原式 $=(x-1)(3x^4+2x^3+3x^2-4x-4)$. 继续试验

$$\begin{array}{l|l} 3+2+3-4-4 & 1 \\ \quad +3+5+8+4 & \\ \hline 3+5+8+4+0 & \end{array}$$

$\therefore$ 原式 $=(x-1)^2(3x^3+5x^2+8x+4)$. 继续试验

$$\begin{array}{l|l} 3+5+8+4 & -\frac{2}{3} \\ \quad -2-2-4 & \\ \hline 3+3+6+0 & \end{array}$$

$$\therefore\ \text{原式}=\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-1)^2(3x^2+3x+6)$$

$$=(3x+2)(x-1)^2(x^2+x+2).$$

［例七］ 把 $x^4-\frac{3}{2}x^3-6x^2+\frac{7}{2}x+3$ 分解因式.

解：把多项式写成 $\frac{1}{2}(2x^4-3x^3-12x^2+7x+6)$. 在可能有的有理系数因式 $\left(x-\frac{p}{q}\right)$ 中，$\frac{p}{q}$ 只能是 ±1、±2、±3、±6、$\pm\frac{1}{2}$、$\pm\frac{3}{2}$. 用综合除法试验.

$$
\begin{array}{l}
2-3-12+\ 7+6 \quad |\ 1 \\
\quad\ 2-\ 1-13-6 \\
\hline
2-1-13-\ 6+0 \quad |\ -2 \\
\ \ -4+10+\ 6 \\
\hline
2-5-\ 3+\ 0 \quad |\ 3 \\
\ \ +6+\ 3 \\
\hline
2+1+\ 0
\end{array}
$$

$\therefore$ 原式$=\frac{1}{2}(x-1)(x+2)(x-3)(2x+1)$。

[**例八**] 把下列各式分解因式：

(1) a^5-b^5。　　　　　　(2) $32x^{15}+y^{15}$。

解：当 n 为正整数时，(i) a^n-b^n 能被 $a-b$ 整除；(ii) 当 n 为偶数时，a^n-b^n 能被 $a-b$ 及 $a+b$ 整除；(iii) a^n+b^n 决不能被 $a-b$ 整除；(iv) 当 n 为奇数时，a^n+b^n 能被 $a+b$ 整除。

(1) $a^5-b^5=(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)$。

(2) $32x^{15}+y^{15}$

$=(2x^3+y^3)[(2x^3)^4-(2x^3)^3y^3+(2x^3)^2(y^3)^2$

$\quad-(2x^3)(y^3)^3+(y^3)^4]$

$=(2x^3+y^3)(16x^{12}-8x^9y^3+4x^6y^6-2x^3y^9+y^{12})$。

[**例九**] 把 $f(x)=x^4+x^3+2x^2+x+1$ 分解因式。

解：当 $x=\pm1$ 时，$f(x)\neq0$，原式没有一次因式。如 $f(x)$ 不是既约的，必有一个二次因式，设此式为 $\phi(x)=x^2+ax+b$，$f(x)$ 能被 $\phi(x)$ 整除。取 $x=0$，$f(x)=1$；$x=-1$，$f(x)=2$，而 $\phi(0)$、$\phi(-1)$ 的值只能是1与2的约数。取 $\phi(0)=1$，$\phi(-1)=2$，得 $b=1$，$a=0$，$\phi(x)=x^2+1$ 试除 $f(x)$，得商式 x^2+x+1，所以，原式$=(x^2+x+1)(x^2+1)$。

说明：实际上上述方法并不方便，如把原式拆项变成

$(x^4+x^3+x^2)+(x^2+x+1)$可得$(x^2+x+1)(x^2+1)$。

[**例十**] 把$a^3+b^3+c^3-3abc$因式分解.

解：$a^3+b^3+c^3-3abc=a(a^2-3bc)+b^3+c^3$，令$a=-(b+c)$代入原式为零，所以$a+b+c$是它的一个因式. 应用一般除法得

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$$

或者设原式$=(a+b+c)[A(a^2+b^2+c^2)+B(ab+bc+ca)]$，比较$a^3$的系数知$A=1$。取$a=1$，$b=1$，$c=0$代入，求得$B=-1$。

练 习 一（3）

一、把下列各式因式分解：

1. $f(x)=x^3-4x^2+x+6$。

2. $f(x)=6x^3-11x^2+6x+1$。 [提示：$f(1)=0$，原式$=(x-1)(6x^2-5x+1)=(x-1)(2x-1)(3x-1)$.]

3. $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$。

4. $f(x)=x^4-5x^3+3x^2-3x+2$。

5. x^5+y^5。 6. $x^{15}-1$。

7. x^6-y^6。 8. x^7+y^7。

9. $f(x)=x^5+x^4+3x^3+4x^2+4x+2$。[提示：原式没有一次因式，$f(x)=(x^2+x+1)(x^2+2x+2)$.]

二、已知$2x^3-x^2-13x+p$有一个因式是$2x+1$，求p的值并把这个多项式因式分解。

三、已知$x^4+kx^3+px-16$有因式$(x-1)$和$(x-2)$，求k、p的值并因式分解. [提示：应用除法得$k=-5$，$p=20$。原式$=(x-1)(x-2)(x+2)(x-4)$.]