

钢筋混凝土构件计算实例

袁锦根 主编

华中理工大学出版社

前 言

为了使土建工程技术人员能正确理解并正确使用新修订的《混凝土结构设计规范》（以下简称《规范》），受湖南省土木学会结构委员会委托，我们编写了《钢筋混凝土构件计算实例》。书中有大量的例题，通俗易懂，简明扼要。这些例题涉及到《规范》中钢筋混凝土构件计算的各个方面。读者通过这些例题能较快地运用新修订的《规范》进行各种钢筋混凝土构件的计算。

本书并附有工程中常用的但计算较复杂的对称配筋偏心受压构件、圆形（环形）截面偏心受压构件、弯剪扭构件（包括雨篷）、基础等计算机程序（BASIC语言编制的），供读者参考。

本书可作为工业与民用建筑专业的学生学习“钢筋混凝土结构”这门课程的参考书。

第一、二章由袁锦根执笔，第三、四、五、七章由余志武执笔，第六章由熊振南执笔，全书由袁锦根主编。

湖南大学沈蒲生教授、湖南省建筑设计院吴瑞林高级工程师在审稿中提出很多宝贵意见，在此表示谢意。

限于我们的业务水平，书中一定有不少缺点、错误，请读者批评指正。

袁锦根

一九八七年十二月

目 录

第一章 钢筋混凝土结构的基本计算原则	(1)
第一节 结构的极限状态与结构的可靠度.....	(1)
第二节 概率极限状态设计的实用表达式.....	(6)
第二章 正截面强度计算	(13)
第一节 轴心受压构件.....	(13)
第二节 轴心受拉构件.....	(23)
第三节 受弯构件.....	(24)
第四节 偏心受压构件.....	(46)
第五节 双向偏心受压构件.....	(96)
第六节 偏心受拉构件.....	(104)
第三章 斜截面强度计算	(114)
第一节 矩形、T形和工字形截面受弯构件	(114)
第二节 矩形截面框架柱.....	(129)
第三节 偏心受拉构件.....	(133)
第四节 集中荷载作用处的附加横向钢筋.....	(137)
第四章 受扭强度计算	(137)
第一节 截面上、下限条件.....	(137)
第二节 纯扭构件和压扭构件.....	(139)
第三节 剪扭构件.....	(146)
第四节 弯扭和弯剪扭构件.....	(152)
第五节 雨篷设计.....	(167)
第五章 冲切和局部承压计算	(173)
第一节 冲切强度计算.....	(173)

第二节	基础设计	(184)
第三节	局部承压强度计算	(190)
第六章	钢筋混凝土构件裂缝、变形验算	(195)
第一节	受弯构件裂缝宽度验算	(195)
第二节	轴心受拉和偏心受力构件裂缝宽度验算	(198)
第三节	受弯构件的变形验算	(203)
第四节	裂缝宽度近似计算方法	(211)
第七章	深梁和牛腿的计算	(214)
第一节	深梁	(214)
第二节	牛腿	(225)

附录一

附表1	混凝土标准强度
附表2	混凝土设计强度
附表3	混凝土弹性模量
附表4	钢筋标准强度
附表5	钢筋设计强度
附表6	钢筋混凝土矩形和T形截面钢筋受弯构件强度计算表
附表7	钢筋弹性模量
附表8	钢筋混凝土构件纵向受力钢筋最小配筋百分率
附表9	梁中箍筋最小直径
附表10	梁中箍筋最大间距
附表11	钢筋的计算截面面积及理论质量

附录二 计算机程序

程序 I	工字形(矩形)截面对称配筋偏心受压构件配筋计算程序
程序 II	环形(圆形)截面偏心受压构件配筋计算程序
程序 III	弯剪扭构件配筋计算程序
程序 IV	基础设计计算程序

参考文献

第一章 钢筋混凝土结构的基本计算原则

《混凝土结构设计规范》（下简称《规范》）是以《建筑设计统一标准》为依据而编制的。它采用的是以概率理论为基础的极限状态设计法和以可靠指标度量结构构件的可靠度。在结构设计时，采用以分项系数表达的极限状态表达式进行设计计算。下面简单介绍其基本原理。

第一节 结构的极限状态与结构的可靠度

一、结构的可靠性

结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的能力，称为结构的可靠性。预定功能一般是指以下四项基本功能。（1）能承受在正常施工、正常使用时可能出现的各种荷载、外加变形及约束变形等的作用；（2）在正常使用时，具有良好的工作性能；（3）具有足够的耐久性；（4）在偶然事件发生时及发生后，仍能保持必要的整体稳定性。

由此可见，结构功能就是指结构的安全性、适用性和耐久性。

二、结构的极限状态

当整个结构或结构的一部分超过某一特定状态时就不能满足设计规定的某一功能要求，此特定状态称为该功能的极限状

态。《规范》规定，结构的极限状态分为两类，即承载能力极限状态和正常使用极限状态。并规定，结构构件应根据承载能力极限状态及正常使用极限状态的要求，分别进行下列计算和验算：

(1) 强度及稳定计算 所有结构构件均应进行强度（包括压屈失稳）计算；在必要时，还应验算结构的倾覆和滑移。处于地震区的结构，应根据抗震构造等级进行结构构件的抗震强度计算。

(2) 疲劳计算 直接承受重级工作制吊车的构件，应进行疲劳验算；承受中级工作制吊车的构件，一般需要进行疲劳验算，但对某些承受中级工作制吊车的构件，可根据使用情况和设计经验不作疲劳验算；承受轻级工作制吊车的构件不需作疲劳验算。

(3) 变形验算 根据使用条件需控制变形值的结构构件，应进行变形验算。

(4) 抗裂度或裂缝宽度验算 根据使用条件不允许混凝土出现裂缝的构件，应进行抗裂度验算；对使用上需要限制裂缝宽度的构件，应进行裂缝宽度验算。

三、结构的可靠度

1. 荷载效应 S

它表示在荷载等因素作用下，在结构内所产生的内力和变形（如轴力、弯矩、剪力、转角、挠度和裂缝等）。结构内所产生的内力和变形与作用在构件上的荷载之间一般呈线性关系。例如，已知有一均布荷载 q 作用下的简支梁，梁的跨度为 l ，抗弯刚度为 EJ ，那末，跨中最大弯矩 M_{max} 与荷载 q 的关系为

$$M_{\max} = \frac{l^2}{8} \cdot q$$

跨中最大挠度 $f_{\max}$ 与荷载 q 的关系为

$$f_{\max} = \frac{5l^4}{384EJ} \cdot q$$

$M_{\max}$ 、 $f_{\max}$ 统称为荷载效应，式中的 $l^2/8$ 、 $5l^4/384EJ$ 分别为跨中最大弯矩 $M_{\max}$ 、最大挠度 $f_{\max}$ 的荷载效应系数。因此，荷载效应可用荷载值乘以荷载效应系数 C 来表达，即

$$S = C \cdot q$$

因为作用荷载的不确定性，所以荷载效应是一个随机变量。

2. 结构抗力 R

这是指结构承受内力和变形的能力（如构件的承载力，刚度等）。由于材料性能固有的变异性，构件几何特征和计算模式的不定性，所以由这些因素综合而成的结构抗力亦是一个随机变量。

3. 失效概率 P_f 和结构的可靠度

由于荷载效应 S 和结构抗力 R 的随机性，因此结构不满足或满足其功能要求的事件也是随机的。我们常把出现前一事件的可能性称为结构的“失效概率”；而把出现后一事件的可能性称为结构“保证率”或“成功率”，亦称为结构的可靠度，显然它与“失效概率”互补，即等于 $(1 - P_f)$ 。因为结构可靠度是结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率，所以说，结构可靠度是关于结构的可靠性（安全性、适用性和耐久性）的概率度量，当然这比过去“结构安全度”的提法要确切。

4. 可靠指标 β

假定 S 和 R 是互相独立的随机变量并且都服从正态分布，
则结构的功能函数

$$Z = R - S$$

式中， S ——单一的荷载效应或荷载效应组合的相对最大值。

显然，当 $Z > 0$ 时，结构可靠； $Z < 0$ 时，结构失效； $Z = 0$ 时，结构处于极限状态。因此， $Z = g(S, R) \cong R - S = 0$ 为极限状态方程。

由于 R 和 S 是随机变量，所以 Z 亦是一个随机变量，并且也服从正态分布，它的统计特征值可由 S 和 R 的统计特征值推导出来，即

平均值

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S$$

标准差

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

式中， μ_R, μ_S ——抗力和效应的平均值； σ_R, σ_S ——抗力和效应的标准差。

图1-1所示的是 R 、 S 、 Z 的概率密度函数图形， $Z < 0$ 的部分，即图中的阴影面积（亦称尾部面积）就是失效概率 P_f ，所以，

$$P_f = \int_{-\infty}^0 Z(x) dx$$

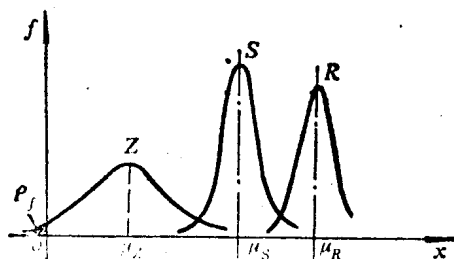


图1-1 概率密度函数 R 、 S 、 Z 图

结构的失效概率 P_f 与功能函数 Z 的平均值 μ_z 距原点的距离 $\beta\sigma_z$ 有关, β 值大, 则 P_f 小〔图1-2(a)〕; β 值小, 则 P_f 大〔图1-2(b)〕。因此, β 值称为结构可靠指标。

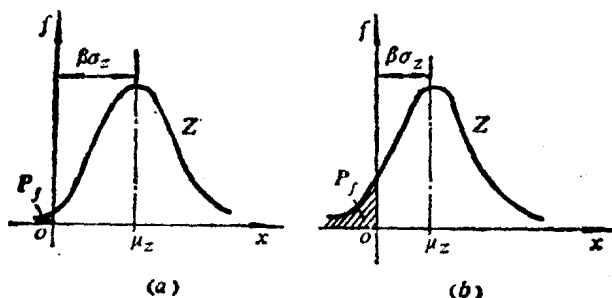


图1-2 β 和 P_f 的关系图

可靠指标 β 和结构失效概率 P_f 之间有一定的对应关系, 如表1-1所示, 表中 β 值之间相差0.5, P_f 则大致差一个数量级。

表1-1

β	2.7	3.2	3.7	4.2
P_f	3.4×10^{-3}	6.8×10^{-4}	1.0×10^{-5}	1.3×10^{-6}

因 $\mu_z = \beta\sigma_z$

$$\text{所以 } \beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (1-1)$$

从上式可以看出, 可靠指标不仅与荷载效应和结构抗力的平均值有关, 而且与两者的均方差有关。 μ_R 和 μ_S 之差值愈大, β 也愈大, 结构越可靠, 这与安全系数概念是一致的, 在 μ_R 、 μ_S 固定的情况下, σ_R 、 σ_S 越小, 即离散性越小, β 就愈大, 结构越可靠, 这是传统的安全系数无法反映的。

要使结构设计合理, 就要使这个结构构件可能发生破坏的

概率低于一个允许失效概率(P_f)，也就是要使构件的失效概率 $P_f \leq [P_f]$ 。当用可靠指标来表示时，结构构件的可靠指标 β 不得小于允许的可靠指标 $[\beta]$ ，即 $\beta \geq [\beta]$ 。

在《建筑结构设计统一标准》中，已对允许的目标可靠指标作了具体的规定，对于一般工业建筑，当结构构件属延性破坏时，取 $[\beta] = 3.2$ ；属脆性破坏时，取 $[\beta] = 3.7$ 。

另外，根据建筑物重要性的不同，也就是根据一旦结构发生破坏，对生命财产的危害程度以及对社会影响的严重程度的不同，将建筑物统一划分为三个安全等级，并分别给出相应的目标可靠指标 $[\beta]$ ，见表1-2。当有充分根据时， $[\beta]$ 值可作不超过 ± 0.25 的调整。

表 1-2 建筑结构的的安全等级及结构构件承载能力极限状态的可靠指标

建筑结构的 安全等级	破坏后果	建筑物类型	结构构件承载能力极限状态的可靠指标	
			延性破坏类型	脆性破坏类型
一 级	很 严重	重要建筑	3.7	4.2
二 级	严 重	一般工业与民用建筑	3.2	3.7
三 级	不 严重	次要建筑	2.7	3.2

注：在正常使用极限状态时，取 $\beta = 1 \sim 2$ 。

第二节 概率极限状态设计的实用表达式

考虑到实用简便并照顾工程技术人员长期来的习惯，《规范》没有采用直接按目标可靠指标进行结构设计，而是采用了传统的定值分项系数表达式进行设计计算，其中基本变量仍以标准值形式出现。

一、承载力极限状态

承载力极限状态的计算主要是强度计算，必要时还要作稳定验算和疲劳验算。

结构构件的强度设计采用下列极限状态设计表达式：

$$\gamma_0 S \leq R$$

式中， γ_0 ——结构重要性系数，对安全等级为一级、二级、三级的结构构件可分别取1.1、1.0、0.9； S 为荷载效应设计值，也就是设计荷载（荷载标准值×荷载分项系数）所产生的荷载效应。作用于结构构件上的荷载由恒载（即持续作用的荷载亦称永久荷载）和活载（即可有可无且其数值等随时间变化的荷载，亦称可变荷载）两部分组成。有时，结构还可能同时承受两种以及两种以上的活载，如楼面活荷载、风荷载和雪荷载等。由概率分析可知，几种活载同时达到荷载值比单个活载达到荷载值的概率要小一些。为了使多种活载作用的结构和只受一种活载作用的结构具有相同的可靠度指标，就应该对几种同时出现的活载乘以小于1的组合系数。于是荷载效应

$$S = \gamma_G C_G G_k + \gamma_{Q1} C_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \gamma_{Qi} C_{Qi} \psi_{ci} Q_{ik} \quad (1-2)$$

对于一般排架和框架结构，可用下列简化公式

$$S = \gamma_G C_G G_k + \psi \sum_{i=1}^n \gamma_{Qi} C_{Qi} Q_{ik} \quad (1-3)$$

式中， S ——荷载效应设计值，分别表示设计轴力 N ，设计弯矩 M ，设计剪力 V ； G_k ——永久荷载标准值； Q_{1k} ， Q_{ik} ——可变荷载标准值，其中 Q_{1k} 为最大可变荷载； γ_G ——永久荷载分项系数； γ_{Qi} ——可变荷载分项系数； ψ_{ci} ——第 i 个可变荷

载的组合系数； ψ ——简化的荷载组合系数； C_G, C_{Q_i} ——荷载效应系数。

表1-3列出了荷载分项系数和荷载组合系数。

表 1-3 荷载分项系数和荷载组合系数

荷载类型		荷载分项系数	荷载组合系数	
			一般	简化计算
永久荷载		1.2	1.0	1.0
可变荷载	无风	1.4	1.0	1.0
	有风		1.0	0.85 1.30
	第一个		1.0	
	其他		0.6	

R 为结构抗力设计值，其一般表达式为

$$R = f \left(\frac{f_{c,k}}{\gamma_c}, \frac{f_{s,k}}{\gamma_s}, a_k \right) \quad (1-4)$$

式中， $f_{c,k}/\gamma_c$ 、 $f_{s,k}/\gamma_s$ ——混凝土和钢筋的设计强度，一般为承载能力计算时的材料强度取值； $f_{c,k}$ 、 $f_{s,k}$ ——混凝土和钢筋的标准强度，它们是按照一定的试验方法测得的具有不少于95%保证率的强度值，用于构件的变形、抗裂度和裂缝宽度的验算等； γ_c 、 γ_s ——混凝土和钢筋的材料分项系数； a_k ——截面几何尺寸。

例题1-1 某屋面板，板的自重、抹灰层等永久荷载引起的弯矩标准值 $M_{G,k}$ 为1600N·m，楼面活荷载引起的弯矩标准值 $M_{L,k}$ 为1200N·m，雪荷载引起的弯矩标准值 $M_{S,k}$ 为200N·m，安全等级为二级，求荷载效应 M 。

〔解〕安全等级为二级，得

$$\gamma_0 = 1.0$$

查表1-3得:

永久荷载分项系数 $\gamma_G = 1.2$;

可变荷载分项系数 $\gamma_Q = 1.4$, $\gamma_{Q1} = 1.4$;

荷载组合系数 $\psi_c = 0.6$ 。

代入式(1-2)并乘以结构重要性系数 γ_0 , 得

$$\begin{aligned} M &= \gamma_0 (\gamma_G M_{Gk} + \gamma_{Q1} M_{Lk} + \gamma_Q \psi_c M_{Sk}) \\ &= 1.0 (1.2 \times 1600 + 1.4 \times 1200 + 1.4 \times 0.6 \times 200) \\ &= 3768 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

二、正常使用极限状态

正常使用极限状态的计算包括变形、抗裂度和裂缝宽度的验算。

1. 荷载效应组合

在设计时, 应该按计算的目的选用下列荷载效应组合。

(1) 短期荷载效应组合

$$S_k = G_k + C_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{ci} C_{Qi} Q_{ik} \quad (1-5)$$

式中, S_k ——荷载效应标准值, 它可以为标准轴力 N_k , 或标准弯矩 M_k , 或标准剪力 V_k ; Q_{ik} ——第 i 个可变荷载的组合值。

(2) 长期荷载效应组合

$$S_{ck} = G_k + \sum_{i=1}^n \psi_{ci} C_{Qi} Q_{ik} \quad (1-6)$$

式中, S_{ck} ——长期作用的荷载效应标准值; $\psi_{ci} Q_{ik}$ ——第 i 个可变荷载的准永久值, 这种荷载是超过该值的总持续时间占设计基准使用期(50年)的50%, 按《工业与民用建筑结构荷载规范》取用。

例题1-2 求例题1-1中弯矩的短期荷载效应组合 M_d 。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad M_d &= M_{Gk} + M_{Lk} + \psi_c M_{Sk} \\ &= 1600 + 1200 + 0.6 \times 200 = 2920 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

例题1-3 求例题1-1中弯矩的长期荷载效应组合 M_{1k} ，
设可变荷载的准永久值系数均为0.5。

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad M_{1k} &= M_{Gk} + \psi_{cLk} M_{Lk} + \psi_{cSk} M_{Sk} \\ &= 1600 + 0.5 \times 1200 + 0.5 \times 200 = 2300 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

2. 变形验算

变形验算的实用表达式为

$$f \leq [f]$$

式中， f ——在考虑了荷载长期效应组合使构件挠度随时间增大的情况下，用荷载短期效应组合计算的构件最大挠度，在计算挠度时取用材料的标准强度； $[f]$ ——允许挠度值，见表1-4。

表 1-4 受弯构件的允许挠度

项次	构件类型	允许挠度(以计算跨度 l_0 计算)
1	吊车梁、手动吊车 电动吊车	$l_0/500$ $l_0/600$
2	屋盖、楼盖及楼梯构件： 当 $l_0 < 7\text{m}$ 时 当 $7\text{m} \leq l_0 \leq 9\text{m}$ 时 当 $l_0 > 9\text{m}$ 时	$l_0/200(l_0/250)$ $l_0/250(l_0/300)$ $l_0/300(l_0/400)$

注：①如果构件制作时预先起拱，而且在使用上也容许，则在验算挠度时，可将计算所得的挠度值减去起拱值，预应力混凝土构件尚可减去预加应力所产生的反拱值。②表内括号中的数值适用于对挠度有较高要求的构件。③悬臂构件的允许挠度值按表中相应数值乘2取用。④计算跨度 l_0 可由钢筋混凝土结构计算手册中查得。

**表 7-5 裂缝控制等级、混凝土拉应力限制系数 α 及
最大裂缝宽度允许值**

结 构 构 件 工 作 条 件		钢 筋 种 类		
		钢筋混凝土结构	预 应 力 混 凝 土 结 构	
		I 级钢筋 II 级钢筋 III 级钢筋	冷拉 II 级钢筋 冷拉 III 级钢筋 冷拉 IV 级钢筋	碳素钢丝 刻痕钢丝 钢绞线 热处理钢筋 冷拔低碳钢丝
室 内 正 常 环 境	一般构件	三 级 0.3mm (0.4mm)	三 级 0.2mm	二 级 $\alpha=0.5$
	屋面梁托梁	三 级 0.3mm	二 级 $\alpha=1.0$	二 级 $\alpha=0.5$
	中级工作制 吊车梁	三 级 0.3mm	二 级 $\alpha=0.5$	二 级 $\alpha=0.25$
	屋架、托架	三 级 0.3mm	二 级 $\alpha=0.5$	二 级 $\alpha=0.25$
	重级工作制 吊车梁	三 级 0.2mm	二 级 $\alpha=0.25$	一 级
露天或室内高湿度环境		三 级 0.2mm	二 级 $\alpha=0.5$	一 级

注：①属于露天或室内高湿度环境一栏的构件系指直接受雨淋的构件、无维护结构的房屋中经常受雨淋的构件或经常受蒸汽或凝结水作用的室内构件（如浴室等）以及与土壤直接接触的构件。

②对处于年平均相对湿度小于60%的地区且可变荷载标准值与恒载标准值之比大于0.5的构件，其最大裂缝宽度允许值可采用括号内的数字。

③对承受两台及两台以上的相同吨位，且起重量不大于500kN的中级工

作制吊车的预应力混凝土等高度吊车梁，当采用冷拉Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ级钢筋时，可根据使用要求，选用允许出现裂缝的预应力混凝土构件，其正截面的裂缝控制等级为三级，其最大裂缝宽度允许值采用0.1mm。

④采用冷拉Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ级钢筋的承受重级工作制吊车的预应力混凝土吊车梁，当处于露天或室内高湿度环境中时，其裂缝控制等级不变，仍采用 $\alpha=0.25$ 。

⑤烟囱、贮存松散体的筒仓以及处于液体压力下的构件应符合现行专门规范的有关规定。

⑥表中预应力结构构件的混凝土拉应力限制系数及最大裂缝宽度允许值仅适用于正截面。

3. 抗裂度及裂缝宽度验算

在进行结构构件设计时，应根据使用要求选用不同的裂缝控制等级。裂缝控制等级的划分应符合下列要求：

一级——严格要求不出现裂缝的构件。在短期荷载效应组合作用下，构件受拉边缘混凝土不应产生拉应力。

二级——一般要求不出现裂缝的构件。在长期荷载效应组合作用下，构件受拉边缘混凝土不应产生拉应力，而在短期荷载效应组合作用下，构件受拉边缘混凝土允许产生拉应力，但拉应力不应超过 $\alpha\gamma f_{tk}$ 。此处， α 为混凝土拉应力限制系数， γ 为受拉区混凝土塑性影响系数， f_{tk} 为混凝土抗拉标准强度。

三级——允许出现裂缝的构件。

在进行第三级各种类型的钢筋混凝土构件的裂缝宽度验算时，采用下式进行验算：

$$W_{max} \leq [W_{max}]$$

式中， W_{max} ——根据短期荷载效应组合作用和考虑长期荷载效应组合影响所求得的最大裂缝宽度，在计算时，材料强度取标准强度； $[W_{max}]$ ——最大裂缝宽度允许值，详见表1-5。

第二章 正截面强度计算

第一节 轴心受压构件

在计算配置有纵向钢筋和普通钢箍的钢筋混凝土轴心受压构件时，混凝土和钢筋的应力可分别取轴心抗压强度 f_c 和抗压设计强度 f_y ，如图2-1所示，其正截面强度按下式计算，

$$N \leq \varphi (f_c A + f_y A'_s) \quad (2-1)$$

(1) 如纵向力 N 已知，求纵向钢筋的面积 A'_s ，则

$$A'_s = \frac{(N/\varphi) - f_c A}{f_y} \quad (2-2)$$

(2) 计算轴心受压构件时，如配筋率超过 3%，则必须采用混凝土的实际面积，即从横截面面积 A 中扣除相应的纵向钢筋面积 A'_s ，即

$$A_s = A - A'_s \quad (2-3)$$

(3) 式(2-1)的纵向弯曲系数 φ 按表2-1选用。

表2-1的计算长度 l_0 与构件二端支承情况有关，取

$$l_0 = \psi l$$

式中， l ——构件的实际长度（如楼层层高，屋架杆件长度）； ψ ——系数，可根据下列情况取值：(a)一般钢筋混凝土框架各层柱，现浇楼盖 底层 $\psi = 1.0$ ，其余各层 $\psi = 1.25$ ，装配式楼盖 底层 $\psi = 1.25$ ，其余各层 $\psi = 1.50$ ；(b)对于具有

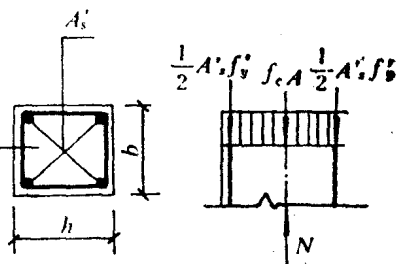


图2-1