

电子学译丛

上海市电子学会编译委员会编

12

上海市科学技术编译馆

电 子 学 译 丛

(12)

上海市电子学会编译委员会编

*

上海市科学技术编译馆出版

(上海南昌路59号)

商务印书馆上海厂印刷 新华书店上海发行所发行

《科技新书目》征订期号：55—159

*

开本 787×1092 1/16 印张 6 4/16 字数 190,000

1965年5月第1版 1965年5月第1次印刷

印数 1—2,700

编号 15·291 定价(科七) 0.90 元

目 录

1. $2N$ 口网络的轉換特性	1
2. $1 \sim n$ 节耦合傳輸綫全通网络的綜合	13
3. 微带測量	19
4. 在 $3.8 \sim 4.2$ 千兆赫范围内測量波导网络插入損耗的裝置	25
5. 用毫米波法布里-伯罗干涉仪測量介电常数和介质損耗	33
6. 稳定微波振蕩器的一种新方法	39
7. 高速开关晶体管中的渡越时间	42
8. 共发射极晶体管电路的开关时间	45
9. 一个带有直流和交路反饋稳定的晶体管放大器	53
10. 晶体管阶梯波发生器及其作为儲能計数器的应用	59
11. 寬带分差放大器	64
12. 有共态干扰情况的小信号測量	70
13. 一个导納显示系統	73
14. 时间編碼模拟-数字轉換器	80
15. 一种高速模-数轉換器	86
16. 一种用高频电場驅動的振动电容器	94

1. $2N$ 口网络的轉換特性

L. B. Felsen, W. K. Kahn

《Proceedings of the Symposium on Millimeter Waves》1959, pp. 477~512 (英文)

多模波导在毫米波段中的应用已引起对 $2N$ 口网络的轉換特性的注視。因为根据轉換矩陣的定义,它們的相乘相当于网络級联,上述特性不难通过轉換矩陣进行探討。文中给出若干特殊結構的轉換矩陣的表现形式,并討論了由物理的約束关系(例如能量守恒,洛倫茲互易性和对称性等)所推得的矩陣特性。

$2N$ 口网络的效率($N+1$ 至 $2N$ 各口輸出功率和 1 至 N 各口輸入功率之比)是激励的函数;文中求得了最佳效率以及它所对应的激励。文中还述及连接有耗 $2N$ 口的最佳无耗网络。

引 言

为了使多模波导能在毫米波段中傳輸,对多模波导微波轉換器的轉換性能进行了研究。均匀波导中有 N 对傳播模(每对分别是微波轉換器的輸入和輸出,因而共有 $2N$ 口),都可用普通的等效傳輸綫来表示,傳輸綫的入口和出口組成了一个 $2N$ 口网络,后者与微波轉換器等效。本文討論綫性 $2N$ 口网络在某个特殊頻率下的轉換性能。

当网络口数較多的时候,用一般的电路来表示就显得极为繁复;簡便的方法是把网络的性质表为矩陣形式,从而說明各口上的电压和电流之間的相互依賴关系。轉換矩陣最适于研究傳輸性能;用了轉換矩陣,級联的网络就可以由各网络轉換矩陣的相乘来等效。

本文內容的安排如下:第二部分列出有关轉換矩陣的一般概念,并引入以下各部分所用的符号。此外,还簡述了微波結構和它的等效网络之間的联系。第三部分中推出了矩陣約束式(由物理約束关

系对称性、洛倫茲互易性、時間可逆性和能量守恒关系推出^[2,4])。这些結論本身虽不是新穎的,但所采用的表现形式却比現有文献中的形式更为普遍、簡明。此外,还討論了周期性級联轉換器中正規模的激励^[3]。

第四部分把 $2N$ 口的效率表为激励的函数而进行研究^[7],得出了确定最大效率和相应的激励的公式。証明了对周期性級联轉換器,存在一个最佳无耗网络,并予以描述。最后在第五部分中用数值范例說明所得的結果。

轉換矩陣

激励波源的时间因子为 $e^{j\omega t}$ 时,綫性 $2N$ 口网络的外部稳态行为須由 $4N$ 个端面量 ($4N$ terminal quantities) 予以充分規定,亦即每个口各有两个端面量。一般 $2N$ 个端面量可以任意規定,其余的 $2N$ 个端面量就根据网络特性而取決于已規定的量。如果只有激励波源,上述依賴关系便是一組綫性齐次方程,后者又可簡明地用矩陣形式表示。一个网络

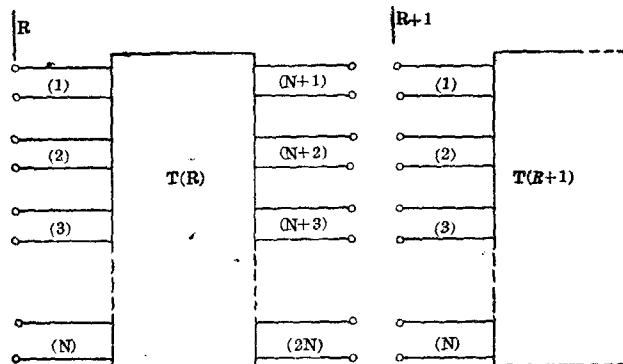


图1 $2N$ 口网络

的端面量如果按不同的方式选择, 和不同的方法排列, 就得出不同的矩阵表达式。

图1是一种网络的画法, 把 $2N$ 个口网络看成为转换能量的器件, 自第1至 N 个口为入口, 第 $N+1$ 至 $2N$ 个口为出口。现在把 $2N$ 口网络看作 $2N$ 口级联网络中的一个单元网络。一个单元网络的第 $N+n$ 个口和下一个单元网络中第 n 个口相接; 一个单元网络的出口端面量对应于下一个单元网络的入口端面量。把各单元网络依次标为 $1, 2, \dots, R, R+1, \dots$, 并把每个单元网络的 N 个入口上的 $2N$ 个端面量排成为列矩阵, 称为波矢量 $\underline{\Psi}(R)$ 。于是第 R 个单元网络的输入端面量和输出端面量之间的线性关系也就是第 R 个单元网络的输入端面量和第 $R+1$ 个的输入端面量之间的关系, 亦即:

$$T(R)\underline{\Psi}(R) = \underline{\Psi}(R+1) \quad (1)$$

矩阵 $T(R)$ 称为第 R 个 $2N$ 口单元网络的转换矩阵, 它表出了第 R 个单元和第 $R+1$ 个单元网络的端面量之间的相依关系。

这种转换矩阵的特点在于用它表示级联单元网络, 所得的表达形式极为简便。如果

$$\left. \begin{aligned} T(R)\underline{\Psi}(R) &= \underline{\Psi}(R+1) \\ T(R+1)\underline{\Psi}(R+1) &= \underline{\Psi}(R+2) \\ &\dots\dots\dots \\ T(R+M)\underline{\Psi}(R+M) &= \underline{\Psi}(R+M+1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

通过辗转代替, 可得:

$$T(R, R+M)\underline{\Psi}(R) = \underline{\Psi}(R+M+1) \quad (3)$$

式中转换矩阵 $T(R, R+M)$ 代表一个新的 $2N$ 口网络,

$$T(R, R+M) = T(R+M)T(R+M-1)\dots T(R) \quad (4)$$

本文中所用转换矩阵就基于上述普通观点, 不限于口数或端面量的选择方式。

1. 表示端面量的符号

第 R 个单元网络输入端面量的列矩阵共有 $2N$ 个元素 $\Psi_{n,\nu}(R)$,

$$\underline{\Psi}(R) = [\Psi_{n,\nu}(R)], \quad \begin{cases} n=1, 2, \dots, N \\ \nu=1, 2, \end{cases} \quad (5)$$

式中下标 n 表示第 n 个口, 下标 ν 标明该口的两个端面量。以后凡是有可能发生混淆的地方, 亦即各式适用于任意的 R 时, 将不写明 R 。例如, 端面量可选为电流和电压(参阅图2(a)),

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{n,1} &\rightarrow V_n \\ \Psi_{n,2} &\rightarrow i_n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

或选为入射和反射波振幅(参阅图2(b)),

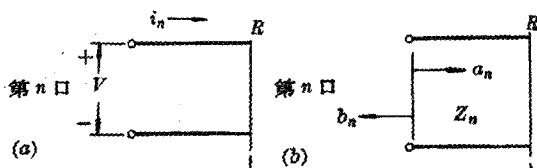


图2(a) 第 n 口上的电压 图2(b) 第 n 口上的入射和反射波振幅 $n=1, 2, \dots, N$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{n,1} &\rightarrow a_n \\ \Psi_{n,2} &\rightarrow b_n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

电流、电压和波振幅之间的关系以后将予以说明。这两种选法又可排成多种列矩阵的形式, 其中最常用的两种形式是:(a)按 ν 等于1或2分成两组(ν 不变), 用 n 为变标, 顺序取 $n=1, 2, \dots, N$,

$$\underline{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_{1,1} \\ \Psi_{2,1} \\ \vdots \\ \Psi_{N,1} \\ \hline \Psi_{1,2} \\ \Psi_{2,2} \\ \vdots \\ \Psi_{N,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(b)按 n 等于 $1, 2, \dots, N$ 分组(n 不变)用 ν 为变标, 顺序取 ν 为1, 2,

$$\underline{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_{1,1} \\ \Psi_{1,2} \\ \vdots \\ \Psi_{2,1} \\ \Psi_{2,2} \\ \vdots \\ \Psi_{N,1} \\ \Psi_{N,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2 \\ \vdots \\ \underline{\Psi}_N \end{bmatrix} \quad (9)$$

以上两类列矩阵都可按式中虚线划分, 而转换矩阵也相应划分。例如列矩阵若按式(8)划分, 则转换矩阵

$$T = [t_{mn,\mu\nu}], \quad \begin{cases} m, n=1, 2, \dots, N \\ \mu, \nu=1, 2, \end{cases} \quad (10)$$

的形式为:

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ \hline t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中每个 $t_{\mu\nu}$ 都是一个 $N \times N$ 矩阵。

2. T 矩阵的变换

有时必须把某一种选择的端面量和下标按自然数序列的口的矩阵(10)变换成端面量的选择不同而

且又取不同排列的另一个矩阵。令波矢量 $\underline{\psi}$ 由一个非退化矩阵 U 表出它和新选波矢量 $\hat{\underline{\psi}}$ 之间的关系如下:

$$\underline{\psi} = U \hat{\underline{\psi}} \quad (12)$$

代入定义关系式(1), 便得:

$$\hat{T}(R) \hat{\underline{\psi}}(R) = \hat{\underline{\psi}}(R+1)$$

式中

$$\hat{T}(R) = U^{-1} T(R) U \quad (13)$$

式(12)并不包括端面量间的普适变换; 特别体现在:

1) 新的端面量 $\hat{\underline{\psi}}$ 和原来的端面量 $\underline{\psi}$ 是线性相关的;

2) 对于各单元网络输入口所形成的组合 ($R=1, 2, \dots$), 线性关系 U 都是一样的。

例如取 $\underline{\psi} = [\underline{\psi}_n, \underline{\psi}_v]$ 为电压和电流如式(6), 并选 $\hat{\underline{\psi}} = [\hat{\underline{\psi}}_n, \hat{\underline{\psi}}_v]$ 为入射和反射波振幅如式(7), 且都按式(8)进行划分, 于是

$$\begin{bmatrix} \underline{\psi}_1 \\ \underline{\psi}_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \underline{\psi}_Z; \quad \begin{bmatrix} \hat{\underline{\psi}}_1 \\ \hat{\underline{\psi}}_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \underline{a} \\ \underline{b} \end{bmatrix} = \underline{\psi}_S \quad (14)$$

式(12)就变成 $\underline{\psi}_2 = U \underline{\psi}_S$, 亦即

$$\begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{Z} & \sqrt{Z} \\ \sqrt{Y} & -\sqrt{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a} \\ \underline{b} \end{bmatrix} \quad (15)$$

上式中,

$$Z = [Z_n \delta_{mn}] = Y^{-1}, \delta_{nm} = \begin{cases} 1, n=m \\ 0, n \neq m \end{cases} \quad (16)$$

可见 U 是个对角矩阵, Z_n 都是正的归一值。在波导应用问题中, Z_n 须选为与第 n 口相联系的传播模的特性阻抗。因此, 适用于入射和反射波振幅的端面量的转换矩阵称为归一化散射转换矩阵 T_S (与 $\hat{T}$ 相对应), 它可用电压电流的端面量的矩阵 (称为阻抗转换矩阵 T_Z 与 T 相对应) 来表示, 即:

$$T_S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{Y} & \sqrt{Z} \\ \sqrt{Y} & -\sqrt{Z} \end{bmatrix} T_Z \begin{bmatrix} \sqrt{Z} & \sqrt{Z} \\ \sqrt{Y} & -\sqrt{Y} \end{bmatrix} \quad (17)$$

每逢必须表明转换矩阵的本质 (散射或阻抗转换) 时, 矩阵都附加下标 S 或 Z 如上所述。

3. 逆转 (反向) $2N$ 口网络

图3示两个 $2N$ 口网络, 两网络相同, 但取向相反。图中两网络上的各口位置都已逆转, 图3(b)的第 $N+n$ 个口和图3(a)的第 n 口相合。第二网络的转换矩阵 T' 可由 T 表出, 且和 T 相同。

由于网络上习惯用的正向标法是定义端面量的一个主要因素, 从而必须表征波矢量的元素为输入量, 于是转换矩阵是具有方向性的。如沿用图2所

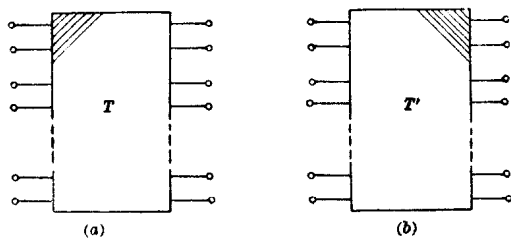


图3 反向 $2N$ 口网络

a) 原网络; b) 反向网络

示的惯例, 波矢量 $\underline{\psi}(R+1)$ 并非第 R 个单元网络的一组输入量。虽式(1)中转换矩阵的定义在形式上和

$$T^{-1}(R) \underline{\psi}(R+1) = \underline{\psi}(R) \quad (18)$$

相似, 但 T^{-1} 却不是所需的矩阵 T' 。 T' 可逆行求得如下:

令

$$\underline{\psi}_S(R) = \begin{bmatrix} \underline{a}(R) \\ \underline{b}(R) \end{bmatrix},$$

$$T_S(R) \underline{\psi}_S(R) = \underline{\psi}_S(R+1) = \begin{bmatrix} \underline{a}(R+1) \\ \underline{b}(R+1) \end{bmatrix} \quad (19)$$

为图3(a)所示网络的一组入射和反射波振幅端面量。由于图3(b)所示网络是相同的网络, 只不过出入端互易, 故

$$\left. \begin{aligned} \underline{\psi}'_S(R) &= \begin{bmatrix} \underline{a}'(R) \\ \underline{b}'(R) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}(R+1) \\ \underline{a}(R+1) \end{bmatrix} \\ \underline{\psi}'_S(R+1) &= \begin{bmatrix} \underline{a}'(R+1) \\ \underline{b}'(R+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}(R) \\ \underline{a}(R) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

便是图3(b)中端面量组。因为矢量 $\underline{\psi}'_S(R)$ 正是所示网络的输入端面量 ($\underline{\psi}'$ 中各元素和相对应的 $\underline{\psi}_S$ 中各元素都具有相同的物理意义), $\underline{\psi}'_S(R)$ 和 $\underline{\psi}'_S(R+1)$ 之间的关系也正是所需的转换矩阵 T'_S

$$T'_S(R) \underline{\psi}'_S(R) = \underline{\psi}'_S(R+1) \quad (21)$$

把 $\underline{\psi}'_S$ 代入上式并和式(1)进行比较, 便得由 T_S 表出的 T'_S 。式(20)可写成

$$\underline{\psi}'_S(R) = \underline{\tau}_S \underline{\psi}_S(R+1), \underline{\psi}'_S(R+1) = \underline{\tau}_S \underline{\psi}_S(R) \quad (22)$$

式中 (与具有特殊物理意义变换有关的矩阵用小写拉丁字表示),

$$\underline{\tau}_S = \begin{bmatrix} 0 & 1_N \\ 1_N & 0 \end{bmatrix} = \underline{\tau}_S^{-1} \quad (23)$$

1_N 为 N 维么矩阵。

于是,式(21)可写成

$$[\tau_s T_s'^{-1}(R) \tau_s] \underline{\psi}_s(R) = \underline{\psi}_s(R+1) \quad (24)$$

从而

$$T_s' = \tau_s T_s^{-1} \tau_s \quad (25)$$

式(25)是对散射转换矩阵推得的,对任意转换矩阵也可推得相对应的关系。如仿式(12),取

$$\underline{\psi}_s = U \underline{\psi}', \quad \underline{\psi}_s' = U \underline{\psi}' \quad (26)$$

则有

$$T' = \tau T^{-1} \tau \quad (27)$$

式中,自式(1)和(22),得:

$$T = U^{-1} T_s U, \quad \tau = U^{-1} \tau_s U \quad (28)$$

应注意到

$$\tau^{-1} = U^{-1} \tau_s^{-1} U = U^{-1} \tau_s U = \tau \quad (29)$$

可见,不论用散射概念或电压电流概念, τ 恒等于它自己的逆矩阵。

4. 网络端面量和电磁场间的统一性

这里简述如何建立网络端面量和微波结构的波导接头中电磁场的逼近行为之间的统一性。

图4所示情况对本文所论述的问题足够普遍。图中示微波结构的出入口各有相同横截面的均匀波导接头(或两组接头)。接头横截面(可能含有若干不相连的波导)的边界为理想导体。在 R 和 $R+1$ 两横截面(都距微波结构较“远”)上的电磁场是有限个传播模分量的迭加,且各模分别有任意系数。假定有有限个模函数组适合于横截面,用复数模的系数就足以说明波导结构中电磁场的逼近行为^[12],从而排列各该系数便得到适用的一组端面量。

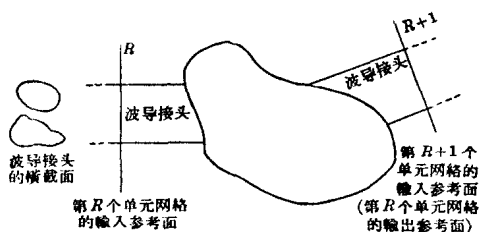


图4 微波波导结构

如均匀波导接头(假定是分立的)具有反射对称性,则模函数就成对地出现^[2],这成对的模函数可看成为属于同一口的端面量。这些端面量沿着均匀波导的变化和一般传输线上电压和电流的变化一样,由于波导接头是无耗的,等效传输线也是无耗的,从而特性阻抗 Z_n 都是实数(见式(16))。这里证明了 $2N$ 口网络和用远区参考面 R 和 $R+1$ 表出的波导结构之间的统一性。

从物理的约束关系推论转换矩阵的约束关系

由非退化矩阵所表示的网络,只须满足下列约束关系;网络是线性的,没有不受控制的波源(亦即只有激励波源)并且没有孤立的口。微波结构(均匀波导接头除外)所须满足的约束条件也正是这几点。本节从物理约束关系(对称性、洛伦兹互易性、能量守恒和时间可逆性)推出转换矩阵所须满足的约束关系。

首先考虑结构对称性的限制条件,因为它与上节所述波矢量中端面量编序有密切的关系。基本概念是:由于网络具有对称性,某些口端面量的互换并未改变物理的情况。

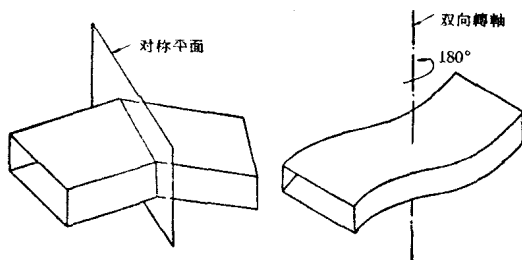


图5 简单对称 $2N$ 口网络

考虑图5所示的具有对称性的结构。左图具有对称中间平面。这种对称的特点在于无从区别逆转后的 $2N$ 口网络和原有的网络。这种 $2N$ 口网络简称对称网络。逆转后的 $2N$ 口网络的转换矩阵 T' 见式(27)。根据上述基本概念,可见

$$T' = T \quad (30)$$

从而得出对转换矩阵所附加的限制条件:

$$T = \tau T^{-1} \tau \quad \text{或} \quad T \tau = \tau T^{-1} \quad (31)$$

其次,考虑图6所示对称结构;这类结构的对称性的特点是:把端面量 $\underline{\psi}(R)$ 和 $\underline{\psi}(R+1)$ 按相同的方式予以排列,所得 $2N$ 口网络与原有网络相同。这类网络称为轴对称 $2N$ 口网络。 $2N$ 口网络的转换矩阵 T' 已求得如式(12)和(13),两式中的 $\hat{T}$ 就是这里的 T' 。假如某种排列方式是按矩阵 q (通常是

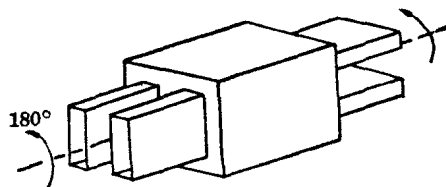


图6 轴对称结构

一組矩陣 $\underline{q}$ 完成的, 則(把式(12)等式中的 U 變成 $\underline{q}$)

$$\underline{\Psi} = \underline{q} \underline{\Psi}' \quad (32)$$

因而約束條件便是

$$T = \underline{q}^{-1} T \underline{q} \quad (33)$$

亦即 T 和 $\underline{q}$ 對易。不論用轉換阻抗矩陣或轉換反射矩陣, 軸對稱的約束條件都具有式(33)的形式, 例如利用式(12), 把一種矩陣變換為另一種矩陣, 代入式(32)便得

$$\hat{\underline{\Psi}} = \hat{\underline{q}} \hat{\underline{\Psi}}' \quad (34)$$

式中,

$$\hat{\underline{q}} = U^{-1} \underline{q} U \quad (35)$$

上述兩對稱類型是最重要的兩類。其他混用 $\underline{\Psi}(R)$ 和 $\underline{\Psi}(R+1)$ 的對稱類型都未予討論。

另一種物理約束關係與網絡的互易性有關。從電磁場理論觀點來看, 如導磁率 and 電導率張量都是對稱的, 這種物理約束關係(洛倫茲互易原理)是直接從麥克斯韋方程所得的結果。在兩組電壓-電流端面量 $\underline{\Psi}'_Z$ 和 $\underline{\Psi}''_Z$ (見式(14))之間的互易性可普遍地表述為雙綫性式^①

$$(\underline{\Psi}'_Z; l_Z \underline{\Psi}''_Z) \quad (36)$$

式中

$$l_Z = \frac{1}{2j} \left[\begin{array}{c|c} 0 & +1_N \\ \hline -1_N & 0 \end{array} \right] \quad (37)$$

與 R 無關^②, 显而易见, 互易性允許 l 有個任意標量因子。式(37)中含有因子 $1/2j$, 目的在使計算簡便, 詳見後。改用表達方式

$$\underline{\Psi}_Z = U \underline{\Psi} \quad (38)$$

式(36)就變成

$$(U \underline{\Psi}'; l_Z U \underline{\Psi}'') = (\underline{\Psi}'; \tilde{U} l_Z U \underline{\Psi}'') = (\underline{\Psi}'; l \underline{\Psi}'') \quad (39)$$

式中

$$l = \tilde{U} l_Z U \quad (40)$$

$\tilde{U}$ 為 U 的轉置矩陣。根據變換規律式(40)和式(37), 可見不論採取阻抗或反射矩陣, 下式恒成立

$$l = -\tilde{l} \quad (41)$$

至於對變換矩陣 T 的約束關係(互易性的約束關係)可自式(36)的不變性, 寫成式(39)的形式如下:

$$\left. \begin{aligned} (\underline{\Psi}'(R); l \underline{\Psi}''(R)) - (\underline{\Psi}'(R+1); l \underline{\Psi}''(R+1)) &= 0 \\ (\underline{\Psi}'(R); \{l - \tilde{l} T\} \underline{\Psi}''(R)) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

上式適用於任意 $\underline{\Psi}'$ 和 $\underline{\Psi}''$; 可見不論矩陣的本質為何, 下式恒成立

$$\tilde{T} l T = l \quad (43)$$

第三種物理約束關係——時間可逆性可闡述如下: 設網絡的端面量都是時間 t 的函數, 時間可逆性的約束關係便是 $-t$ 的函數(這裡的 $-t$ 須予以適當解釋)也組成網絡的一組適用的端面量。假如端面量為入射和反射波振幅時, 變換 $t \rightarrow -t$ 可適予解釋為入射方向反向。把上述約束關係用相量端面量表出, 使得對於轉換矩陣 T 的對應約束關係。

原來的端面量 $\underline{\Psi}(R)$ 和 $\underline{\Psi}(R+1)$ 和時間逆轉後的端面量 $\underline{\Psi}'(R)$ 和 $\underline{\Psi}''(R+1)$ 都是同一個網絡的端面量, 亦即, 式(1)既成立, 下式也成立:

$$T(R) \underline{\Psi}'(R) = \underline{\Psi}''(R+1) \quad (44)$$

對於相量, 變換 $t \rightarrow -t$ 也就是取複數共軛值(可看成入射方向反向), 用入射和反射波振幅表示, 得(用星號表示複數共軛值):

$$\underline{\Psi}'_S = t_S \underline{\Psi}''_S^* \quad (45)$$

式中,

$$t_S = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1_N \\ \hline 1_N & 0 \end{array} \right] \quad (46)$$

利用變換關係

$$\left. \begin{aligned} \underline{\Psi}_S &= U \underline{\Psi} \\ \underline{\Psi}'_S &= U \underline{\Psi}' \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

可把式(45)變成下式:

$$\underline{\Psi}' = t \underline{\Psi}^* \quad (48)$$

上式成立的條件是:

$$t = U^{-1} t_S U^* \quad (49)$$

注意如 $t_S = t_S^{-1} = \tilde{t}_S = t_S^*$, 則一般只須下式成立:

$$t^* = t^{-1}$$

利用式(48)代入式(44), 消去 $\underline{\Psi}'$ 并取複數共軛值, 可得:

$$T^*(R) t^* \underline{\Psi}(R) = t^* \underline{\Psi}(R+1) \quad (50)$$

與式(1)比較, 得約束關係:

$$T = t^{-1*} T^* t^* \text{ 或 } T t = t T^* \quad (51)$$

上式在 T 為散射矩陣或阻抗矩陣情況下都適用。

最後討論的物理約束關係是能量守恒。自左至右通過網絡 R 傳播的平均有效功率 $P(R)$ 可由相對應的端面量表為厄密式。根據電磁原理, 厄密式表示通過平面 R 的坡印亭矢量的面積分。對所假定的

① $(\underline{\Psi}'_Z; l \underline{\Psi}''_Z)$ 表示 $\underline{\Psi}'$ 的轉置矩陣 l 和 $\underline{\Psi}''$ 依次相乘的矩陣

② 見 C. G. Montgomery, R. H. Dicke and A. M. Purcell, Principles of Microwave Networks, Rad. Lab. Series, Vol. 8 (N. Y. McGraw-Hill, 1948). 條件見本文式(42)

波导接头,可引入端面量 a_n 和 b_n (式(7)和(15)),上述坡印亭矢量的面积分就简化成上述端面量用于网络所得的结果,

$$P(R) = (\underline{\Psi}(R), p_s \underline{\Psi}(R)) \quad (52)$$

式中

$$p_s = \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \quad (53)$$

引入列矩阵 $\underline{\Psi}$, 并取下列关系式

$$\underline{\Psi}_s = U \underline{\Psi} \quad (54)$$

代入式(52),得:

$$P(R) = (\underline{\Psi}(R), p \underline{\Psi}(R)) \quad (55)$$

上式成立的条件是:

$$p = U^+ p_s U \quad (56)$$

式中 $U^+ = \tilde{U}^*$, 亦即 U 的转置共轭矩阵。式(56)说明 P 一般是由端面量表示的厄密形式。

能量守恒定律可简述为平均输入功率等于平均输出功率,亦即式(55)的值与 R 无关。因而得对 T 的约束关系为:

$$\begin{aligned} 0 &= P(R) - P(R+1) = (\underline{\Psi}(R), p \underline{\Psi}(R)) \\ &\quad - (\underline{\Psi}(R+1), p \underline{\Psi}(R+1)) \\ &= (\underline{\Psi}(R), \{p - T^+ p T\} \underline{\Psi}(R)) \end{aligned} \quad (57)$$

上式适用任意 $\underline{\Psi}$ 。因此,必要条件是

$$p - T^+ p T = 0 \quad (58)$$

式(57)还可能有另一种意义。显而易见

$$P(R) - P(R+1) = (\underline{\Psi}(R), \{p - T^+ p T\} \underline{\Psi}(R)) \quad (59)$$

也可解释为第 R 个 $2N$ 口网络所吸收的净功率。网络本身不发出功率这一点在物理约束意义上相当于下列必要条件:

$$(\underline{\Psi}(R), \{p - T^+ p T\} \underline{\Psi}(R)) \geq 0 \quad (60)$$

因而无源网络的转换矩阵 T 须使

$$p - T^+ p T \quad (61)$$

为正半定值。

如 $T(1)$ 和 $T(2)$ 分别满足互易性条件式(40)或时间可逆性条件式(51)或能量守恒条件式(58),乘积 $T(2)T(1)$ (或 $T(1)T(2)$) 必满足相同的约束条件。

如果所要表明的 $2N$ 口网络是无限短的多模波导段,上述约束条件可直接改由对应等效传输线方程表出。引入波导纵向坐标 z 来标记端平面(代替 R),波导段 dz 的端面量 $\underline{\Psi}(z)$ 和 $\underline{\Psi}(z+dz)$ 之间的关系式便是:

$$T \underline{\Psi}(z) = \underline{\Psi}(z+dz) \quad (62)$$

式中 T 为无限小的变换,

$$T = 1 + C dz \quad (63)$$

用 dz 的一级近似表示,则有:

$$\underline{\Psi}(z+dz) = \underline{\Psi}(z) + \frac{d\underline{\Psi}(z)}{dz} dz \quad (64)$$

代式(63)和(64)入式(62),得:

$$\frac{d\underline{\Psi}}{dz} = C \underline{\Psi} \quad (65)$$

式中 C 可看成耦合矩阵。从 T 的物理约束关系可直接得出对 C 的约束关系。例如,能量守恒的约束关系是:

$$\begin{aligned} T^+ p T - p &= 0 \\ (1 + C dz)^+ p (1 + C dz) - p &= 0 \end{aligned}$$

可见,

$$pC + C^+ p = 0 \quad (66)$$

其他约束关系见表1。该表中在标有“变换”栏内表明当端面量 $\underline{\Psi}$ 通过 U 变换为 $\hat{\underline{\Psi}}$ 时, p, l, t 等(对应于 $\underline{\Psi}$)所采取的标换形式。取对应于 T 的约束关系,令 $T \rightarrow C, T^{-1} \rightarrow -C$ (因 $T^{-1} = 1 - C dz$), 便得适用于相对应的 C 的约束关系。

互易性、时间可逆性和能量守恒,这三个物理约束是相互有联系的,如任意两个物理约束关系满足,另一个物理约束关系也必同时满足。这个情况可用上面推得的转换矩阵的约束关系予以阐明。计算可用归一化散射矩阵予以简化,此时矩阵 l_s, t_s 和 p_s 都是广义的泡利矩阵。这类厄密矩阵满足关系式①:

$$\left. \begin{aligned} l_s^2 = t_s^2 = p_s^2 &= 1 \\ l_s p_s &= j t_s \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

具体地说,

$$\begin{aligned} l_s &= j \begin{bmatrix} 0 & -1_N \\ 1_N & 0 \end{bmatrix}, \quad t_s = \begin{bmatrix} 0 & 1_N \\ 1_N & 0 \end{bmatrix}, \\ p_s &= \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (68)$$

例如,设能量守恒和互易性两约束关系成立,亦即:

$$T_s^+ p_s T_s = p_s, \quad T_s l_s T_s = l_s \quad \text{或} \quad T_s^+ = l_s T^{-1*} l_s,$$

便得

$$l_s T_s^{-1*} l_s p_s T_s = p_s, \quad T_s^{-1*} t_s T_s = t_s$$

亦即相当于时间可逆性(式(51))成立。

在实际应用中,往往把相同的 $2N$ 口网络级联,形成周期性结构,因而可以定义在结构中传播的若

① 更确切说,根据式(40), (49) 和 (56) 等 l, t 和 p 的变换性质可以看出在 $\underline{\Psi}$ 通过实数正交变换后的表达式中, l, t 和 p 都是广义的泡利矩阵。参阅 P. M. Morse and H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics, pp. 104~107, 纽约 McGraw-Hill, 1951 版

干本征模。各本征模分别是特殊的激励 $\underline{\Psi} = \underline{\Delta}^{(i)}$; 当各模在无限长周期性结构内每一单元中通过时, 改变的量只是标量因子 λ_i ,

$$\lambda_i \underline{\Delta}^{(i)}(R) = \underline{\Delta}^{(i)}(R+1) \quad (69)$$

如令 γ_i 为第 i 个模沿周期性结构传播的累接传播常数, 则

$$\lambda_i = e^{-\gamma_i} \quad (70)$$

根据周期性的平移对称性, 得:

$$\lambda_i^M \underline{\Delta}^{(i)}(R) = \underline{\Delta}^{(i)}(R+M) \quad (71)$$

如用变换关系式(1)消去式(69)中 $\underline{\Delta}(R+1)$, 使得各模的变换关系方程

$$T \underline{\Delta}^{(i)} = \lambda_i \underline{\Delta}^{(i)} \quad (72)$$

激励模 $\underline{\Delta}^{(i)}$ 是矩陣 T 的本征矢量, 对应的标量因子 λ_i 是本征值。如众所周知, 从式(72)列出非零解的成立条件, 就可求出本征值为本征方程

$$\det(T - \lambda) = 0 \quad (73)$$

的 $2N$ 个根, 且与 T 的性质(阻抗或散射矩陣)无关。 T 必须是非退化矩陣, 这就是对 T 的普通限制条件。因此, 从 T 的性质而論, 这里只能作出下列結論:

$\lambda_i \neq 0$ 。

当周期性结构中单元网络满足某种物理约束关系时, 对应的 T (见表1) 的约束关系是用式(72)定义的模所表出的結果。例如单元网络具有对称性 (见表1第四行), 则

$$T^{-1}(\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}) = (\underline{r} T) \underline{\Delta}^{(i)} = \underline{r} (T \underline{\Delta}^{(i)}) \quad (74)$$

用 $\underline{r}$ 乘式(72), 并与式(74)进行比较, 使得

$$T^{-1}(\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}) = \lambda_i (\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)})$$

或

$$T(\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}) = \lambda_i^{-1} (\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}) \quad (75)$$

易言之, 如单元网络是对称的, 对每个模 $\underline{\Delta}^{(i)}$ (传播常数为 γ_i) 存在着传播常数为 $-\gamma_i$ 的另一个模 $\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}$ 。模 $\underline{r} \underline{\Delta}^{(i)}$ 在物理过程中和 $\underline{\Delta}^{(i)}$ 相同, 但传播方向却相反 (見式(19)至(23))。用类比的計算可得出在能量守恒、洛倫茲互易性和時間可逆性等约束下, T 的本征值間的关系。(但并非是本征矢量間的关系)。所得結論見表2。必須指出, 自表1, 利用替换关系 $T \rightarrow \lambda$, 使得表2中各項关系。在軸对称情况下, T 和 $\underline{q}$ 对易, 从而 T 和 $\underline{q}$ 有共同的本征矢量組。

表 1

各物理约束关系条件

物 理 约 束	有 关 矩 陣	变 換 关 系 $\underline{\Psi} = U \underline{\Psi}$	T 的约束关系	C 的约束关系
1. 能量守恒	$\underline{p} = \underline{p}^+$	$U^+ \underline{p} U = \hat{\underline{p}}$	$T^+ \underline{p} = \underline{p} T^{-1}$	$C^+ \underline{p} = -\underline{p} C$
2. 洛倫茲互易性	$\underline{l} = -\underline{l}$	$\underline{U} \underline{l} U = \hat{\underline{l}}$	$\underline{T} \underline{l} = \underline{l} T^{-1}$	$\underline{C} \underline{l} = -\underline{l} C$
3. 時間可逆性	$\underline{t} = (\underline{t}^*)^{-1}$	$U^{-1} \underline{t} U^* = \hat{\underline{t}}$	$T \underline{t} = \underline{t} T^*$	$C \underline{t} = \underline{t} C^*$
4. 对称性	$\underline{r} = \underline{r}^{-1}$	$U^{-1} \underline{r} U = \hat{\underline{r}}$	$T \underline{r} = \underline{r} T^{-1}$	$C \underline{r} = -\underline{r} C$
5. 軸对称性	$\underline{q}$ (群)	$U^{-1} \underline{q} U = \hat{\underline{q}}$	$T \underline{q} = \underline{q} T$	$C \underline{q} = \underline{q} C$

归一化散射矩陣形式:

$$\underline{p}_s = \left[\begin{array}{c|c} 1_N & 0 \\ \hline 0 & -1_N \end{array} \right]; \quad \underline{l}_s = j \left[\begin{array}{c|c} 0 & -1_N \\ \hline 1_N & 0 \end{array} \right]; \quad \underline{r}_s = \underline{t}_s = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 1_N \\ \hline 1_N & 0 \end{array} \right]$$

表 2

满足各物理约束的 T 的本征值和傳播常数

物 理 约 束	本 征 值 (λ)	傳 播 常 数 (γ)
能量守恒	λ^{*-1}	$-\gamma^*$
洛倫茲互易性	λ^{-1}	$-\gamma$
時間可逆性	λ^*	γ^*
对称性	λ^{-1}	$-\gamma$

讀表須知: 如 λ 为 T 的一个本征值, 表中所列的 λ 也是它的本征值 (也可能是同一个本征值)

最佳傳輸

以上介紹了网络轉換矩陣的組成部分, 并建立了轉換矩陣和物理约束之間的关系; 这里将利用轉換矩陣求出通过 $2N$ 口网络的最佳傳輸条件, 并着重討論有耗 $2N$ 口网络的最佳傳輸情况, 亦即功率沿一定方向傳輸时, 网络所吸收到的輸入功率是最小值^[7]。

$2N$ 口网络 (功率自左向右通过, 参閱图1) 的效率 η 可定义为通过 $(R+1)$ 端面的平均功率 (見式(55)) 和通过端面 R 的平均功率之比^[18]:

$$\eta = \frac{P(R+1)}{P(R)} = \frac{(\Psi(R+1), p\Psi(R+1))}{(\Psi(R), p\Psi(R))} \quad (76)$$

按上式定义, 可见 η 是激励的函数, 且可取正或负实数。应用式(1), 可消去上式中的 $\Psi(R+1)$, 得到:

$$\eta = \frac{(\Psi(R), \{T^+(R) pT(R)\} \Psi(R))}{(\Psi(R), p\Psi(R))} \quad (77)$$

限制 $\Psi(R)$ 所取形式使输入功率 $P_0(R) > 0$,

$$(\Psi(R), p\Psi(R)) = P_0(R) \quad (78)$$

自式(60)、(77)和(78)便得有耗网络中的功率损耗,

$$1 - \eta \geq 0 \quad (79)$$

如效率是最大值, 网络便用于最佳情况。

因此, 问题本身在于求出最大效率 $\eta_{(m)}$ 和对应的输入端特殊激励 $\Psi = \Phi^{(m)}$ 。用符号表出, 亦即求 η 的稳定值:

$$\delta\eta = \delta(\Psi, T^+ pT\Psi) = 0 \quad (80)$$

式中 Ψ 须满足式(78)。应用拉格朗日乘数 ϕ , 从上述两条件得出对任意 $\delta\Psi$ 成立的联立方程式(78)和①

$$\delta\{(\Psi, T^+ pT\Psi) - \phi[(\Psi, p\Psi) - P_0]\} = 0 \quad (81)$$

式(81)中所需波矢量和加权本征问题

$$[T^+ pT - \phi_i p]\Phi^{(i)} = 0 \quad (82)$$

的解 $\Phi^{(i)}$ 成正比, 解 $\Phi^{(i)}$ 可按下式进行归一化:

$$(\Phi^{(i)}, p\Phi^{(i)}) = 1 \quad (83)$$

代 $\Psi = \zeta\Phi^{(i)}$ (ζ 为标量常数)入式(77), 得:

$$\begin{aligned} \eta_{(i)} &= (\Phi^{(i)}, T^+ pT\Phi^{(i)}) \\ &= (\Phi^{(i)}, p\phi_i\Phi^{(i)}) = \phi_i \end{aligned} \quad (84)$$

本征值 ϕ_i (亦即效率)对应于与 $\Phi^{(i)}$ 成正比的激励。普通情况下, 最大效率等于最大本征值

$$\eta_{(m)} = \phi_i|_{\max} \quad (85)$$

只有当激励和对应的本征矢量 $\Phi^{(m)}$ 成正比时, 才得最大效率:

$$\Phi^{(i)} \text{ 对应于 } \phi_i|_{\max} = \Phi^{(m)} \quad (86)$$

可见只有实数本征值可看成功率, 因而先假定本征值 ϕ_i 都是实数。按式(83)进行归一化的本征矢量所对应的本征值是实数, 因为

$$(T^+ pT\Phi^{(i)}, \Phi^{(i)}) - (\Phi^{(i)}, T^+ pT\Phi^{(i)}) = 0 \quad (87)$$

且 $T^+ pT$ 是厄密式。应用式(82), 得所需结果如下:

$$(\phi_i^* - \phi_i)(\Phi^{(i)}, p\Phi^{(i)}) = \phi_i^* - \phi_i = 0 \quad (88)$$

最大效率应该由网络中的功耗确定。如把无耗网络 $T(R-1)$ 和 $T(R+1)$ 分别接在 $T(R)$ 的两边, 这个组合 $T' = T(R+1)T(R)T(R-1)$ 的最大效率 $\eta'_{(m)}$ 必定和 $T(R)$ 的最大效率 $\eta_{(m)}$ 相等。不难证明

$$[T'^+ pT' - p\phi_i']\Phi^{(i)} = 0 \quad (89)$$

的本征值 ϕ_i' 就是式(82)的 ϕ_i , 附加的无耗条件是

(见表1)

$$T^+(R-1)pT(R-1) = T^+(R+1)pT(R+1) = p \quad (90)$$

必须指出本征函数 $\Phi^{(i)}$ 并不一定和 $\Phi^{(i)}$ 相同, 但两者有下列关系式:

$$\Phi^{(i)} = T^{-1}(R-1)\Phi^{(i)} \quad (91)$$

$T(R+1)$ 对本征矢量 $\Phi^{(i)}$ 并无影响。

本文第三部分中, 已讨论过全同 $2N$ 口网络级联所接成的周期性结构。如级联中的一个单元网络有最佳激励 $\Phi^{(m)}$, 除非 $\Phi^{(m)}$ 也是式(72)所定义的一个模 $\Delta^{(i)}$, 下一个单元的激励并不一定是最佳的。一般情况下, 这个条件是不满足的。

考虑图7所示网络, 在每个有耗网络

$$T(R) = T(R+2M) \quad M=1, 2, \dots \quad (92)$$

后接有无耗网络

$$T(R+1) = T(R+2M+1) \quad (93)$$

这个新形成的周期性结构的每个单元网络便可表为

$$T(R+1)T(R) \quad (94)$$

在式(88)后已予指出, 上述单元网络和 $T(R)$ 网络有相同的最大效率和最佳激励 ($\Phi^{(m)}$)。现在要求的是无耗网络 $T(R+1)$, 它使 $\Phi^{(m)}$ 为周期结构

$$T(R+1)T(R)\Phi^{(m)} = \lambda\Phi^{(m)} \quad (95)$$

的一个模。

这里将证明所需网络 $T(R+1)$ 存在的充要条件就是(参阅式(79))

$$1 \geq \eta_{(m)} > 0 \quad (96)$$

为了证明 $\eta_{(m)}$ 必须是正的, 首先假定所需 $T(R+1)$ 存在, 且对 $T(R+1)T(R)$ 的激励和最佳激励 $\zeta\Phi^{(m)}$ 成正比, 因而

$$\begin{aligned} |\lambda^2| |\zeta^2| &= (\lambda\zeta\Phi^{(m)}, p\lambda\zeta\Phi^{(m)}) \\ &= (T(R+1)T(R)\zeta\Phi^{(m)}, pT(R+1)T(R)\zeta\Phi^{(m)}) \\ &= (T(R)\zeta\Phi^{(m)}, pT(R)\zeta\Phi^{(m)}) \end{aligned} \quad (97)$$

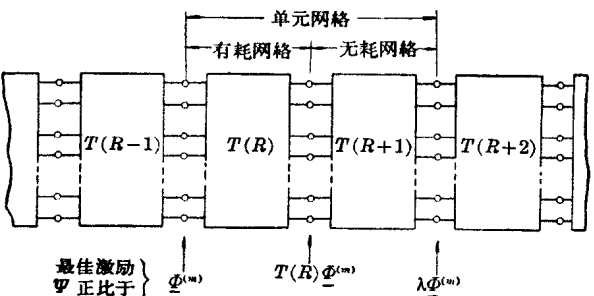


图7 使全同 $2N$ 口级联网络最佳化的无耗网络

① 见参考文献5和参考文献14

$$\begin{aligned}
&= \langle \xi \Phi^{(m)}, T^+(R) p T(R) \xi \Phi^{(m)} \rangle \quad (98) \\
&= \eta_{(m)} \langle \xi \Phi^{(m)}, p \xi \Phi^{(m)} \rangle \\
&= \eta_{(m)} |\xi|^2
\end{aligned}$$

亦即

$$0 < \eta_{(m)} |\xi|^2 \quad (99)$$

因此, $\eta_{(m)}$ 必須比零大; 又,

$$\eta_{(m)} = |\lambda|^2 \quad (100)$$

假定式(96)成立, 便可构成特殊网络 $T(R+1) = T(R+2M+1)$ 。网络 $T(R+1)$ 可由三个网络级联合成, 它们的归一化散射转换矩阵分别由 V' 、 W 和 V'' 表示,

$$\begin{aligned}
T_s(R+1) &= T_s(R+2M+1) \\
&= V'' W V' \quad (101)
\end{aligned}$$

应用式(11)的划分形式, 并定义 V' 和 V'' 如下式:

$$\begin{bmatrix} V'_{11} & 0 \\ 0 & V'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}' \\ \check{b}' \end{bmatrix} \quad (102)$$

$$\begin{bmatrix} V''_{11} & 0 \\ 0 & V''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{a}'' \\ \check{b}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'' \\ b'' \end{bmatrix} \quad (103)$$

式中

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = T_s(R) \Phi_s^{(m)} \quad (104)$$

$$\begin{bmatrix} \check{a}'' \\ \check{b}'' \end{bmatrix} = \lambda \Phi_s^{(m)} \quad (105)$$

$$\check{a}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ |a'| \end{bmatrix}, \quad \check{b}' = \begin{bmatrix} |b'| \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (106)$$

$$\check{a}'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ |a''| \end{bmatrix}, \quad \check{b}'' = \begin{bmatrix} |b''| \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (107)$$

由于只需旋轉, 子矩阵 V'_{11} 、 V'_{22} 、 V''_{11} 、 V''_{22} 都須是么正矩阵。上面对 V' 和 V'' 所作出的定义并不唯一地确定各表达式; 任何么正矩阵都适用。不难用直接演算証明 V' 和 V'' 都是无耗的, 即

$$V'^+ p_s V' = V''^+ p_s V'' = p_s \quad (108)$$

其次要求出一个无耗网络 W , 滿足

$$W \begin{bmatrix} \check{a}' \\ \check{b}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{a}'' \\ \check{b}'' \end{bmatrix} \quad (109)$$

根据所用各量的定义和式(108), 得:

$$\begin{aligned}
\eta_{(m)} &= \langle T_s(R) \Phi_s^{(m)}, p_s T_s(R) \Phi_s^{(m)} \rangle \\
&= \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \check{a}' \\ \check{b}' \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{a}' \\ \check{b}' \end{bmatrix} \\
&= |a'|^2 - |b'|^2 \quad (110)
\end{aligned}$$

同理

$$\begin{aligned}
(\lambda^2) &= \langle \lambda \Phi_s^{(m)}, p_s \lambda \Phi_s^{(m)} \rangle \\
&= \begin{bmatrix} a'' \\ b'' \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'' \\ b'' \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \check{a}'' \\ \check{b}'' \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} 1_N & 0 \\ 0 & -1_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{a}'' \\ \check{b}'' \end{bmatrix} \\
&= |a''|^2 - |b''|^2 \quad (111)
\end{aligned}$$

如定义

$$\mu' = \frac{|b'|}{|a'|}, \quad \mu'' = \frac{|b''|}{|a''|} \quad (112)$$

則自式(110)和(111)可得:

$$0 < \mu' < 1 \quad \text{和} \quad 0 < \mu'' < 1 \quad (113)$$

按式(11)形式划分后的 W 可再予划分(参照式(106)和(107)的形式)如下:

$$W = \begin{bmatrix} 1_{N-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{斜线区} & 0 & 0 \\ 0 & \text{斜线区} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1_{N-1} \end{bmatrix} \quad (114)$$

式中 1_{N-1} 表示 $(N-1)$ 維的单位矩阵, 0 表示該子矩阵的元都是零, 有斜线区則是 2×2 子矩阵

$$\begin{bmatrix} \check{W}_{11} & \check{W}_{12} \\ \check{W}_{21} & \check{W}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |a'| \\ |b'| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |a''| \\ |b''| \end{bmatrix} \quad (115)$$

如把 W 更普通地写成

$$\begin{bmatrix} \check{W}_{11} & \check{W}_{12} \\ \check{W}_{21} & \check{W}_{22} \end{bmatrix} = e^{j\sigma'''} \begin{bmatrix} e^{j\sigma''} \cos h\sigma & e^{j\sigma'} \sinh \sigma \\ e^{-j\sigma'} \sinh \sigma & e^{-j\sigma''} \cosh \sigma \end{bmatrix} \quad (116)$$

不难用直接計算証明具有 W 形式的矩阵表示无耗网络,

$$W^+ p_s W = p_s \quad (117)$$

式(116)中 σ 、 σ' 、 σ'' 和 σ''' 都是实数。选取

$$\sigma' = \sigma'' = \sigma''' = 0 \quad (118)$$

将所得简单形式代入式(115), 然后两式相除, 得:

$$\tanh \sigma - \frac{\mu'' - \mu'}{1 - \mu' \mu''} = 0 \quad (119)$$

如

$$\left| \frac{\mu'' - \mu'}{1 - \mu' \mu''} \right| < 1 \quad (120)$$

則式(119)只有一个实数根。不等式(120)是根据式(113)所推得的。 $T_s(R+1)$ (見式(101))的合成至此已告完成。

简单数字范例

以上所推得的各式和各种概念,这里用简单的范例予以说明。由于范例本身简单,只写出计算的概要。考虑图8所示波导结构,这正是

$$T = T(3)T(2)T(1) \quad (121)$$

所代表的网络,上式中,

$$T_s(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\gamma \end{bmatrix} = T_s(3), 0 < \gamma < 1 \quad (122)$$

$T_s(1)$ 代表衰减器,其传输系数为 γ ;又,

$$T_s(2) = \begin{bmatrix} \cos \theta & j \sin \theta & 0 & 0 \\ j \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cos \theta & -j \sin \theta \\ 0 & 0 & -j \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (123)$$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$T_s(2)$ 代表定向耦合器,耦合参量为 θ 。

$$T_s = T_s(1)T_s(2)T_s(3)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & j\gamma \sin \theta & 0 & 0 \\ j\gamma \sin \theta & \gamma^2 \cos \theta & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cos \theta & -\frac{j}{\gamma} \sin \theta \\ 0 & 0 & -\frac{j}{\gamma} \sin \theta & \frac{1}{\gamma^2} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (124)$$

$$= \begin{bmatrix} t_{11} & 0 \\ \hline 0 & t_{11}^{-1} \end{bmatrix}$$

T_s 的转换特性可看成参量 γ 和 θ 的函数来进行探讨。

初看起来,如尽量限制功率在无耗波导之内,它通过这个单元网络时的效率似乎是最高的,易言之,励激 $\Psi_{(0)}(1)$ 的形式是

$$\Psi_{s(0)}(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (125)$$

于是,第一个衰减器内就没有功耗,这时效率 $\eta\{\Psi_{(0)}(1)\} \equiv \eta_{(0)}$ 便是

$$\eta_{(0)} = \cos^2 \theta + \gamma^2 \sin^2 \theta \quad (126)$$

因而损耗是

$$1 - \eta_{(0)} = (1 - \gamma^2) \sin^2 \theta \quad (127)$$

然而从本征方程式(82)推得最佳激励的答案却是不同的。由于本题中 T_s 的特殊形式,本征方程分解为两个 2×2 子矩阵,其 p_s 分别是正或负的值,从而判别式

$$\det\{T_s^+ p_s T_s - \phi p_s\} = 0 \quad (128)$$

分解为

$$\det\{t_{11}^+ t_{11} - \phi\} \det\{-(t_{11} t_{11}^+)^{-1} + \phi\} = 0 \quad (129)$$

第一因式展成二次式

$$\phi^2 - 2\tau\phi + \gamma^4 = 0 \quad (130)$$

式中

$$2\tau = (1 - \gamma^2)^2 \cos^2 \theta + 2\gamma^2 \quad (131)$$

因为

$$\tau \geq \gamma^2 > 0 \quad (132)$$

故式(130)的两个根 ϕ_1 和 ϕ_2 是正实数,

$$\phi_1 = \tau + \sqrt{\tau^2 - \gamma^4}, \phi_2 = \tau - \sqrt{\tau^2 - \gamma^4} \quad (133)$$

不难看出式(129)中第二因式的两个根分别是 ϕ_1 和 ϕ_2 的倒数:

$$\phi_3 = \frac{1}{\phi_1}, \phi_4 = \frac{1}{\phi_2} \quad (134)$$

自式(82)得本征矢量(分别与 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 和 ϕ_4 有关)的形式如下:

$$\Phi_s^{(1)} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (135)$$

$$\Phi_s^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (136)$$

具有式(136)形式的本征矢量不能按照式(82)进行归一化。因此,最大功率等于 ϕ_1 和 ϕ_2 中较大的一个本征值,亦即:

$$\eta_{(m)} = \phi_1 \text{ 和 } \Phi_s^{(m)} = \Phi_s^{(1)} \quad (137)$$

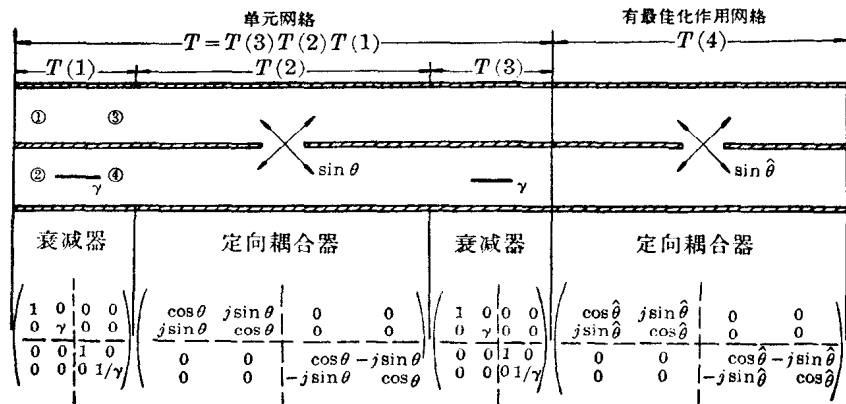


图8 简单有耗转换器(单元网络)的波导结构

为了便于表明 $\phi_s^{(m)}$, 引入激励参量

$$\tan^{-1} \left| \frac{a_2}{a_1} \right| \quad (138)$$

并把这参量绘成图9。图10示对应于最大效率的最小损耗, $1 - \eta_{(m)}$ 。

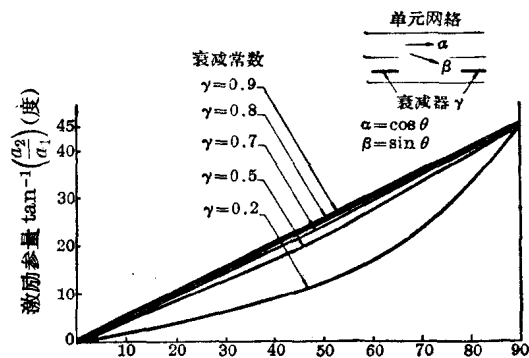


图9 例中最佳激励 $\phi_s^{(m)}$ 的激励参量 $\tan^{-1} \frac{a_2}{a_1}$

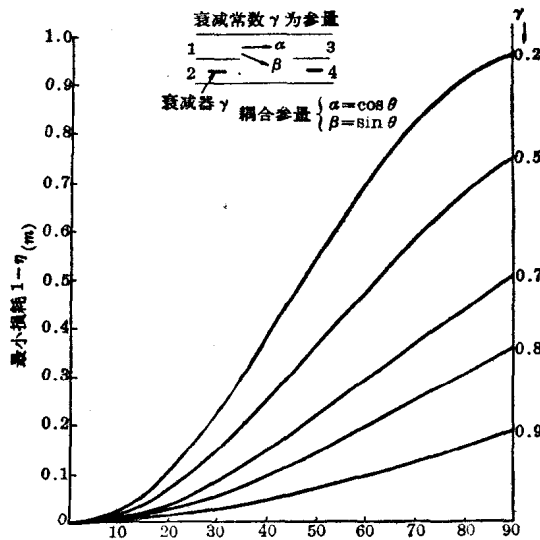


图10 单元网络中传输的最小损耗

在本题中, 式(82)本征方程有另一个本征矢量(也要求波动只向右传输) $\phi_s^{(2)}$ 。这个本征矢量相当于直接波传输($b=0$)的最大损耗, 见图11。如有反射波存在, 损耗没有最大限。

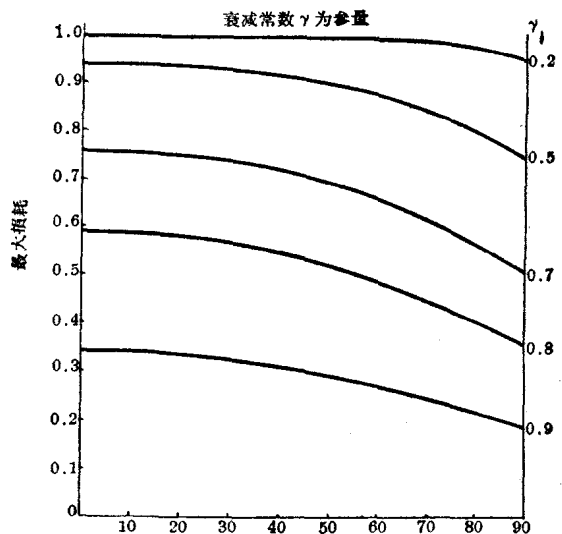


图11 单元网络中直接波传输最大损耗

因此, 直接波在本题中单元网络内通过时, 损耗必在图10的曲线之下, 并在图11的曲线之上。式(125)中的激励 ψ_0 并不例外, 所对应的损耗也落在上述两极限之间。图12示 $\gamma=0.7$ 时, 最大和最小损耗以及 $\psi_0(1)$ 所对应的损耗。

传输模可自本征方程式(72)解得, 具体计算不予赘述。这里只须说明这种模都不会等于 $\phi^{(m)}$ 。设若一定要某种模在级联单元网络中通过, 在各单元网络之间可插入具有最佳化作用网络 $T(4)$, 以获得最大效率。本题中 $T\phi^{(m)}$ 和 $\phi^{(m)}$ 具有相同的形式, 因而具有最佳化作用的网络只意味着一个简单的旋转。式(101)中的 $W=1$, 从而乘积 $T_s(4) = V''WV'$

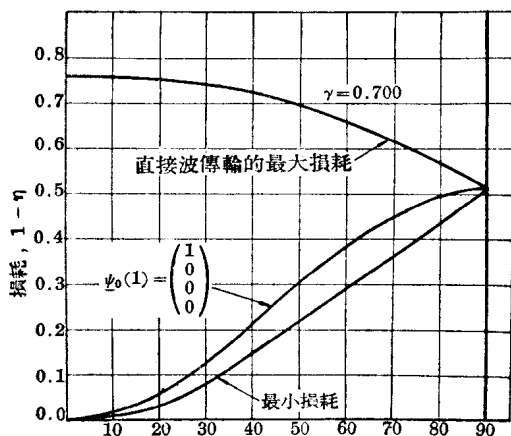


图 12 各种激励的效率的比较

简化成单个变换，其形式与 V' 相同。 V'_{11} 必须把 $T\Phi^{(m)}$ 转到和 $\Phi^{(m)}$ 相平行，而 V'_{22} 可为任意么正矩阵。不难验证如取

$$V'_{22} = V'^*_{11} \quad (139)$$

便得具有互易性的定向耦合器，

$$T_s(4) = V'$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} & j \sin \hat{\theta} & 0 & 0 \\ j \sin \hat{\theta} & \cos \hat{\theta} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cos \hat{\theta} & -j \sin \hat{\theta} \\ 0 & 0 & -j \sin \hat{\theta} & \cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \quad (140)$$

图 13 示定向耦合器的耦合参量 $\hat{\theta}$ 和 θ 及 γ 的关系。

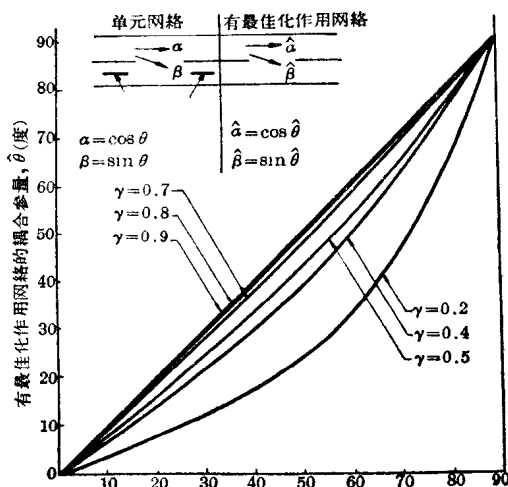


图 13 例中单元网络适用的有最佳化作用网络

(参考文献从略)

(侯元庆译)

2. 1~n 节耦合傳輸綫全通网络的綜合

W. J. D. Steenaart

«IEEE Trans.» Vol. MTT-11, 1963, 1, pp.23~29 (英文)

在分布常数网络意义上实现全通网络特性的均匀耦合傳輸綫結構在微波波段內作为延迟均衡是有用的。本文介紹了一阶和二阶全通网络,而 n 阶全通网络可以直接或者利用一阶及二阶全通网络的組合来实现,这类类似于集中常数元件全通网络的綜合方法。

的延迟网络的綜合。第 V 节将考虑物理結構。

I. 引言

在微波範圍內,需要延迟均衡网络是很明显的,例如寬带脉碼調制傳輸时。

这里利用的由耦合均匀傳輸綫节构成的分布常数网络可以用复平面上奇点的精确位置来表征,这相当于集中常数全通网络的推广。本文給出了一个很簡單的方法实现一阶、二阶,或者 n 阶全通网络(在分布常数网络意义下)。 n 阶延迟均衡网络可以利用 n 阶节或几个低阶节(例如 $n/2$ 个二阶节)的組合来建立。

基本結構由两根一端相接且对屏蔽面为对称的对称平行导綫构成。一阶节由长度 $l = \lambda_0/4$ 的一个单元做成。二阶节由长度及特性阻抗都相同、但耦合因数不相同的两个节級联而成^[1,2]。

本文第 II 节将研究一对耦合傳輸綫的方程,并引入适当的边界条件。第 III 节将推导传递函数和延迟函数。第 IV 节将討論由一阶节和二阶节組成

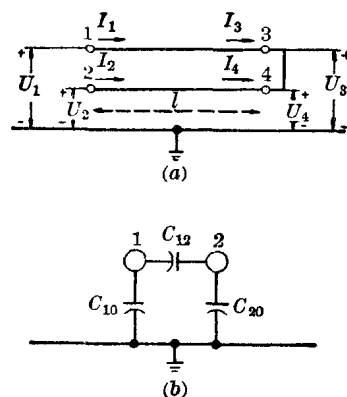


图 1

II. 屏蔽面間的耦合傳輸綫——一般考虑

端 3 和端 4 相联的四口网络[图 1(a)] 可用下面的四阶 α 矩阵来表示^[3,4]:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & +j \frac{G_{22}}{\Delta} \sin \theta - j \frac{G_{12}}{\Delta} \sin \theta \\ 0 & \cos \theta & -j \frac{G_{12}}{\Delta} \sin \theta + j \frac{G_{11}}{\Delta} \sin \theta \\ +jG_{11} \sin \theta + jG_{12} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ +jG_{12} \sin \theta + jG_{22} \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{C_{10} + C_{12}}{\sqrt{\mu\epsilon}}; \quad G_{22} = \frac{C_{20} + C_{12}}{\sqrt{\mu\epsilon}} \\ G_{12} &= -\frac{C_{12}}{\sqrt{\mu\epsilon}} \\ \Delta &= \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12} & G_{22} \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu\epsilon} [C_{10}C_{20} + C_{12}(C_{10} + C_{20})] \quad (2) \end{aligned}$$

C_{12} 、 C_{10} 及 C_{20} 是导綫間每单位长度的电容[图 1(b)]。 $\theta = \beta l$ 是綫的电长度。在对称結構情况下,一根导綫和地面之間的偶型傳播特性阻抗及奇型傳

播特性阻抗是:

$$\begin{aligned} Z_{oe} &= \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{10}} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{20}} \\ Z_{oo} &= \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{2 \left[C_{12} + \frac{C_{10}C_{20}}{C_{10} + C_{20}} \right]} \quad (3) \end{aligned}$$

或者因为 $C_{10} = C_{20}$, 因而

$$Z_{oo} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{10} + 2C_{12}}$$

若用每单位长度的电納来表示,則

$$Z_{oe} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{10}} = \frac{1}{G_{11} + G_{12}}$$

$$Z_{oo} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{10} + 2C_{12}} = \frac{1}{G_{11} - G_{12}} \quad (4)$$

导线对地的特性阻抗用偶型传播特性阻抗和奇型传播特性阻抗来表示时是

$$\begin{aligned} Z_o &= \sqrt{Z_{oe} Z_{oo}} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{\sqrt{C_{10}C_{20} + C_{12}(C_{10} + C_{20})}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{A}} \end{aligned} \quad (5)$$

传输线偶型特性阻抗与奇型特性阻抗之比由下式表示:

$$\rho = \frac{Z_{oe}}{Z_{oo}} = \frac{G_{11} - G_{12}}{G_{11} + G_{12}} \quad (6)$$

耦合因数通常定义为

$$k = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{Z_{oe} - Z_{oo}}{Z_{oe} + Z_{oo}} = -\frac{G_{12}}{G_{11}}$$

在下面的分析中将假定:

1) 传输线是无损耗的。

2) 每对传输线是对称的;

$$C_{10} = C_{20} \text{ (或 } G_{11} = G_{22} \text{)}。$$

3) 级联节的电长度是相等的;

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_n。$$

4) 级联节的特性阻抗是相同的;

$$Z_{01} = Z_{02} = \dots = Z_{0n}。$$

5) 耦合因数是不同的;

$$\rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_n。$$

级联节的 α 矩阵可由各节的 α 矩阵相乘而求得 (见附录 I)。当从四阶 α 矩阵来推导二阶 y 矩阵时引入边界条件

$$\begin{aligned} U_3 &= U_4 \\ I_3 &= -I_4 \end{aligned} \quad (7)$$

一阶、二阶和 n 阶全通节的传输函数在附录 I 中推导。

III. $1 \sim n$ 阶节耦合传输线全通节

下面将根据传输函数导出复平面上奇点的坐标及延迟频率函数。

一阶节

一阶节的传输函数是 [见附录 I, (31)]

$$\frac{U_2(\theta)}{U_1} = \frac{\sqrt{\rho} - j \tan \theta}{\sqrt{\rho} + j \tan \theta} \quad (8)$$

对于四分之一波长线段

$$j\theta = j \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}$$

在 (8) 中引入复变量

$$S = \sigma + j\theta = \frac{\pi}{2\omega_0} (\alpha + j\omega) \quad (9)$$

得到

$$\frac{U_2}{U_1}(S) = \frac{\sqrt{\rho} - \tanh S}{\sqrt{\rho} + \tanh S} \quad (10)$$

奇点在

$$\tanh S = \pm \sqrt{\rho} \quad (11)$$

处出现。一般说来, 方程

$$\tanh(\sigma + j\theta) = x + jy$$

的解是

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{4} \ln \frac{(1+x)^2 + y^2}{(1-x)^2 + y^2} \\ \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2y}{1-x^2-y^2} \pm k\pi \end{aligned} \quad (12)$$

由此我们得到

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1}[\rho] + k\pi \\ \sigma &= \pm \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\rho} + 1}{\sqrt{\rho} - 1} \end{aligned} \quad (13)$$

或者, 用 α 和 ω 来表示:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega_0} &= 1 \pm 2k \\ \frac{\alpha}{\omega_0} &= \pm \frac{1}{x} \ln \frac{\sqrt{\rho} + 1}{\sqrt{\rho} - 1} \end{aligned} \quad (14)$$

在 (13) 和 (14) 对于 σ 和 α 的表达式中, “+” 号表示传输零点, “-” 号表示固有值。

在 S 平面上的奇点对于 ω_0 是周期性的 (图 2), 并且当 ω_0 固定时 (即线的长度固定), 只能改变 σ 。这就是说, 可以用变化一对传输线之间的耦合的方法来变化延迟峰值的高度 (大小)。

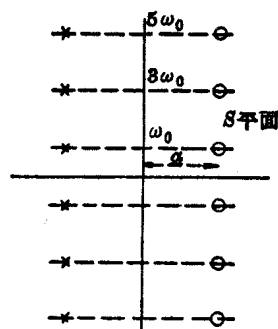


图 2

延迟频率函数是

$$\begin{aligned} T(\omega) &= \frac{d}{d\omega} \left[2 \tan^{-1} \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{\rho}} \right] \\ &= \frac{\pi}{\omega_0} \frac{\sqrt{\rho}}{\rho \cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0} + \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}} \end{aligned} \quad (15)$$