

超靜定結構學

金寶楨 著

龍門聯合書

超靜定結構學

金寶楨著

龍門聯合書局印行

學 構 結 定 靜 超



版權所有 翻印必究

著 者

命

審

慎

芝

三號

發 行 者

電 話 二 二 七 七

龍 門 聯 合 書 局

上 海 河 南 中 路 二 一 〇 號

電 話 一 七 六 七 四

南 京 東 路 支 店

上 海 南 京 東 路 一 五 七 號

電 話 一 二 七 八 三

分 售 處

龍 門 聯 合 書 局 各 地 分 局

北 京 分 局 東 安 門 大 街 82 號

北 京 南 城 支 店 琉 璃 廠 103 號

北 京 西 城 支 店 西 單 福 壽 商 場 6 號

一 路 368 號

街 3 號

分 局 308 號

西 安 分 局 217 號

售 平 2 號

4 號

1 號

36 號

定價人民幣

貴

一 九 五 一

自序

本書爲拙著“靜定結構學”之續篇，專論超靜定應力之原理及其應用。所謂超靜定結構，顧名思義，乃單用靜力學所不能解答之結構，如連梁，連桁架，剛架，二鉸拱，固端拱，以及具有贅支桿之桁架等等。一則因吾人遇見此式結構之機會頗多，二則因其在建築上具有經濟及美觀之優點，故凡習土木，水利及建築工程者均應掌握超靜定結構之原理及其應用，始能對於面臨之結構問題獲一合理之解決也。

任何超靜定結構之通解必須適合兩種要求：一爲靜力之平衡，一爲幾何連續性之保持。前者可用靜力等式表示之，後者則需位變之計算。是以，結構偏度之解求乃爲分析高等結構最基本之工具，同時其在工程實施方面亦常感需要，故在本書之首章即對此一問題作一較深入而有系統之論列。

當柯羅斯教授之力矩分配法及似柱法於二十年前問世以後，不啻在結構分析史中開一新紀元。此二法一般稱爲現代解法，所有昔日之三連力矩，最小功，通解及傾角偏度等法統可謂之古典解法。因力矩分配法係用迭次改正代替古典法中聯立等式之解答，不特節省時間與腦力，避免較深之數學，且易明確認識結構之作用，又因柯氏之似柱法對於某幾種問題之解答亦較他法爲簡捷，故著者在第三及第四兩章中分別對此二法作相當詳細之論述，以示重視。至於各種古典解法之原理及其典型應用，在第二章中僅先敘至適當之程度爲止，尙有其他重要之應用或引申，則留待以後數章中再行申述。

本書之第二章至第四章係先推導所用之方法，而後論其對於各種問題之應用；其第五章至第九章則改以結構之本身爲研究之對象，而對於每一問題可用適當或各種不同之方法解答之。譬如，第五章中關於

變剖面梁之勁度，傳導因數及固端力矩，係以採用似柱法為主，以傾角偏度法為副；第六章中連梁之影響線，首用普通計算步驟，次用一種通解；第七章之次應力，先用傾角偏度法，後用力矩分配法；第八章之固端拱，首用最小功法，次用所導出之彈性中心法；第九章之吊橋，先用簡約之彈性理論，後用精確而複雜之偏度理論，如此可使學者對於每一問題之解答得窺其全豹。

關於結構之實驗分析，近念餘年來已獲顯著之進展。因此，著者特在本書之末章對於通常所用之各種機械法及光彈性法均作簡明之介紹，冀能引起讀者之注意與興趣。

著者在“靜定結構學”一書序言中有云：“研究結構學最重要之一端，厥為澈底瞭解結構在承荷載重時之如何作用，而此又須基於正確之結構概念”。此項觀點對於研究超靜定結構之分析尤為重要，望學者注意及之。

本書內所舉計算例題甚多，其目的係使學者對於理論之如何應用有一充分之印證與體會。所有例題與習題均用公制單位，以符合國內需要。著者講解各種結構理論與例題時，無不力求詳明，並時參以自己之見解與心得，凡讀者可能引起之疑問，則儘量自動的加以說明，以資促進瞭解。是以，本書非但可作為超靜定結構學之教本，亦當為執業工程師之適宜參考書。

一九五一年二月，

金寶楨識於南京大學。

符 號 解 釋

A, a	剖面積, 振幅
a, b	梁上之距離
C	百分數
C, c	常數
D	直徑, 分母
d	梁之深度, 距離
E	彈性率
e	單位應變, 偏心距
F	力, 韌度, 函數
f	垂度, 定點距離
G	剪力彈性率
g	重力加速度
H	平分力, 平推力 (拱腳處), 平拉力 (纜內), 極距
H_w	吊橋纜內由於靜重之水平拉力
h	桁架高度, 拱高
I	慣矩, 光之強度
I_x	面積對於 x -軸之慣矩
I_y	面積對於 y -軸之慣矩
I_{xy}	面積對於 x -軸及 y -軸之積慣矩
i	部分面積之慣矩, 交點
J	面積之極慣矩
K	勁度 ($I \div L$)
L, l	跨徑, 長度

M, m	力矩
M_s, m_s	靜定力矩
M_i, m_i	超靜定力矩
M'	由於已知載重之簡跨力矩
M_F	固端力矩
m	比例因數
m'	由於單位虛重(力或力矩)之力矩
N	正壓力
n	任何正整數
O	座標原點, 極點, 彈性形心
P	載重(噸, 呎), 第一主應力(呎/吋 ²)
p	節間長度, 單位活重(吊橋), 常數
Q	剪力(拱肋內), 第二主應力
R	反力, 偏角($\Delta \div L$), 半徑, 相對滯度
r	半徑, 迴旋半徑, 傳導因數
r_x, r_y	面積各對於 x -軸, y -軸之迴旋半徑
S	應力(總), 勁度, 總和
s	單位應力(呎/吋 ²), 吊桿應力(呎)
s_s	單位剪應力
T	拉力, 扭力矩
t	溫度變化度數, 厚度, 時間
t'	由於單位虛重(力或力矩)之扭力矩
U	應變能, 功
U_o	外功
U_i	內功
u	由於單位虛重(力或力矩)之應力
V	豎反力, 豎剪力, 豎分力, 速度

W	彈性載重, 總載重
w	每單位長度上之均重
x, y, z	直角座標
y	縱距, 豎偏度
α	彈性曲線上任一點切線與水平方向所成之角, 直接 傳導因數
α, β, γ	角度
γ	單位剪力變形
Δ, δ	偏度, 位變
$\Delta L, \delta L$	直線變形或角變形
ϵ	溫度膨脹係數
η	偏度(吊橋)
θ, ϕ, ψ	角度
λ	波長, 用以計算直接分配因數之肢桿勁度
μ	波桑比
Σ	總和
Ω_x, Ω_y	彈性面積各對於 x -軸, y -軸之靜力矩

目 錄

符號解釋

第一章 結構之偏度

1—1. 前言	1
共軛梁法	
1—2. 共軛梁之意義及其應用	1
1—3. 共軛梁之支承	4
1—4. 計算例題	5
實功及卡氏第一定理	
1—5. 實功	8
1—6. 實功計算之應用	8
1—7. 卡氏第一定理	9
1—8. 卡氏第一定理之應用	10
虛功法	
1—9. 虛功原理及其通式	11
1—10. 計算偏度之虛功特式	13
(甲)直接應力(桁架)	13
(乙)力矩(梁)	14
(丙)剪力(梁)	14
(丁)扭力(圓形剖面之軸桿)	17
1—11. 計算轉角之虛功特式	
(甲)直接應力(桁架)	18
(乙)力矩(梁)	18
(丙)剪力(梁)	19
(丁)扭力(圓形剖面之軸桿)	19

1—12. 虛功計算例題	20
彈性載重法於桁架偏度之應用	
1—13. 前言	24
1—14. 彈性載重第一解法	24
1—15. 計算例題	30
1—16. 彈性載重第二解法(桿鏈法)	34
1—17. 桁架三角形中角變與主應力之關係	37
1—18. 桿鏈法計算例題	39
1—19. 桿鏈法於三鉸桁架拱之應用	42
桁架偏度之圖解	
1—20. 韋駟位變圖線	44
1—21. 莫爾迴轉圖線	48
1—22. 韋駟莫爾合併圖線	49
1—23. 圖解例題	51
1—24. 拱度	54
1—25. 馬氏交互偏度定律	55
第一章 習題	57

第二章 超靜定結構之古典解法

2—1. 前言	61
三連力矩法	
2—2. 三連力矩定理	61
2—3. 計算例題	64
最小功法	
2—4. 最小功定理	67
2—5. 最小功法於連梁及樑架之應用——計算例題	68
2—6. 最小功法於超靜定桁架之應用	72

2—7. 計算例題	74
2—8. 最小功法於桁梁之分析	
應用等式	78
計算例題	79
2—9. 最小功法於環構之應用	81
超靜定結構之通解	
2—10. 通解之等式	83
2—11. 計算例題	84
傾角偏度法	
2—12. 傾角偏度等式	87
2—13. 計算例題	91
2—14. 鉸鏈端之簡法	99
2—15. 計算例題	100
傾角偏度法於高樓架內應力之分析	
2—16. 前言	103
2—17. 由於豎向載重之分析	
(a) 由於載重在單一節間內之力矩	103
(b) 梁內中心之最大力矩	104
(c) 梁端之最大力矩	105
(d) 裏柱內之最大力矩	106
(e) 外柱內之最大力矩	107
2—18. 由於風力之分析——計算例題	108
第二章 習題	111

第三章 力矩分配法

3—1. 前言	116
3—2. 基本要素	
(一) 固端力矩	116

(二)分配因數.....	117
(三)傳導因數.....	118
3—3. 力矩分配法之物理概念.....	118
3—4. 演算步驟.....	120
3—5. 計算例題.....	121
3—6. 尋常勁度與調整勁度.....	122
3—7. 無橫移構架之分析——計算例題.....	123
3—8. 力矩分配法之簡算——計算例題.....	125
3—9. 調整勁度之通式——端轉常數.....	126
3—10. 數種端轉常數之數值.....	127
3—11. 端轉常數之應用——計算例題.....	128
3—12. 應用端轉常數之特例.....	130
力矩分配於特種問題之應用	
3—13. 力矩分配法於固端力矩之解求.....	132
3—14. 構架支點之沉陷分析.....	134
檣架之橫移分析	
3—15. 固端柱內之剪力.....	135
3—16. 豎柱簡檣架之橫移分析.....	136
計算例題.....	138
3—17. 斜柱簡檣架之橫移分析——計算例題.....	140
3—18. 迭次改正法於多層檣架之橫移分析.....	141
3—19. 計算例題.....	143
複式檣架內固端剪力之分配	
3—20. 韌度與剪力勁度.....	145
3—21. 複系與簡系.....	146
3—22. 計算例題.....	147
複架之分析	

3—23. 迭次改正法於複架之分析——計算例題	149
3—24. 高屋架中風應力之簡約分析	152
直接力矩分配法	
3—25. 前言	153
3—26. 直接分配因數	154
3—27. 直接傳導因數	155
3—28. 計算例題	156
力矩分配法之核驗	
3—29. 核驗公式之引導	158
3—30. 核驗例題	160
第三章 習題	160

第四章 似柱法

4—1. 前言	163
4—2. 似柱等式之引導	163
4—3. 相似論	168
4—4. 向號之規定	169
4—5. 似柱等式之應用	170
4—6. 超靜定梁之分析——計算例題	171
4—7. 似柱法於樞架之分析——計算例題	174
4—8. 矩形結構之分析——計算例題	176
4—9. 似柱法於環構之分析——計算例題	178
4—10. 對稱固端拱之分析——計算例題	181
4—11. 似柱剖面上中和軸線之勘定	184
4—12. 不對稱樞架之分析——計算例題	185
4—13. 似柱法之其他用途	192
第四章 習題	192

第五章 變剖面梁

5—1. 梁端附近加厚之作用	195
固端力矩勁度及傳導因數之簡約分析	
5—2. 核心與核點	196
5—3. 柱內合併應力之特式	198
5—4. 柱內應力之圖解	199
5—5. 固端力矩之近似決定	200
5—6. 勁度與傳導因數之近似解答	203
固端力矩影響線之近似解法	
5—7. 穆氏定律	206
5—8. 固端力矩影響線之近似作法	208
固端力矩勁度及傳導因數等之精確分析	
5—9. 固端力矩	209
5—10. 勁度與傳導因數	210
5—11. 計算例題	211
5—12. 固端力矩之影響線	213
5—13. 計算例題	214
變剖面梁之圖線及其應用	
5—14. 變剖面梁中物理常數之圖線	215
5—15. 計算例題	216
傾角偏度之通式及其應用	
5—16. 傾角偏度之通式	219
5—17. 計算例題	220
5—18. 係數 C_{a1} , C_{1b} 及 C_{ab} 之另一求法	222
5—19. M_{Fab} 及 M_{Fba} 之另一算法	223
5—20. 計算例題	223

直接力矩分配法於變剖面梁之應用

5—21. 直接分配因數.....	226
5—22. 直接傳導因數.....	227
5—23. 計算例題.....	229
第五章 習題.....	244

第六章 連梁及連桁架

6—1. 前言.....	247
連梁內各種應力函數之影響線	
6—2. 問題之性質.....	247
6—3. 定點之定義及求法.....	247
6—4. 定點之用途.....	252
6—5. 影響線由應力圖線之直接繪製	
(a) 力矩影響線.....	253
(b) 剪力影響線.....	255
繪製連梁內影響線之通解	
6—6. 通解之一般步驟.....	257
6—7. 問題舉例	
(a) 二跨連梁.....	258
(b) 三跨連梁.....	259
(c) 四跨連梁.....	261
6—8. 內支承處力矩影響線之通解.....	262
6—9. 跨內力矩影響縱距由端力矩影響線之計算.....	263
6—10. 計算例題.....	264
連梁內最大力矩及最大剪力之圖線	
6—11. 最大力矩圖線之繪製.....	274
計算例題.....	275

6—12. 最大剪力圖線——計算例題	276
連桁架之應力影響線	
6—13. 連桁架橋	279
6—14. 平轉橋	280
6—15. 二跨連桁架之反力影響線	280
6—16. 二跨連桁架之肢應力影響線	282
6—17. 三跨連桁架之應力影響線	
(a) 第一解法	284
(b) 第二解法	285
(c) 第三解法	286
6—18. 三跨以上之連桁架	290
第六章 習題	291

第七章 次應力

7—1. 前言	294
7—2. 問題之性質	294
7—3. 莫氏解法	297
7—4. R 值之另一求法	298
7—5. 計算例題	300
7—6. 次應力對於主應力之影響	309
7—7. 柯氏解法	
步驟	310
計算例題	311
7—8. 次應力之影響線	314
7—9. 節點偏心之影響	314
其他種類之次應力	
7—10. 由於橫梁與豎肢剛節接合之次應力	315

7—11. 橫梁內由於下弦長度增加之次應力·····	317
第七章 習題·····	318

第八章 彈性拱

8—1. 前言·····	319
二鉸拱之分析	
8—2. 二鉸實肋拱之 H 公式·····	320
8—3. 反力軌迹·····	323
8—4. H 影響線之通解(彈性載重法)·····	324
8—5. 力矩, 剪力及壓力之影響線·····	325
8—6. 溫度變化及拱腳移動之影響·····	327
8—7. 二鉸桁架拱之 H 公式·····	328
8—8. H 之影響線·····	328
8—9. 肢應力之影響線·····	329
固端拱之分析	
8—10. 固端拱之分析等式·····	329
8—11. 計算例題·····	334
8—12. M_0 之影響線·····	335
8—13. H_0 之影響線·····	336
8—14. V_0 之影響線·····	337
彈性中心法	
8—15. 基本原理與等式·····	338
8—16. 計算例題·····	342
8—17. X_0 , V_0 及 M_0 之影響線·····	343
8—18. 由彈性中心等式導出之似柱關係·····	346
固端拱內強迫歪曲之分析	
8—19. 似柱法於拱內歪曲之分析	