

302

04-12

2004

大学物理学

(下 册)

编者 王济民 罗春荣 陈长乐

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是着眼于新世纪物理教育的一套革新教材。在教材内容现代化、体系结构科学化、配套教材系列化等方面均作了有益的探索 and 改革。

全书分为上、下两册。下册包括热学、振动和波以及近代物理三部分。

本书可作为工科大学各专业、理科及师范院校非物理专业的教材或参考书,也可作为电大、函大师生以及有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学(上、下册)/王济民,罗春荣,陈长乐编. —西安:西北工业大学出版社,2002.4

ISBN 7 - 5612 - 1421 - 9

I. 大... II. ①王... ②罗... ③陈... III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 078350 号

出版发行:西北工业大学出版社

通讯地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072 电话:029-8493844

网 址: <http://www.nwpup.com>

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司

开 本:787 mm×960 mm 1/16

印 张:23.75

字 数:430 千字

版 次:2002 年 7 月第 1 版 2002 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1~8 000 册

本册定价:25.00 元

第三篇 热 学

第 9 章 气体动理论	3
9.1 统计物理学的基本概念	4
9.2 气体分子数按速率分布的统计规律	11
9.3 分子数按能量分布的统计规律	18
9.4 理想气体压强与温度的统计意义	22
9.5 能量按自由度分配的统计规律	25
9.6 气体分子的平均碰撞频率及平均自由程	29
思考题 9	31
物理原理与现代技术(E) 真空与低温	33
第 10 章 热力学的物理基础	38
10.1 热力学的基本概念	39
10.2 热力学第一定律	43
10.3 绝热过程与多方过程	48
10.4 循环过程	53
*10.5 真实气体的焦耳-汤姆逊实验	62
10.6 热力学第二定律	63
10.7 熵	69
思考题 10	72

第四篇 振动和波

第 11 章 振动	77
11.1 简谐振动	78
11.2 阻尼振动	89
11.3 受迫振动与共振	91
11.4 简谐振动的合成	93
思考题 11	104
第 12 章 波动	106
12.1 波动的基本概念	107
12.2 波动的描述	109
12.3 波动方程	116
12.4 波的能量传输	118
12.5 波的干涉	124
12.6 驻波	128
12.7 多普勒效应	133
12.8 电磁波	139
思考题 12	148
物理原理与现代技术(F) 超声、次声与噪声	150
第 13 章 光的干涉	155
13.1 光波的相干叠加	156
13.2 杨氏双缝干涉	163
*13.3 光场的时空相干性	170
13.4 薄膜干涉	175
13.5 迈克耳孙干涉仪	187
思考题 13	190
第 14 章 光的衍射	191

14.1 光的衍射现象与惠更斯-菲涅耳原理	192
14.2 单缝的夫朗禾费衍射	195
14.3 光栅的夫朗禾费衍射	202
14.4 圆孔衍射与光学仪器的分辨率	210
14.5 X射线的晶体衍射	213
思考题 14	217
物理原理与现代技术(G) 激光全息术	219
第 15 章 光的偏振	228
15.1 自然光和偏振光	228
15.2 偏振片的起振与检偏	231
15.3 反射和折射时光的偏振	235
15.4 双折射起偏振法	237
* 15.5 椭圆偏振光和圆偏振光	242
* 15.6 偏振光的干涉及应用	244
思考题 15	250
 第五篇 近代物理 	
第 16 章 狭义相对论基础	253
16.1 狭义相对论产生的历史背景	254
16.2 狭义相对论的基本假设与洛仑兹变换	257
16.3 狭义相对论的时空观	260
16.4 相对论的速度变换	269
16.5 狭义相对论动力学	271
思考题 16	280
第 17 章 量子力学的实验基础	281
17.1 黑体辐射	282
17.2 光电效应	287

17.3 康普顿效应·····	291
17.4 玻尔的氢原子理论·····	294
17.5 实物粒子的波粒二象性·····	299
思考题 17 ·····	302
第 18 章 量子力学初步 ·····	304
18.1 微观粒子状态的描述 波函数·····	305
18.2 态叠加原理·····	311
18.3 薛定谔方程·····	312
18.4 在一维无限深势阱中运动的粒子·····	317
*18.5 力学量与状态·····	322
18.6 氢原子的量子理论·····	325
18.7 电子的自旋·····	330
18.8 多粒子体系简述·····	334
18.9 固体的能带理论·····	339
18.10 激光 ·····	349
思考题 18 ·····	358
物理原理与现代技术(H) 扫描隧道显微镜 ·····	359
附录:诺贝尔物理学奖颁发情况一览表 ·····	362
参考文献 ·····	372



热 学

热学(thermal physics)是研究物质热现象所遵循规律的科学,或者说是研究物质热运动以及热运动与其它运动形式(如机械运动,电磁运动等)之间相互转化所遵循规律的科学。它涉及的现象非常广泛,如物体的热胀冷缩,物体固、液、气态的相互转化以及物质其他物理性质与温度的依赖关系等。

热现象是由大量分子、原子组成的物体或体系所表现出来的宏观现象。本质上,热现象是组成物体的分子无规则运动(热运动)的结果。就单个分子来说,要服从牛顿力学(或量子力学)规律,但由于分子之间的相互作用(如碰撞),使得单个分子运动的速度和轨道完全是偶然的、无规则的。但从大量分子的整体表现来看,分子的运动,如分子速度、位置等却存在着确定的统计规律性,而且这些规律性不能简单地归结为单个分子的运动行为。这就是说我们不可能象研究机械运动那样,通过追踪、研究每个分子的热运动来得到热现象的规律,因此热运动是区别于其他运动形式的一种基本运动形式,从而热学也有它自己独特的研究方法。

热学的研究方法通常有两种。一种是热力学的方法,它从宏观角度来分析、研究物质状态发生变化时宏观量的变化及能量转化规律。主要方法是:根据观察和实验总结出热力学规律,然后用严密的逻辑推理方法,研究宏观物体的热性质。其优点是直观和可靠,缺点是不能说明热现象的微观本质。另一种方法是统计物理学的方法,它从物体的微观结构出发,依据每个分子所遵循的力学(或量子力学)规律,采用统计的方法来揭示和分析物质的宏观热现象及其规律的微观本质,从而将分子的微观运动与物质的宏观现象紧密联系起来。热力学方法和统计物理学方法是相辅相成的,热力学可以验证统计物理学的结果,统计物理学可以解释热力学的规律。

本篇阐述统计物理学和热力学的基本概念和基本方法。考虑到分子之间的相互作用所带来的复杂性,为了简化问题、突出重点,除了普遍概念外,本篇仅以最简单的热力学体系——气体作为具体讨论对象。



气体动理论

统计物理学 (statistical physics) 是研究物质热运动的微观理论。它以对微观粒子群体的统计规律来描述物质系统的宏观现象及性质。认为物质的宏观性质是构成系统的大量微观粒子热运动 (thermal motion) 的集体表现, 而描述系统宏观性质的宏观量 (macroscopic quantity) 则是表征粒子个体特性的微观量 (microscopic quantity) 的统计平均值。统计物理的雏型形成于气体运动的研究, 本章讨论的气体动理论 (kinetic theory of gases) 是统计物理中最基本最简单的内容。我们首先介绍统计基本概念, 然后介绍几个有关气体分子热运动的统计规律, 并阐述相应宏观量的统计意义, 以期使读者对统计物理的内容和方法有一个基本的了解。

基本要求

1. 理解平衡态、宏观态和微观态的概念。
2. 理解宏观量与微观量的概念, 明确二者之间的联系。
3. 了解统计物理处理问题的基本方法。
4. 理解麦克斯韦速率分布律的意义, 能导出三种速率并理解其意义。了解波尔兹曼能量分布律。
5. 理解平均碰撞频率和平均自由程的概念。

6. 理解能均分定理的意义,能由它导出理想气体的内能公式。
7. 理解理想气体压强和温度的统计意义。
8. 掌握理想气体的状态方程及其应用。

9.1 统计物理学的基本概念

1. 统计规律

在给定条件下对大量偶然事件进行统计而发现的规律,亦即大量偶然事件集体所遵从的规律称为统计规律(statistical regularity)。例如人口男女性别大约各为总人口的二分之一就是一个统计规律。又如,像我们已经指出的那样,由于分子热运动的复杂性,我们不可能对每个分子的运动规律作出精确的描述,例如我们无法确定某时刻系统中每个分子的速度各是多少,但是,在给定条件下(如给定温度和体积),可以确定具有什么速度的分子数目有多少。显然这样按速度分布的分子数目,就像一张分子运动的调查统计表,它所反映的规律就是统计规律。

统计规律反映了大量偶然事件中所存在的必然性,这种必然性是由组织系统的粒子本身的性质所决定的。例如,将一枚硬币抛掷一次,究竟出现正面还是反面,这完全是一个偶然事件(也称随机事件)。但如果多次抛掷,比如抛掷 10000 次,其正、反两面出现的次数大约各为 5000 次。抛掷次数越多,正(反)面出现的次数越接近总次数的 $\frac{1}{2}$,这个统计规律显然取决于硬币的形状。

另外,由这个例子也可看出:统计规律只有对大量事件的统计才是可信的。同时还要注意,统计规律永远伴随着涨落,即我们多将重复实验(如抛掷硬币 100000 次),每次实验结果与平均值都有一定的偏差,这种偏差称为涨落(fluctuation)。涨落现象是统计规律的基本特征之一。统计事件的量越大,涨落相对越小。

2. 概率

(1) 概率的定义

概率是统计学中的一个基本概念,它是对偶然事件发生的可能性大小的量度。其定义如下:

如果在 N 次试验中,某事件 X_i 出现了 N_i 次,当 N 无限增大时, N_i/N

的极限就叫做事件 X_i 出现的概率(probability)以 P_i 表示。则

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \quad (9.1)$$

(2) 概率的归一化条件

在所有可能发生的事件中,各事件出现的概率的总和等于 1(所有百分率的总和为 1),即

$$\sum_{i=1}^n P_i = P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 1 \quad (9.2)$$

这一结论叫做概率的归一化条件(normalizing condition)。

(3) 概率密度(概率分布函数)

如果表征事件 X 的量 x (称随机变量)可以连续变化,我们就说 x 具有连续值谱(否则,称为分立值谱,如上一段所述的情形)。如分子热运动的速率,其值就可连续变化。这时,事件 X 出现在某一间隔 Δx 内的概率 $\Delta P(x)$ 应与这一间隔的位置 x 及间隔的大小 Δx 有关,如果用 $f(x)$ 表示事件 X 出现在 x 附近单位间隔内的概率,称为概率密度,则有

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{N \Delta x} = \frac{dN}{N dx} = \frac{dP(x)}{dx} \quad (9.3)$$

显然,函数 $f(x)$ 反映了事件概率随 x 变化的规律,也称 $f(x)$ 为概率分布函数,它表示 N 次试验中,事件出现在 x 附近单位间隔中的次数 dN 占总试验次数的比值。由式(9.3)可知

$$f(x)dx = \frac{dN}{N} \quad (9.4)$$

显然有

$$\int f(x)dx = \frac{\int dN}{N} = 1$$

此即连续谱情况下的概率归一化条件。

3. 统计平均值

从微观角度来看,物质系统的宏观热学特性是构成系统的大量微观粒子热运动的集体表现,即描述系统热学特性的宏观量是构成系统粒子的相应微观量的统计平均值。显然,确定微观量的统计平均值是统计物理学的基本任务之一。

随机变量的统计平均值与其出现的概率密切相关。例如在测量某一随机变量 x 的过程中, x_1 出现了 N_1 次, x_2 出现了 N_2 次, $\cdots$, x_n 出现了 N_n 次,则被测量的总和为 $(x_1 N_1 + x_2 N_2 + \cdots + x_n N_n)$,总测量次数为 $N = N_1 + N_2 +$

$\cdots + N_n$, 故被测量的统计平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = x_1 \frac{N_1}{N} + x_2 \frac{N_2}{N} + \cdots + x_n \frac{N_n}{N} = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \cdots + x_n P_n$$

亦即随机变量 x 的统计平均值(statistical mean value)为

$$\bar{x} = \sum x_i P_i \quad (9.5)$$

式中, x_i 为随机变量 x 的可能取值, P_i 为 x_i 出现的概率

式(9.5)表示, 一个随机变量的统计平均值等于该变量的各种可能取值与其相应概率乘积的代数和。

应该指出的是, 当随机变量 x 的取值是连续变化时, 则式(9.3)中的求和要用积分式来代替, 即

$$\bar{x} = \int x f(x) dx \quad (9.6)$$

4. 系统的状态及其描述

被人为地分割出来以对它作热力学分析的物质体系称为热力学系统(thermodynamic system), 简称为系统。

(1) 平衡态与非平衡态

①平衡态的概念: 为了便于说明平衡态和非平衡态的概念, 我们设想有一封闭容器, 内有隔板把容器分成 A, B 两部分。A 部分充有气体, B 部分为真空。当把隔板去掉之后, A 部分的气体分子就会向 B 部分运动。在该过程中, 气体内各处的状态, 如压强、分子数密度等是不相同的, 而且随时间在变化。这样的状态叫做非平衡态(non-equilibrium state)。如果系统不受外界影响(即系统与外界既无能量交换, 也无物质交换), 那么, 经过一定时间后, 系统内各处的状况、如分子数密度、压强和温度等将达到一个稳定的状态, 不再随时间变化。这种不受外界影响的孤立系统, 其内部各处的宏观特性稳定不变的状态叫做平衡态(equilibrium state)。

实际上, 将气体绝对孤立起来是不可能的, 因此各处宏观性质绝对不变的状态也是不存在的。所以说, 平衡态只是一种理想状态, 它是对一定条件下, 气体处于相对稳定状态的理想化。另外, 气体达到平衡态时, 虽然其宏观性质保持不变, 但从微观上看, 各个分子仍在做无规则的热运动。因此, 平衡态是一种热动平衡, 它与机械运动中的平衡状态是有区别的。

②状态参量与状态方程: 系统的热力学状态可以用一组参量来描述。就普遍性状况而言, 系统的平衡态需要用几何参量(体积 V)、力学参量(压强

p)、化学参数(描述系统的化学组成变数及各种化学成份的质量或 mol 数)、电磁参量(系统所处电磁场的电场强度或磁场强度)等来描述。这些表征平衡状态的参量称为状态参量。对于一定量的某种化学纯的气体,且不涉及电磁现象时,系统的平衡态可以用 (P, V, T) 三个状态参量来描述。

在平衡状态时,系统的状态参量之间不是相互独立的,它们之间描述一定的关系式。状态参数之间所满足的关系式称为状态方程(equation of state)。状态方程可由实验来确定,理想气体(ideal gas)的状态方程为

$$pV = \frac{M}{\mu}RT \quad (9.7)$$

式中 p, V, T 分别为气体的压强、体积和热力学温度, M 和 μ 分别为气体的质量和摩尔质量, R 为普适气体常量(universal gas constant),其值为

$$R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

由理想气体的状态方程可以看出,对一定质量的气体,其状态参量只有两个是独立的。因此只须用两个参量(如 p, V)便可确定气体的平衡状态。以 p, V 为坐标轴构成的图形称为 $p-V$ 图, $p-V$ 图中的每一点给出一组确定的 p, V 值,因此 $p-V$ 图中的每一点都表示一个平衡态。同理也可作出 $T-V$ 图, $p-T$ 图等。这些图中的每一点也都表示一个平衡态。

设系统的总分子数为 N , 摩尔分子数为 N_A 每个分子的质量为 m , 则气体的总质量和摩尔质量可表示为

$$M = Nm \quad \mu = N_A m$$

把这个关系式代入理想气体的状态方程式(9.7)可得

$$p = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T$$

式中 $\frac{N}{V}$ 为气体分子数密度,以 n 表示,即 $n = \frac{N}{V}$; R 和 N_A 这两个普通常量之比为另外一个常量,称之为玻耳兹曼常量,以 k 表示即

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

这样,理想气体的状态方程便可改写为

$$p = nkT \quad (9.8)$$

由以上描述可知:

系统的宏观状态(简称宏观态(macroscopic state)),可以分为平衡态和非平衡态,平衡状态下的宏观态可以用一组完备的状态参量(宏观量)来描述。

系统的宏观态与一组完备的宏观量是一一对应的,一组确定的宏观量对应一个确定的宏观态。热力学所涉及的就是系统的宏观态。

(2) 系统的微观态

平衡态是一种热动平衡,虽然系统的宏观状态参量不随时间变化,但组成系统的分子的位置、速度仍是不断变化的,也就是说每一个微观粒子的状态是在不断变化的。我们把系统中所有分子 t 时刻各自力学状态的总和叫做系统的一个微观态(microscopic state)。对于每个粒子都服从牛顿力学的经典系统,在任一时刻 t ,系统中每个分子的坐标 r_1 和速度 v_1 都有确定的值($r_1, v_1; r_2, v_2; \cdots; r_i, v_i; \cdots; r_N, v_N$),这样的一组值也就确定了系统的一个微观态。

体系的宏观态确定时,对 p, T, V 确定的平衡态,由于分子的热运动,各个分子的坐标,速度仍在不断改变,也就是说体系的微观态仍在不断变化,所以说对一个确定的宏观态,可以有很多个不同的微观态与之对应,或者说一个宏观态包含了众多的微观态。由本节开始的例子可以说明这一点。当隔板去掉后,气体经过一段弛豫时间后达到创新的平衡态,此时气体均匀地分布在 A, B 两部分。即如果 A, B 两部分体积相同,则各拥有 $1/2$ 的分子数。但这并没有确定哪个分子一定要在 A, 或者 B 部分,当 A, B 两部分的一对分子由于热运动而互换位置时,就构成了一个新的微观态,因此这样的宏观态(平衡态)包含了很多个微观态与之对应。

5. 宏观态的统计描述——概率分布函数

体系中的粒子尽管遵从经典力学或量子力学规律,但由于它们是无法控制的,而且数目众多,使我们无法跟踪所有的粒子而研究其因果规律,而且也是必要的。事实上,大量粒子的复杂运动以及由它们所构成的微观态完全成为随机的概率事件。即在给定的宏观条件下,虽然我们不能对体系微观态作出细尽的描述,但这些微观态服从一定的统计规律,这个统计规律可以用前面讲的概率分布函数(概率密度)来描述。对我们讨论的气体系统来说,在给定的 T, p, V 条件下,虽然我们不能对每个分子的速率(度)作出精密的描述,但气体分子数目按速率(度)的分布是一个确定的统计规律,如果 dN 表示某一速率间隔为 dv 的分子数,则气体分子以速率为变量的概率分布函数——简称速率分布函数

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$$

就完全确定了。由此可看到,气体的一种宏观态对应一种概率分布函数。求得气体分子的概率分布函数,就可通过统计平均的方法得到气体的宏观性质。如何在给定条件下求得概率分布函数是统计物理学的基本问题之一。

6. 等概率假设

在给定宏观条件下,要求得气体的概率分布函数,其前提是要知道每个微观态出现的概率。实验上微观态的概率是无法测定的,而且我们也没有理由认为众多微观态中的某一个比另一个更具优势而更容易出现。因而奥地利物理学家玻耳兹曼(Ludwig Eduard Boltzmann, 1844—1906),于1871年提出了一个合理的假设,其内容如下:

处于平衡态的孤立系统,其各个可能的微观态出现的概率相等。

这一假设称为等概率假设(postulate of equal a priori probabilities)。

这个假设的正确性已由它导出的理论结果与实际符合的事实而得到证实。它已作为基本原理——等概率原理被大家所公认。按照等概率原理,如果处于平衡态的孤立体系微观态个数为 Ω ,则每个微观态出现的概率为 $1/\Omega$ 。

平衡态统计物理唯一的出发点就是这样—一个极为简单而又合理的假设。人们称赞统计物理理论之美妙之处正在于它具有这样一个特点。李政道教授说过:“物理学研究的目标,是探求自然界的基本性的原理,这种基本性的原理应该是简单的,它本身的数学形式不一定复杂,而且一定会在很广泛的领域中获得应用,统计力学就具有这种特点”。

7. 平衡态与最概然分布

前面我们已经指出,气体分子按速率(或按能量)的一种分布(如某分子在各速率试验区间 $(v, v+dv)$ 的分子数 dN 就形成一种分布)就确定了气体的一个宏观态。但分布确定后,只说明在哪个速率区间有多少个分子数,并没有限定哪个分子出现在哪个速率区间,一种分布包含了众多的微观态。不同的分布,其包含的微观态数目是不同的。我们把任一宏观态所对应(包含)的微观状态数称为该宏观态的热力学概率。按照等概率原理,每个微观态出现的概率相等。由此可知,在给定条件下(p, V, T 给定)各种分布(即宏观态)出现的概率是不相同的。假如气体系统总的微观态数目是 Ω ,某一种分布 $f(v)$ 所包含的微观态数目是 Ω_f ,则分布 $f(v)$ 出现的概率为 $P = \frac{\Omega_f}{\Omega}$ 。可见,一种分布具

有的概率与它所包含的微观态数成正比(由于概率只具有相对概念,因此可直接用其对应的微观态数目 Ω_f 表示。我们把包含微观态最多的分布,即概率 P 最大的分布叫做最概然分布。

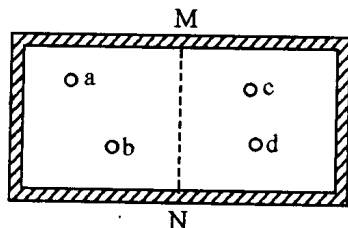


图 9.1 由四个分子组成的假想系统

为了直观说明这一点,我们举例如下:设想系统由 a,b,c,d 4 个分子所组成,它们处于如图 9.1 所示的容器中,假想的 MN 面将容器分为左、右等大的两部分。分子在容器中不断地运动和碰撞,某一时刻某一分子出现的位置完全是随机的。4 个分子在容器中的可能分布如表 9.1 所示。每一种分子数分布就是系统的一个宏观态,共有 5 种不同的宏观态,分子位置的一种组合(配置)就是系统的一个微观态,共有 $2^4 = 16$ 种不同的微观态。

表 9.1 系统的宏观态所包含的微观态

宏观态 (宏观分布)	微 观 态 (系统内分子位置的配置组合)	微观态数	概 率																
左 4 右 0	<table border="1"><tr><td>ab</td><td></td></tr><tr><td>cd</td><td></td></tr></table>	ab		cd		1	$\frac{1}{16}$												
ab																			
cd																			
左 3 右 1	<table border="1"><tr><td>ab</td><td>d</td><td>db</td><td>a</td><td>dc</td><td>b</td><td>da</td><td>c</td></tr><tr><td>c</td><td></td><td>c</td><td></td><td>a</td><td></td><td>b</td><td></td></tr></table>	ab	d	db	a	dc	b	da	c	c		c		a		b		4	$\frac{4}{16}$
ab	d	db	a	dc	b	da	c												
c		c		a		b													
左 2 右 2	<table border="1"><tr><td>ab</td><td>cd</td><td>bc</td><td>da</td><td>cd</td><td>ab</td></tr><tr><td>ad</td><td>bc</td><td>db</td><td>ac</td><td>ac</td><td>bd</td></tr></table>	ab	cd	bc	da	cd	ab	ad	bc	db	ac	ac	bd	6 (平衡态)	$\frac{6}{16}$				
ab	cd	bc	da	cd	ab														
ad	bc	db	ac	ac	bd														
左 1 右 3	<table border="1"><tr><td>a</td><td>bc</td><td>b</td><td>ad</td><td>c</td><td>ab</td><td>d</td><td>ab</td></tr><tr><td>d</td><td></td><td>c</td><td></td><td>d</td><td></td><td>c</td><td></td></tr></table>	a	bc	b	ad	c	ab	d	ab	d		c		d		c		4	$\frac{4}{16}$
a	bc	b	ad	c	ab	d	ab												
d		c		d		c													
左 0 右 4	<table border="1"><tr><td></td><td>ab</td></tr><tr><td></td><td>cd</td></tr></table>		ab		cd	1	$\frac{1}{16}$												
	ab																		
	cd																		

由表可看出,均匀分布,即左、右各占有两个分子的分布包含有最多的微观态数目 6,因而这种宏观态出现的概率为 $\frac{6}{16}$ 。而 4 个分子全在左或者全在右的概率最小,为 $\frac{1}{16}$ 。相应的计算可以证明:如果有 N 个分子在左、右中分布,则其共有 2^N 个微观态,则全部 N 个分子都在左(或者在右)的概率为 $\frac{1}{2^N}$,对 1 mol 气体来说, $N = 6 \times 10^{23}$,所以这样的分布的概率是 $\frac{1}{2^{6 \times 10^{23}}}$,是微乎其微的,因此这种宏观状态实际上是不会出现的。而左、右两部分分子数近似相等的状态,即平衡态,包含了总微观态数目 2^N 的绝大多数。因此对一个孤立的系统,平衡态分布是最概然分布。统计物理学的基本任务就是在一定条件下,求出最概然分布,即包含微观态数目最多的分布。进而通过求微量量的统

计平均值来研究平衡态物质体系的宏观性质。在下面 9.2 节的 4 小节中,我们将据此推导出理想气体分子在平衡态时按速率的分布,作为统计物理学基本思想的展示。

9.2 气体分子数按速率分布的统计规律

1. 速率分布函数

处于平衡态的气体系统,虽然其宏观状态参量是恒定不变的,但是气体分子仍在不停顿的做热运动。若在某一特定的时刻去考察某一特定分子,则它的速度完全是偶然的。然而,如前所述,就气体整体而言,在一定条件下气体分子的速率遵从一定的统计规律。比如我们把全速率区间分成许多相等的小区间,若以速率 $\Delta v = 10 \text{ m/s}$ 为速率间隔,所分成的速率区间为 $0 \sim 10 \text{ m/s}$, $10 \sim 20 \text{ m/s}$, $20 \sim 30 \text{ m/s}$, ...。进而研究不同速率区间内分子出现的概率是多少,哪一个速率区间内分子出现的概率最大。这种分子数目按分子速率快慢分布的统计规律叫做速率分布律。

为了准确描述速率分布律,引入速率分布函数的概念。

设一定量的气体在给定的温度下处于平衡态,系统中的总分子数为 N 。若速率分布在某一速率区间 $v \sim v + dv$ 内的分子数为 dN ,则在该速率区间内分子出现的百分率为 dN/N 。显然, dN/N 应与 dv 成正比。当我们在不同的速率 v 附近取相等的速率区间时,不难发现,这一百分率 dN/N 的速值一般是不相同。所以 dN/N 还与速率 v 有关。由此可见

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv \quad (9.8)$$

由此可得

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} \quad (9.9)$$

式中的 $f(v)$ 表示分布在速率 v 附近的单位速率区间内的分子数占总分子数的比值。这就表明 $f(v)$ 是气体分子以速率 v 为变量的概率分布函数,我们称之为速率分布函数 (speed distribution function),它实际上就是以速率为变量的概率分布函数。

2. 麦克斯韦速率分布律

(1) 麦克斯韦速率分布函数

麦克斯韦于 1859 年在概率论的基础上,从理论上导出了平衡态下理想气