

高等师范院校数学系列教材

教学过程动力学

鲍曼 王玉文 著

43

哈尔滨工业大学出版社

E74.1-43
B327

高等师范院校数学系列教材

教学过程动力学

鲍曼 王玉文 著

哈尔滨工业大学出版社
·哈尔滨·

内 容 简 介

本书是定量地研究教学过程的专著,首次运用控制理论、从定量角度研究教与学的动态过程。包括作者完成的教学过程的系统结构、学生学习的数学模型、教师调节作用的数学模型、教学过程动态分析以及教学过程最优控制等教学过程动力学方面的主要成果。

本书可作为硕士研究生的教育学教材,亦可作为高等学校高年级学生和教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

教学过程动力学/鲍曼等著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2002.6

ISBN 7-5603-1754-5

I.教… II.鲍… III.教学过程-研究
IV. G421

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 044624 号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006

传 真 0451-6414749

印 刷 地矿部黑龙江测绘印制中心印刷厂

开 本 850×1168 1/32 印张 7.125 字数 184 千字

版 次 2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5603-1754-5/O·135

印 数 1~2 000

定 价 14.80 元

目 录

第一章 绪论	(1)
第二章 教学过程的系统结构	(6)
2.1 闭环系统结构特征	(6)
2.2 个体学生教学过程的系统结构	(12)
2.3 多体学生教学过程的系统结构	(12)
2.4 教育学理论的模式与改进	(13)
2.5 探索法	(16)
第三章 学生学习过程的数学模型	(21)
3.1 建模问题的回顾	(21)
3.2 个体学生学习过程的数学模型	(24)
第四章 教师作用的数学模型	(30)
4.1 教师的比例式调节作用	(30)
4.2 教师的积分式调节作用	(33)
4.3 教师的比例加积分调节作用	(34)
4.4 MATLAB 语言在传递函数中的应用	(37)
第五章 现代控制理论基础	(43)
5.1 状态空间描述法	(44)
5.2 由传递函数转化为状态方程	(45)
5.3 由方块图直接转化为状态方程	(47)
5.4 系统的输入量中含有导数项时状态方程的列写方法	(49)
5.5 常系数状态方程的解	(52)
5.6 能控性与能观测性	(58)
5.7 用 MATLAB 语言求瞬态响应	(64)

第六章 性能指标	(82)
6.1 关于性能指标问题的回顾	(82)
6.2 教学问题的性能指标	(85)
第七章 最优控制原理及其应用	(88)
7.1 最优问题的的回顾	(89)
7.2 极小值原理	(94)
7.3 二次型性能指标的最优控制问题	(111)
7.4 教学过程的最优控制	(120)
7.5 二次型最优控制问题的 MATLAB 解法	(127)
附录 1 MATLAB 语言应用的基础知识	(141)
1.1 引言	(141)
1.2 绘制响应曲线	(148)
1.3 计算矩阵函数	(152)
1.4 线性系统的数学模型	(165)
附录 2 系统参数模型估计	(171)
2.1 概述	(171)
2.2 系统的差分方程模型估计	(172)
2.3 系统状态方程模型估计及 MATLAB 实现	(179)
2.4 模型的验证	(183)
2.5 模型结构的选择	(188)
附录 3 伴随《教学过程动力学》形成过程中的几篇论文	
	(196)
3.1 数学教育的动态模型与控制策略	(196)
3.2 学生学习的数学模型	(202)
3.3 教师作用的数学模型	(206)
3.4 教学过程的最优控制	(209)
参考文献	(216)

第一章 绪 论

倘若我们肯平心静气地认真分析一下,就会发现,我们对数学教育乃至整个教育学自身的认识,却远为落伍。长期以来,教育学一直停留在古老的特征归纳和经验描述阶段,这也是一个不争的事实,以至于造成目前的“与期说是科学,莫如说是艺术”的尴尬局面。

世界总是在进步的。客观上,由于近 30 年来系统论、控制论、信息论等现代科学的诞生,为对数学教育的认识提供了新视角、新思维和新方法,这些全新的活跃的因素终于成为日后教育学变革的客观原因。

大约经历了几十年的反复的认识—实践的过程之后,于 20 世纪 70~80 年代一群有为的教育家提出一个颇具新意的见解,即提出教学过程是一个系统。随即又有许多人跟进,做了许多工作,大多限于教学管理和教学效果的评定等方面^[1,2,5,6]。而对教学工作的主流——教学过程的现代认识,却迟迟未见突破。至于本该是这门学科的最重要的组成部分,诸如教学系统的动态结构、教师作用的数学模型、学生学习过程的数学模型等等,都无人涉及,就更谈不到最优控制了。迄今所见到的文献,就其内容而言,多限于概念层次的讨论,泛泛而论的多,有深度的少。所以,教育学本身的科学化,还有待时日,这就是现状。

正像许多新兴学科的发展过程一样,教育学在它的理论化的过程中,也在——经历着那些必然存在着的坎坷。有些事物原本属于教育理论化的范畴,但是当时没有这样认识,只当一种具体问

题的事物性处理办法而被忽略了。譬如,我国普通高等学校 1983 年入学考试成绩的总和计分办法就是一例。当年考七门课,数学、语文二门各为 120 分。可理解为满分仍是 100 分,按 120 分计入总分时,乘上加权系数 1.2。外语、物理、化学、政治 100 分满分,按 100 分计入,加权系数为 1,生物 100 分按 70 分计入,加权系数为 0.7。如此累计,按分数高低排列,自上而下排队录取。当时,只当作为录取工作的一个行政手段提出并加以实施。

这件事,从控制论的角度来看,恰好是一个目标函数。它可以写成为一个用多变量形式给出的标量函数形式,如

$$M = \sum_{i=1}^7 c_i x_i$$

或更一般地

$$M = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

亦可写成矢量内积形式的目标函数,形如

$$M = C \cdot X$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix}, \quad C = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7)$$

在此例中,各元素 x_i 代表各具体科目的分数, c_i 代表第 i 科成绩的具体加权系数。

如此一来,高考备考这个实际问题,就可以提升为寻优问题

了。即或是在临考前的很短时间里,也存在精力在各科间的适度运用问题。运用得当,总分亦会上升——即寻找一个合适的控制变量 X ,使得目标函数 M 在给定的时间间隔内取得最大值。这是一个很标准的寻优控制的问题,可惜,这未必是那些急匆匆备考的莘莘学子们所能领悟得到的。

事实就是这样,一个新兴学科的发展,在它的不同阶段,都会遇到一些以各种不同身份出现的个别事例,当它们多起来的时候,就会依稀看到一个新学科的雏形。而经有眼光、有影响的教育家加以有目的的归纳和引导,便会加速它的诞生。现在,似乎正是这种时候。

那么,环绕着教育学这个古老的学科,可能滋生出来的新兴学科将是什么样子的呢?这个问题一定会让你心悸。这正是一个可以猜想的时候,可以构思的时候,可是这些猜想和构思的基础是什么呢?目标又是什么呢?基础不同、目标不同,自然勾画出的未来不同。有人说,这是一个“仁者见仁,智者见智”的问题;也有人说“那是一个必然的归宿”,这些问题留给后人去争论吧。

目前,就我们的认识水平而论,我们认为尽管教育学囊括的范围非常之广,但教育学的核心是研究教学过程这一条不会错,衡量教学过程的优劣,看效果这一条也不会错。所以,归结起来,还是那句老话“无论怎么教,只要学生真学到手,就是好”。于是,一个结果浮出了水面,即以教学效果作为评论的标准。

教学效果,是由教与学两方面相互作用构成的,应当承认教师处于主导方面。截至目前,人们的共识大抵如此。

正如我们在前言中所谈及的那样,教学效果是动态的。一个学生从教师处得到知识,从“不知”到“知”是一个动态过程,这个动态过程是由教师一方和学生一方共同决定的,改善教学效果动态

过程的最简单有效的办法是提高教师功能,而能做定量分析的关键则是建立学生的学习效果数学模型。

在这个认识的基础上,我们的想法是:

首先,教学过程是一个闭环系统。因此教学过程就应该符合闭环系统的运作规律,这些规律事实上存在,并且一直在教学实践过程中默默地运作。只是我们的认识跟不上去,还不能把它提炼出来而已。因此,解决问题的关键在主观、在我们自己。

其次,就方法论而言,我们认为控制理论提供了典范。它提供了对问题如何进行数学描述;如何进行加工;如何去实现这三个方面成功的努力。尤其是最优化的思想方法,更是光芒四射。因为人类的追求尽管无止境,但在一定的条件下,处在一个特定阶段,如何取得最好的结果,总是我们现实的目标。除此之外,还有什么比这更好的出路?既然就目前具有的知识水平来说,这是最好的,那么为什么不去实现呢?

障碍是那片土地“太荒芜”了,没见一只足印。从方法论的角度来看,的确如此。在教育学这个领域内,迄今的确没有人尝试过用控制理论提供的方法去做定量分析。既然这条路是对的,前人没有走过,我们能不能开始走?走上去前景又如何?答案将是十分茫然的。就像是“我走上了一条路,却不知道它通向何处”。真的有这种感觉,这可能是探索者所共有的凄凉的感觉,我们也亲自领会了。

我们就是在这种背景下,走上了这条路。战战兢兢地一步一回首,因为,不知道这一步是不是迈得太大了。迈得太大了,容易出错。正如一位哲学家所说“真理与荒谬,只差一步”。可是他没说“不出错的那一步该是多长”。即没有衡量标准,而是一种警惕。尽管如此,对我们在探索过程中少出错还是有用的。

就这样,我们在教育学系统的动态结构、学生学习过程的数学模型、教师调节作用的数学模型以及教学过程最优控制等许多困难的领域中做了一些带有研究性质的探讨,并得到相应的结果,这便是本书的雏形。

确实不敢说,我们所走的每一步都是对的,但总体上无疑是对的,这一点确信无疑。我们试图以本书得到的这些结果,作为使教育学向科学化、理论化方向上迈出的第一步。换言之,抛砖引玉吧。

第二章 教学过程的系统结构

- 闭环系统结构特征
- 个体学生教学过程的系统结构
- 多体学生教学过程的系统结构
- 教育学理论的模式与改进
- 探索法

2.1 闭环系统结构特征

从控制论的角度来看,最简单的闭环系统可以用方块图2.1来表示。

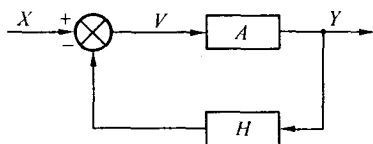


图 2.1 最简单的闭环系统方块图

X — 输入信号; Y — 输出信号; A — 被控对象; H — 反馈环节; V — 偏差信号;

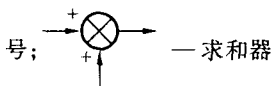


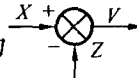
图 2.1 中方块 A 、 H 的内容,是用传递函数形式给出并按画方块图的规则得到的,解读时自然亦需要遵循这些原则。这些原则概括起来有四条,目的是借此可以把代数方程组变成有向图形式。在

这个意义上说,代数方程组与有向图是等价的。而有向图更具有直观性,所以乐于为工程界采用。

这四条规则是:

(1) 在方块图中,用信号代替代数方程组中的变量;规定信号只能沿箭头指示的方向前进。

(2) 规定支路是有权的,这是处理代数方程中变量乘系数的问题。所以,信号通过支路后,其值应乘以支路的权值。

(3) 规定一个求和器的符号为 , 表示 $V = X - Z$ 。

借此处理代数方程中各项求和问题。

(4) 规定一个符号 , 称为节点。凡从此节点出发的信息,

都是相同的。

如果在闭环系统图 2.1 中,环节 A、H 的内容都是用传递函数给出,则图 2.1 便在象函数范畴内完整地描述了系统的行为。而真正的过程还是变量的时域解,即时间函数。因而还需要将所得到的象函数解通过反变换,换成时域解才行。所以方块图是真正过程的一种中间变换形式,是一种间接的描述方式。而系统的实际过程是实时的,为什么不能直接用时域的方法描述系统呢?也能。只是它涉及到微分方程,数学方面的难度大。按人的认识顺序,总是先懂代数,后懂微分方程。用拉普拉斯变换可以把微分方程通过变换换成象函数的代数方程来处理,手段简便、直观,这就是获得普遍应用的缘故。

在定性分析闭环系统内部发生的过程时,只能在实域内解说。

假设处于正常运行中的某一时刻 t_1 ,突然出现一个偏差,记为 V_1 。它经过用 A 表示的方块之后,在它的输出端一定会出现一个

与之对应的输出量 Y_1 。这个信息经过测量环节 H 反馈到输入端,与给定的输入 X 相比较,可以得到一个新偏差 $V_2 = X - HY_1$ 。如果此时 $V_2 < V_1$,则下一个时刻 t_2 会有 $V_3 < V_2, \dots$,直到 $V_n \rightarrow 0$ 。针对偏差趋近于零,系统的输出 Y 又回到原来的稳定值。反之,如果新的偏差 $V_2 > V_1, V_3 > V_2, \dots$,终将导致 $V_n \rightarrow \infty; Y \rightarrow \infty$ 。这不是事实。所以,闭环负反馈系统之所以能使系统保持有稳定的输出,主要是靠它具有的这种向减小偏差进行调节的能力。正是这个能力使实际存在着的各种系统,能够有一种稳定的输出而成其为事实。

从上述的分析中,可以明确地提炼出闭环负反馈系统所应具有的特性,称其为三原则。

第一,系统的输出量 Y 的瞬时值是可以测量的。

第二,反馈信号 HY 是可以与给定信号 X 相比较,取得偏差信号 V (它等于 $X - HY$)。

第三,向着减小偏差信号的方向进行调整。

这是一切负反馈闭环系统的精华所在。不论这个系统叫什么名字,都一样,都离不开这三条。所不同的仅仅是第三条,即向着减小偏差信号的方向进行调整中的“进行调整”的具体作法有所不同而已。它的作用,在于改善调节效果。这是个量的变化,而不是质的变化。至于实现的手段,无论是采取机械的、液压的、计算机的等等都不会改变这三条。所以抓住了这三条(亦称为闭环系统的三要素)就是抓住了“牛鼻子”,不必为实施的手段所困扰。

回到我们要研究的教学领域中来,且不论教学过程是不是一个闭环系统,我们只从正规的教学过程中做一些特征性的归纳,看看它都有哪些共同的属性。它的共性至少有三条:

其一,教学效果是可测的(如通过考试或者通过教师在课堂上

对学生表情的观察,都可得到)。

其二,测量到的教学效果可以与教师的预计指标相比较,取得偏差。

其三,一个称职的教师,都会采取一些措施,向着减小偏差方向进行调整,以期获得更好的成绩。

这些都是教师每天进行的正常教学活动,毫无特别之处。但是,如果一个教师能从这个角度看问题,就抓住了事物的本质,且能向减少偏差方向去做调节工作的话,他的主观能动性会发挥得淋漓尽致,效果会更好。这是毫无疑问的。

把这三条的内在关系亦用方块图描述出来,便得到图 2.2。

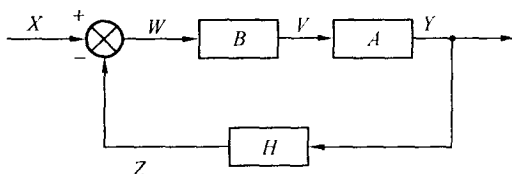


图 2.2 表征教学特征内在联系的方块图

Y —教学效果(如考试成绩); X —教师的预计效果; A ——被控对象(学生); B —教师的调节作用(如果用考试成绩表示 Y , X 亦用成绩满分作为预计效果,则 $H=1$)

将最简单的闭环控制系统图 2.1 与表征教学特征内在联系的方块图 2.2 相比较可知,在大的框架内(即符合闭环系统的三要素)是完全一致的。

由此可以得到一个重要结论,即教学过程系统是一个闭环负反馈系统。

这个结论之所以重要,在于它把教与学的内在关系充分地表示出来。它的合理的内涵就是闭环系统的三要素,它的精髓在于向

减小偏差方向进行调解,这正是教师的中心任务所在。

一个好教师与一个差的教师之间的差距是多方面的,如对教材内容的掌握程度、板书工整与混乱、语言简练与繁琐等等,都会影响到教学效果。多数人都这么看,事实也如此。但是,这种看法并不全面,它忽略了授课中的一个重要环节,即是否在课堂讲授内容时随时对学生方面的接受程度做了测量,随时留心学生的反映,进而去找到偏差;如果这项工作没做,那就更谈不上接下去应当做向减小偏差方向调整了。

我们经常看到,一个不成熟的教师,对内容也很着力地准备了,不能说教师连内容都没懂,但在讲课时,低着头说,埋头在黑板上写,几乎不看学生,即便是看到学生诧异的目光也没懂它的含意,一味地讲完、抄完了事。这种教学方式被称为“填鸭式”教学。这种教学方式之所以效果不好,最主要的原因,从控制角度看,他的授课过程实质上属于开环而不是闭环系统,即呈图 2.3 所示的形式。

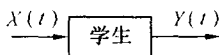


图 2.3 开环系统示意图

开环与闭环系统的差别主要在于前者不能向减小偏差方向进行调节,灌是灌完了,懂多少算多少,不能在进程中去调整,那就不可能使接受效果向预期值不断地靠拢。

闭环控制系统要求对输出进行实时的测量,实时与给定值进行比较;实时地向减小偏差方向进行调节。但在教学过程中实时地做到这三件事,是很难的。譬如,对输出量的实时测量,假设以学生领会程度作为输出,你怎么样得知他在这时刻领会多少?是 60%、70%,还是 100%,这是无法确切得到的。

又如,通过考试、判卷、评分,对学生的领会程度可以得到一个比较可靠的测量结果,但这不能时时刻刻地进行,只是一学期搞几次而已。所以,我们把课堂授课的过程看成是一个闭环系统,它的合理性在宏观、在大范围来看,完全合理,就微观一节课、一个问题的讲授过程,看成闭环系统不是不对,而是不能真正做到实时操作。这与真正控制系统每时每刻都遵循闭环三原则相比,在运作上是有一定区别的。

这种差别表现在输出上,可能不是连续地向预期值靠拢,而是教师方面察觉了,采取了调整措施(即实施一次向减小偏差调节),学生的接受效果就提高一些,是以这种上楼梯的方式一跳一跳地向预期值逼近。

尽管如此,把教学过程看做是闭环系统仍然是正确的,这一点可以确信无疑。

2.2 个体学生教学过程的结构

对一个学生的教学过程,大的方面已如前述。如果再细化一些,考虑到学生对教师要教的内容事先有一定的了解;再譬如说,这个学生在学习过程中,不排除有别的同学的帮助,这些情形都是正常的。考虑这些因素之后的系统才算是比较完整的实用的系统。这个系统结构该是什么样的呢?

第一个问题,即事先有一定的了解。在数学上可以看做是初始值不为零的情形,在方块图上,可以另外增加一个固定的输入 x_0 来代替。用这个办法来处理过去对它的影响是合理的。

至于第二个问题,同学的帮助,则分两种情况:一种归为过去,可采取并入初始值的办法处理;另一种是实时的,只能看成是另一

个输入量了。

假设教师方面的情形不变,则对这个个体学生的教学过程的方块图结构应有如图 2.4 所示的结果。

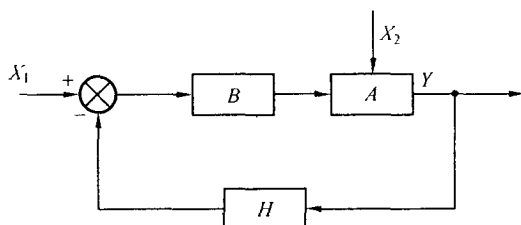


图 2.4 个体学生教学过程的系统结构之一

X_1 —教师的原输入量; X_2 —学生得到的其他实时额外输入量

从控制论的角度来看,这是一个多输入、初始值不为零的闭环系统。

2.3 多体学生教学过程的系统结构

一个班级的教学过程按逻辑推理,应当是计许许多多的互有沟通的个体的集合。为使系统图清晰起见,我们采用矢量记法。把每个个体看成是一个子系统,每个子系统仅用输入矢量和输出矢量表示,其余的细节一律归入方块之内。每个子系统的输入矢量记为 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 输出矢量记为 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 。那么由 n 个子系统构成的一个班级,变成一个由 n 个子系统构成的大系统,其概貌如图 2.5 所示。

所以一个班级的教学过程实则是一个非常复杂的具有分布特征的大系统。再考虑到认识的过程,尚有由量变到质变的飞跃,则这个大系统从长时间来看,又是一个非线性系统。这样的概括很重