

同步电机理论 及其运行方式的分析 (复数分量法)

高景德著

电力工业出版社

同步电机理論
及其运行方式的分析
(复数分量法)

高景德著

电力工業出版社

內 容 提 要

本書是同步电机的專門論著，在研究方法及理論方面均有其独到之处。書中首先系統的分析及綜合了很多同步电机的研究方法及理論，然后利用著者所求得的用复数分量所表示的同步电机基本方程式，对同步电机的各种特殊运行方式及过渡历程进行了詳細的分析，給出了很多等值电路及計算公式。

書中对同步电机在突然对称及不对称短路后的平均电磁轉矩也进行了詳細的分析，其研究方法是相当簡明而独特的。同时，对同步电机的某些参数的試驗方法也进行了理論性的分析，并且利用这些方法进行了試驗，其結果相当令人滿意。書中对同步电机負序阻抗的意义也进行了进一步的說明，并且求得了这些阻抗的計算公式。

本書可供从事同步电机的研究人員及高等学校师生参考，也可供从事同步电机运行、設計、制造工作的工程技術人員参考。

高 景 德 著

同步电机理論及其运行方式的分析

(复数分量法)

*

689D255

电力工業出版社出版 北京复兴門外 慈惠路(聯会路)

北京市書刊出版營業許可證出字第 082 号

北京市印刷一厂排印 新华書店發行

*

787×1092 $\frac{1}{16}$ 开本 * 8 $\frac{1}{2}$ 印張 * 161千字 * 定价(第10类)1.20元

1957年11月北京第1版

1957年11月北京第1次印刷(0001-1,900册)

目 录

主要符号表	3
人名对照表	5
序言	6
緒論	7
第一章 同步电机理論及研究方法的基础	9
§ 1. 基本概念	9
§ 2. 戈烈夫(Горев)-派克(Park)方程式, 标么值及运算电抗	12
§ 3. α, β, o 座标系統	19
§ 4. 同步恒速轉动座标系統 d_c, q_c	21
§ 5. 复数分量; 正轉及倒轉分量	22
§ 6. 新的用复数分量 1, 2 表現的同步电机基本方程式	26
§ 7. 同步电机的輸出功率, 电磁轉矩及轉子运动方程式	28
第二章 在各种运行方式时的同步电机等值电路	30
§ 1. 問題的一般情况	30
§ 2. 稳态对称同步运行方式时的同步电机或一組相联的同步电机的等值电路	31
§ 3. 同步电机运算电抗的等值电路	37
§ 4. 在稳态异步运行方式时的同步电机等值电路	42
§ 5. 在稳态不对称运行方式时的同步电机等值电路	48
§ 6. 轉子中無励磁电源但在定子中通以直流电流时的同步电机等值电路	59
§ 7. 利用运算电抗的等值电路来研究同步电机的过渡历程的可能性	70
第三章 同步电机在同步恒速旋轉时的一些运行方式的分析	74
§ 1. 一般說明	74
§ 2. 突然三相短路	75
§ 3. 突然二相短路	82
§ 4. 突然單相对中点短路	88
§ 5. 突然二相对中点短路	95
§ 6. 为計算某些稳态不对称运行方式时的电流的負序有效电阻及电抗	107

§ 7. 利用对称分量方法来研究同步电机过渡历程的問題	113
§ 8. 同步电机突然接入不对称的电感电路	114
§ 9. 同步电机突然接入不对称的电容电路	118
第四章 同步电机的稳定問題及电磁轉矩計算	125
§ 1. 一般說明	125
§ 2. 同步电机的静态稳定	127
§ 3. 同步电机在突然三相短路时的平均电磁轉矩	128
§ 4. 同步电机在突然二相短路时的平均电磁轉矩	131
§ 5. 同步电机在突然單相对中点短路时的平均电磁轉矩	136
§ 6. 同步电机在突然二相对中点短路时的平均电磁轉矩	140
§ 7. 利用对称分量方法来計算突然不对称短路时的平均电磁轉矩問題及在計算这些轉矩时所用的負序有效电阻	149
§ 8. 同步电机动态稳定計算問題	144
第五章 同步电机的一些参数及其試驗測定法	146
§ 1. 問題的一般情况	146
§ 2. 同步电机的超瞬变电抗, 負序电抗及电抗 X_{ds} 及 X_{qs}	147
§ 3. 同步电机定子的有效电阻	149
§ 4. 同步电机轉子的有效电阻	156
§ 5. 同步电机的一些参数的試驗測定方法	158
(1) 同步电机轉子不动时, 定子中通以三相电流的試驗	159
(2) 同步电机轉子不动时, 定子中通以單相电流的試驗	162
(3) 同步电机轉子不动时, 定子各相中輪換通以單相电流的試驗	163
(4) 同步电机定子中通以三相电流时, 無励磁电源的轉子的異步旋轉試驗	173
(5) 同步电机定子繞組对称相联且通以直流电流时, 無励磁电源的轉子的異步旋轉試驗	189
(6) 同步电机在各种轉速时的三相短路試驗	183
(7) 各种試驗方法的比較	183
§ 6. 定子有效电阻的計算問題	189
§ 7. 轉子有效电阻的計算問題	190
結論	192
主要参考文献	195
补充参考文献	197

主要符号表

I. 脚註及数学符号

a, b, c ——定子的相;

f ——励磁繞組;

$1, 2, 3 \dots k \dots n$ ——阻尼繞組的回路;

d, q ——与轉子一塊轉動的縱軸及橫軸;

d_c, q_c ——以同步恆速轉動的縱軸及橫軸;

F, B ——座标系統 d, q 时的正轉及倒轉分量;

F_c, B_c ——座标系統 d_c, q_c 时的正轉及倒轉分量;

α, β ——折合成二相电机的座标系統;

$1, 2$ ——相對於定子不动的复数分量; 对称分量的正序及負序分量;

0 ——零序分量;

$a = e^{j120^\circ}$ ——算子;

$p = \frac{d}{dt}$ ——算子;

$*$ ——共軛的量;

Δ ——变量的增量;

$\cdot$ ——向量;

$|X|$ —— X 的絕對值。

II. 电压

U ——电机接头上的电压;

E ——电机的無載电压;

E_{fd} ——励磁电压;

U_{nocrn} ——直流电压;

$\dot{U}$ ——电压的向量。

III. 电流

i ——定子电流;

I ——轉子电流;

$\dot{i}$ ——电流的向量;

i_{ao} ——定子电流的基值;

I_{fdo} ——励磁电流的基值;

I_{xdo} ——縱軸整节距的阻尼繞組的电流的基值;

I_0, I_{nocrn} ——定子中的直流电流;

I_{anep} ——定子电流的非週期分量;

$i_{(50^\circ)}$ ——频率为 50 的电流;

$i_{(100^\circ)}$ ——频率为 100 的电流;

I_{mo} ——短路前的定子电流的振幅。

IV. 磁鏈

ψ ——磁鏈;

ψ', ψ, Ψ ——磁鏈的向量;

$\psi_{a0}, \psi_{b0}, \psi_{c0}, \psi_{d0}, \psi_{e0}, \psi_{f0}, \psi_{g0}, \psi_{h0}, \psi_{i0}, \psi_{j0}, \psi_{k0}, \psi_{l0}, \psi_{m0}, \psi_{n0}$ ——相应各磁鏈的起始值。

V. 电机的参数

$r_{(0\omega)}$ ——定子的欧姆电阻;

$r_{(50^\circ)}, r_{(100^\circ)}$ ——频率为 100, 50 时的定子有效电阻;

r ——定子有效电阻;

r_1, r_2, r_0 ——正序, 負序及零序有效电阻;

R ——轉子有效电阻; 有效电阻;

R_{anep} ——計算定子电流中的非週期分量所引起的平均电磁轉矩的等值有效电阻;

R_{bnnq}, R_{bnnq} ——縱軸及橫軸阻尼回路 nn' 的槽中部分的有效电阻;

$R_{ds}, R_{qs}, X_{ds}, X_{qs}$ ——下式中的数值:

$$X_d(js) = X_{ds} - jR_{ds}$$

$$X_q(js) = X_{qs} - jR_{qs}$$

$R_{pom} = \frac{1}{2}(R_{d1} + R_{q1})$ ——轉子有效电阻;

$R_p(\omega_m)$ ——轉子的欧姆电阻;

$R_p(50^\circ)$ ——频率为50时的轉子有效电阻;

$X_d(p), X_q(p)$ ——縱軸及橫軸运算电抗;

$G(p)$ ——运算电导;

$X_D(p) = \frac{1}{2}[X_d(p) + X_q(p)]$ ——半运算电抗差;

$X_S(p) = \frac{1}{2}[X_d(p) + X_q(p)]$ ——平均运算电抗;

X_l ——定子繞組的漏磁电抗;

X_{ad}, X_{aq} ——縱軸及橫軸互感电抗;

$X'_d, X'_q, X'_d, X'_q, X_d, X_q$ ——縱軸及橫軸超瞬变电抗, 瞬变电抗, 同步电抗;

X_1, X_2, X_0 ——正序, 負序及零序电抗;

X_L ——感抗;

X_C ——容抗;

X ——电抗; 轉子电抗;

X_{bnd}, X_{bnnq} ——縱軸及橫軸阻尼回路 nn' 的横过綫槽的漏磁电抗;

Z ——阻抗;

Z_C ——無限多的对称回路的鏈形綫路的重复电阻;

T'_d, T'_q, T_a ——时间常数;

F ——突然短路后的衰减系数。

VI. 頻率, 轉速及角

f ——頻率;

s ——轉差率, 轉子电流諧波的次数;

γ ——电机的轉动角;

γ_0 ——电机的轉动角的起始值;

δ —— $\vec{E}$ 与 $\vec{U}$ 間的相角;

p' ——电机的轉速;

ω_s ——同步轉速;

ω ——电机的轉速;

φ ——电压与电流之間的相角;

α_0 ——短路前的定子电流的相角。

VII. 轉矩及功率

P ——电机的输出功率;

ΣP ——机組的总損耗; 电机接头上測出的总輸入功率;

P_0 ——机組在空載運轉时的損耗;

P_{pom} ——轉子中的电阻損耗;

M_e ——电磁轉矩;

M_{scp} ——平均电磁轉矩;

M'_{scp} ——轉子中通以直流电流而引起的—組电流所引起的平均电磁轉矩;

M''_{scp} ——定子中通以直流电流而引起的—組电流所引起的平均电磁轉矩;

M_m ——牽動机的机械轉矩。

人名对照表

戈烈夫 Горев

方尔泰斯克犹 Fortescue

瓦容 Waring

日达纳夫 Жданов

巴礼 Паль

巴礼扬 Баллян

古尔维兹 Hurwitz

尼克尔 Nizkle

布朗德尔 Blondel

卡索夫斯基 Каровский

刘特尔 Лютер

克拉克 Clarke

克软瑞 Crary

克尔势拜姆 Kirschbaum

克朗 Kron

舍德林 Щедрин

纳朴诺夫 Ланунов

约喜飞扬 Иосифьян

马救恒 Матюхин

派克 Park

软京 Rankin

康卡地阿 Concordia

当核泰 Doherty

魏干芝 Weygandt

聶孟 Нейман

饒斯 Routh

罗蒙诺索娃 Ломоносова

赛罗米亚特尼科夫 Сыромятников

序 言

本書的主要內容是作者根据近年来自己的研究結果写成的。它是專門論著的性質，与一般教科書不同。因此，本書在內容的編述方面，就採取了相应的安排及系統。在文献中已經明确了的内容，本書中一般不再仔細重复。在研究方法方面，本書中普遍採用了尚未得到广泛应用的但具有很多优点的复数分量法。

1954年賴昂(Lyon)發表了“交流电机的过渡历程的分析”一書，这是一本專門利用复数分量法来研究交流电机的过渡历程的專門論著[W. V. Lyon, Transient Analysis of Alternating Current Machinery, An Application of the Method of Symmetrical Components, John Wiley and Sons, 1954。賴昂称复数分量为对称分量]。这書的大部分内容是研究具有对称轉子的交流电机的过渡历程；其基本方程式是直接利用具有对称轉子的交流电机的定子及轉子的自感系数及互感系数写出。本書的基本內容則是研究更复杂一些的凸極同步电机的穩态運轉及过渡历程等問題；相应的基本方程式是根据一般性的运算电抗写出。本書內容的絕大部分是在1954年內完成；賴昂的著作迟至1956年春天作者才見到。該書与本書虽然都是利用复数分量法来进行研究的；但在研究的观点、对象及邏輯上是不同的。

本書的很多內容是作者的初次嘗試，有些問題只能当作研究的开始，还需进一步加以發展。由於作者水平有限，敘述不当及錯誤之处，在所难免，尚希讀者予以指正。意見請寄北京清华大学电机系。

在編写本書的过程中，苏联科学院院士柯斯欽柯(М. П. Костенко)曾給过有力的指导，苏联技术科学副博士瓦日諾夫(А. И. Вайнов)曾提过很多宝貴的意見，特此表示深切的謝意。

作 者

一九五七年三月

緒 論

同步电机的各种过渡历程及不正常运行方式的研究，無論是对电机本身的設計及运行而言，或是对与其相联的电力系統的設計及运行而言，均有極為重要的意义。因此，近三十年来，在这方面进行了很多的研究工作，积累了大量的文献、資料及經驗；但是不管按其思維入手的角度而言，或是按其研究方法的体系而言，这些研究工作都有着較大的区别。因此，閱讀起来常常令人感到不便。为了使研究工作能够获得进一步的發展，首先就需要弄清这些研究工作的基本論点，並使其内容系統化和一般化。

由於同步电机过渡历程的复杂性，在研究同步电机的这种問題时，常常利用所謂“轉換座标”或“轉換变数”的办法。这些轉換办法都有其一定的优点及缺点。

由於同步电机有效电阻的微小(就相对电抗而言)，在大多数的情况下，在計算电流或电压时，可以忽略不計。因为它並不会引起什么重要的誤差。但是在研究电流衰减及对动态稳定有極重要意义的平均电磁轉矩等时，有效电阻就起着非常重要的作用。然而由於問題本身的复杂性，在文献中对定子及轉子有效电阻的影响，相对的，就研究的太少了。

为了使研究工作能够获得进一步的發展，在本書中將系統的研究已有的研究方法及他們相互間的关联；將导出新的同步电机的用复数分量表示的基本方程式。这些方程式是在考虑了同步电机的凸極条件及帶有任何数目的阻尼条的阻尼繞組的情况下导出的。

利用这些新的用复数分量表示的基本方程式，在本書中將研究同步电机的各种运行方式。因此，在本書內將导出很多同步电机的等值电路；將研究恆速轉动时同步电机的許多問題；將探討同步电机突然短路时的平均电磁轉矩；將鑽研定子及轉子有效电阻受电流頻率及数值变化的影响規律，以及測定他們的試驗方法；將比較对称分量法与复数分量法的同異等。

第一章 同步电机理論及研究方法的基础

§1. 基本概念

同步电机就其电磁关系而言，不过是一些相互有电磁联系的綫圈而已。在三相同步电机中，这些綫圈就是三个不动的定子繞組 a, b, c 及与轉子一塊轉动的励磁繞組 f 和阻尼繞組 $1, 2, 3, \dots, k, \dots, n$ 。但是由於轉子的轉动，定子繞組的自感及他們之間的互感，以及轉子繞組与定子繞組之間的互感，都將隨着轉子位置的变化而变化，即隨着時間而变化。因此，研究同步电机的过渡历程，就比研究靜止式电路的过渡历程要复杂得多。为了減輕这种困难，今天所有的文献和資料几乎全部都是在假定为理想电机[Л. * 1; Л. 2]的情况下进行研究。許多年來研究的結果，証明这种假定在極大多數的情况下是令人滿意的。本書也將以这种假定为基础来进行研究分析。

根据理想电机的条件，可以写出同步电机各个回路的基本方程式。如后[Л. 3]。此处應該指出，各个著者对 d, q 軸正方向的取法並不一致。在本書中將採用在文献中比較通用的一种座标軸系統(閱圖1-1)。

$$\left. \begin{aligned} u_a &= p \psi_a - r i_a \\ u_b &= p \psi_b - r i_b \\ u_c &= p \psi_c - r i_c \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$e_{fd} = p \psi_{fd} + r_{fd} i_{fd} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= p \psi_{1d} + r_{11d} i_{1d} + r_{12d} i_{2d} + \dots \\ 0 &= p \psi_{2d} + r_{21d} i_{1d} + r_{22d} i_{2d} + \dots \\ &\dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= p \psi_{1q} + r_{11q} i_{1q} + r_{12q} i_{2q} + \dots \\ 0 &= p \psi_{2q} + r_{21q} i_{1q} + r_{22q} i_{2q} + \dots \\ &\dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

* “Л.” 系俄文“Литература”的縮写，代表主要參考文獻。——編者

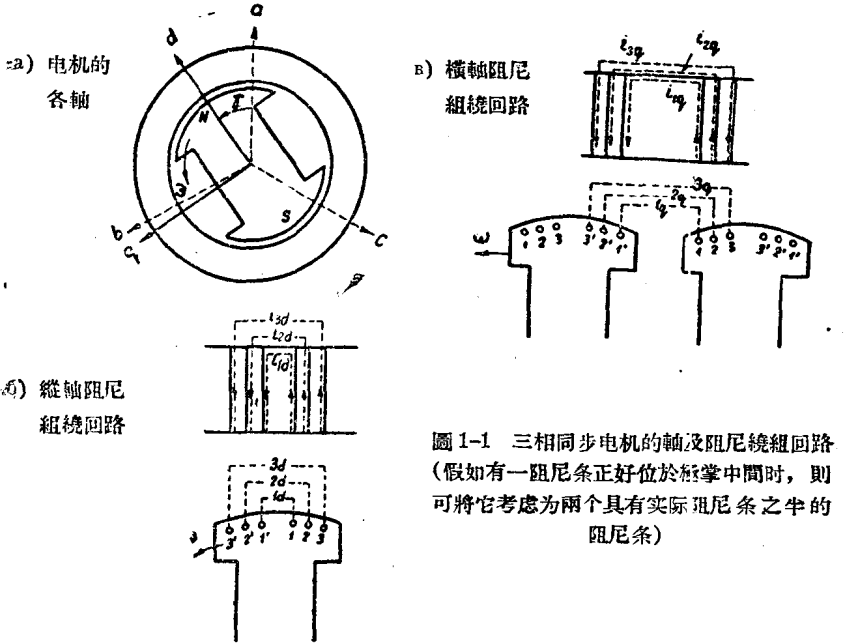


圖 1-1 三相同步电机的軸及阻尼繞組回路
(假如有一阻尼条正好位於極掌中間時，則可將它考慮為兩個具有实际阻尼条之半的阻尼条)

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= -X_{aa}\dot{i}_a - X_{ab}\dot{i}_b - X_{ac}\dot{i}_c + X_{afd}\dot{i}_{fd} + X_{a1d}\dot{i}_{1d} + X_{a2d}\dot{i}_{2d} + \dots \\
 &\quad + X_{a1q}\dot{i}_{1q} + X_{a2q}\dot{i}_{2q} + \dots \\
 \psi_b &= -X_{ba}\dot{i}_a - X_{bb}\dot{i}_b - X_{bc}\dot{i}_c + X_{bfd}\dot{i}_{fd} + X_{b1d}\dot{i}_{1d} + X_{b2d}\dot{i}_{2d} + \dots \\
 &\quad + X_{b1q}\dot{i}_{1q} + X_{b2q}\dot{i}_{2q} + \dots \\
 \psi_c &= -X_{ca}\dot{i}_a - X_{cb}\dot{i}_b - X_{cc}\dot{i}_c + X_{cfd}\dot{i}_{fd} + X_{c1d}\dot{i}_{1d} + X_{c2d}\dot{i}_{2d} + \dots \\
 &\quad + X_{c1q}\dot{i}_{1q} + X_{c2q}\dot{i}_{2q} + \dots \\
 \psi_{fd} &= -X_{fad}\dot{i}_a - X_{fbd}\dot{i}_b - X_{fcd}\dot{i}_c + X_{ffd}\dot{i}_{fd} + X_{f1d}\dot{i}_{1d} + X_{f2d}\dot{i}_{2d} + \dots \\
 &\quad + X_{fd1q}\dot{i}_{1q} + X_{fd2q}\dot{i}_{2q} + \dots
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_{1d} &= -X_{1ad}\dot{i}_a - X_{1bd}\dot{i}_b - X_{1cd}\dot{i}_c + X_{1fd}\dot{i}_{fd} + X_{11d}\dot{i}_{1d} \\
 &\quad + X_{12d}\dot{i}_{2d} + \dots + X_{1d1q}\dot{i}_{1q} + X_{1d2q}\dot{i}_{2q} + \dots \\
 &\quad \dots \dots \dots \text{等}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_{1q} &= -X_{1aq}\dot{i}_a - X_{1bq}\dot{i}_b - X_{1cq}\dot{i}_c + X_{1qd}\dot{i}_{fd} + X_{1q1d}\dot{i}_{1d} \\
 &\quad + X_{1q2d}\dot{i}_{2d} + \dots + X_{11q}\dot{i}_{1q} + X_{12q}\dot{i}_{2q} + \dots \\
 &\quad \dots \dots \dots \text{等}
 \end{aligned} \quad (8)$$

前边各式中的自感系数及互感系数分别具有以下的数值:

$$\left. \begin{aligned} X_{aa} &= X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2\gamma \\ X_{bb} &= X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2(\gamma - 120^\circ) \\ X_{cc} &= X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{ab} &= X_{ba} = -[X_{ab0} + X_{aa2} \cos 2(\gamma + 30^\circ)] \\ X_{bc} &= X_{cb} = -[X_{ab0} + X_{aa2} \cos 2(\gamma - 90^\circ)] \\ X_{ca} &= X_{ac} = -[X_{ab0} + X_{aa2} \cos 2(\gamma + 150^\circ)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{jd1q} &= X_{fd2d} = \dots = X_{1d1q} = X_{1d2q} = \dots \\ &= X_{1qfd} = X_{1q1d} = X_{1q2d} = \dots = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{afd} &= X_{fad} = X_{afd0} \cos \gamma \\ X_{bfd} &= X_{fbd} = X_{afd0} \cos (\gamma - 120^\circ) \\ X_{cfd} &= X_{fcd} = X_{afd0} \cos (\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{a1d} &= X_{1ad} = X_{a1d0} \cos \gamma \\ X_{b1d} &= X_{1bd} = X_{a1d0} \cos (\gamma - 120^\circ) \\ X_{c1d} &= X_{1cd} = X_{a1d0} \cos (\gamma + 120^\circ) \\ &\dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{a1q} &= X_{1aq} = -X_{a1q0} \sin \gamma \\ X_{b1q} &= X_{1bq} = -X_{a1q0} \sin (\gamma - 120^\circ) \\ X_{c1q} &= X_{1cq} = -X_{a1q0} \sin (\gamma + 120^\circ) \\ &\dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

前边公式中: u, ψ 及 i 为电压、磁链、电流; 他们的脚註指明其所屬的綫圈。 X 为綫圈的自感或互感系数; 他们的脚註指明其所屬的綫圈。 γ 为轉子縱軸 d 与定子 a 相的軸間的角; p 为算子 $\frac{d}{dt}$ 。

这是一組很复杂的, 帶有週期性变化系数的方程式。为了簡化及方便起見, 一般是利用“轉換座标”或“轉換变数”的方法来进行研究的。研究同步电机过渡历程时, 在实用上, 是应用以下三种座标系統的:

(1) 在空間相对於定子不动的座标系統, 即把座标軸放在定子上面的方法 ($a, b, c; \alpha, \beta, o$ 及 $1, 2, 0$ 法);

(2) 在空間隨轉子一起轉動的座標系統，即把座標軸放在轉子上的方法(d, q 及 F, B 法)；

(3) 同步恆速轉動座標系統，即座標軸以同步恆速在空間旋轉的方法(d_0, q_0 及 F_0, B_0 法)。

當然，還可以選擇其他一種以任一轉速在空間轉動的座標系統，但是，這樣只能使問題更加複雜。

每一種座標系統和方法，都有它自己的優點及缺點。選擇這種或那種座標系統和方法，取決於以下一些條件：

(1) 所需結果的準確程度及計算方法的簡易等等。

(2) 被研究問題的條件：穩態的還是瞬變的；對稱的還是不對稱的；恆速的還是變速的；加速的還是震盪的等等。

(3) 利用解決問題的工具：數學計算分析呢？實驗模型設備呢？還是數學計算機；計算台等等。

同一問題常常可以用數種方法來解決；但是其中某些方法用起來較方便簡捷，或得的結果較準確；而另一些方法則較繁而不便，或得的結果不夠準確。同樣，同一方法在某些情況下使用起來很易得出結果，而在另一些情況下利用它則極為複雜。因此，研究者應該掌握所有的轉換方法，並善於在具体情況下，利用最方便的解題方法。一般來說，在恆速的條件下，假如定子及轉子的某一方面是對稱的，而同時另一方面是不對稱的，則較合適的方法是利用把座標軸放在不對稱的那一邊的座標系統的方法。

§ 2. 戈烈夫 (Горес)-派克 (Park) 方程式，標么值及運算電抗

因為同步電機轉子有兩個對稱的軸綫 d, q ，因此把定子的各量折合到與轉子一塊轉動的座標系統 d, q 方面來，是會得到一定的方便的。首先對這個方便性加以注意的是布朗德爾 (Blondel)，後來當核泰 (Doherty) 及尼克爾 (Nickle) 在這方面進行了更多的注意及研究，並對此種座標系統進行了廣泛的應用及深刻的分析。隨後，派克提出了理想電機的定义 [Л. 2]，並得到了無阻尼繞組的同步電機的基本方程式 [Л. 4]，稍晚一點，戈烈夫根據一般化的電動系統的動方程式得

出了相应的同步电机基本方程式 [Л. 1]。因此，用座标系統 d, q 表示的同步电机的基本方程式称为戈烈夫-派克方程式。

写出这些基本方程式后，同步电机的理論又有了进一步的發展。跟着，也就把同步电机的基本方程式一般化到帶有阻尼繞組的电机情况的地步。

定子电流用座标系統 d, q, o 及座标系統 a, b, c 表示时，其各分量間的关系是用下边的方程式表示的：

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos \gamma + i_b \cos (\gamma - 120^\circ) + i_c \cos (\gamma + 120^\circ)] \\ i_q &= -\frac{2}{3} [i_a \sin \gamma + i_b \sin (\gamma - 120^\circ) + i_c \sin (\gamma + 120^\circ)] \\ i_o &= \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_d \cos \gamma - i_q \sin \gamma + i_o \\ i_b &= i_d \cos (\gamma - 120^\circ) - i_q \sin (\gamma - 120^\circ) + i_o \\ i_c &= i_d \cos (\gamma + 120^\circ) - i_q \sin (\gamma + 120^\circ) + i_o \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

磁鏈 ψ 及电压 u 的关系式具有类似的形式。

利用这些轉換座标系統的关系式，可以根据前边用 a, b, c 表示的各量的方程式，求得下边用 d, q, o 表示的各量的方程式：

$$\left. \begin{aligned} u_d &= p \psi_d - \psi_q p \gamma - r i_d \\ u_q &= p \psi_q + \psi_d p \gamma - r i_q \\ u_o &= p \psi_o - r i_o \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= - \left(X_{aa0} + X_{ab0} + \frac{3}{2} X_{aa2} \right) i_d + X_{af d0} i_{fd} + X_{a1 d0} i_{1d} \\ &\quad + X_{a2 d0} i_{2d} + \dots = - X_d i_d + X_{af d0} i_{fd} + X_{a1 d0} i_{1d} + X_{a2 d0} i_{2d} + \dots \\ \psi_q &= - \left(X_{aa0} + X_{ab0} - \frac{3}{2} X_{aa2} \right) i_q + X_{a1 q0} i_{1q} + X_{a2 q0} i_{2q} + \dots \\ &= - X_q i_q + X_{a1 q0} i_{1q} + X_{a2 q0} i_{2q} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\psi_o = - (X_{aa0} - 2X_{cb0}) i_o = - X_o i_o$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{fd} &= - \frac{3}{2} X_{fad0} i_d + X_{fd} i_{fd} + X_{f1d} i_{1d} + \dots \\ \psi_{1d} &= - \frac{3}{2} X_{1ad0} i_d + X_{1fd} i_{fd} + X_{11d} i_{1d} + X_{12d} i_{2d} + \dots \\ &\dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1q} = & -\frac{3}{2}X_{a1q0}\dot{i}_q + X_{11q}\dot{i}_{1q} + X_{12q}\dot{i}_{2q} + \dots \\ & \dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\}$$

前式中 $X_d = X_{aa0} + X_{ab0} + \frac{3}{2}X_{aa2}$ 为縱軸同步电抗;

$X_q = X_{aa0} + X_{ab0} - \frac{3}{2}X_{aa2}$ 为橫軸同步电抗。

由於磁鏈及电流的轉換，在公式(18)及(19)式中的相应的互感系数發生了互相並不相等的結果。因此，这些方程式組就变成了帶有不可逆互感系数的方程式組。但是要使这些方程式組变成帶有可逆互感系数的方程式組是並不难：只要將轉子电流的單位放大 $\frac{3}{2}$ 倍，同时將相应的互感系数減小 $\frac{3}{2}$ 倍就行了，即 $I_{fd} = \frac{2}{3}\dot{i}_{fd}$, $X_{afd} = \frac{3}{2}X_{afd0}$ ……等。

經過这种單位換算手續后，就可得以下的帶有可逆互感系数的方程式組，同时为了与前者区别起見，轉子的量將改用大写字母代表。

$$\left. \begin{aligned} \psi_d = & -X_d\dot{i}_d + X_{afd}I_{fd} + X_{a1d}I_{1d} + X_{a2d}I_{2d} + \dots \\ \psi_q = & -X_q\dot{i}_q + X_{a1q}I_{1q} + X_{a2q}I_{2q} + \dots \\ \psi_0 = & -X_0\dot{i}_0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{fd} = & -X_{afd}\dot{i}_d + X_{ffd}I_{fd} + X_{f1d}I_{1d} + X_{f2d}I_{2d} + \dots \\ \psi_{1d} = & -X_{1ad}\dot{i}_d + X_{1fd}I_{fd} + X_{11d}I_{1d} + X_{12d}I_{2d} + \dots \\ & \dots \dots \dots \text{等} \\ \psi_{1q} = & -X_{1aq}\dot{i}_q + X_{11q}I_{1q} + X_{12q}I_{2q} + \dots \\ & \dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} E_{fd} &= p\psi_{fd} + R_{ffd}I_{fd} \\ 0 &= p\psi_{1d} + R_{11d}I_{1d} + R_{12d}I_{2d} + \dots \\ 0 &= p\psi_{2d} + R_{21d}I_{1d} + R_{22d}I_{2d} + \dots \\ & \dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= p\psi_{1q} + R_{11q}I_{1q} + R_{12q}I_{2q} + \dots \\ 0 &= p\psi_{2q} + R_{21q}I_{1q} + R_{22q}I_{2q} + \dots \\ & \dots \dots \dots \text{等} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

方程式組(17)与方程式組(20)至(24)合起来就是大家所熟知的戈