

快速乘除三算法

中国商业出版社

快速乘除三算法

著培英 孙天德 著

快速乘除三算法

董培英 孙天德 著

*

中国商业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京印刷一厂印刷

*

787×1092毫米 32开 5.25印张 117千字

1982年5月第1版 1982年5月北京第1次印刷

印数 1—350,000

书号: 4237·066 定

序 言

珠算是我们中华民族文化遗产中的一份珍宝，有千年的历史。它见于北宋，发展于元、明，盛于清而繁于近时，对我国经济、科学、文化教育的发展，起了不可磨灭的巨大作用。它已经广泛深入到财会、统计、商业、教育以及人民生活的许多领域，成为人们喜爱应手的重要计算工具。据估计，目前我国每天就有三千万人用算盘。近五百年来，珠算技术还传到了国外，许多外国学者把它与中国的四大发明相提并论。今天，象日本、朝鲜、东亚各国以及巴西、美国和墨西哥等国都还在使用算盘。日本的电子计算器产量占世界总产量的百分之五十，但在它的企业和事业中，算盘的使用量竟占总计算工具的百分之八十三点四。日本松下电器公司所生产的电子计算机不仅在日本，就是在世界上所占的分量也是很大的。但是，这个企业的职员不是使用计算机，而是使用算盘。该公司对算盘业余补习学校抓得很紧。它的领导人认为用算盘计算数字，不单是得出答数，而且能理解所计算数字的组成经过，因此有助于业务进展和启发人的脑筋。发明电子计算机的美国，也把珠算作为新文化引进。在著名的加利福尼亚大学成立了“美国珠算教育中心”，并在四所大学开设了珠算课。可见，古老的珠算青春长在。算盘与电子计算机，犹如自行车和飞机一样，一定会并行不悖，长期共存。

本书部分内容曾在中国珠算协会会刊发表，受到广大读

者欢迎，普遍反映：“算理系统、算法简捷、计算迅速、准确率高”。同时，热情地希望成书出版。在中国珠算协会陈梓北、李新、殷长生副会长以及吴英东教授、王善章教授和中国数学协会孙克定副会长等专家们的关怀帮助下，在中国商业出版社的大力协助下，此书能够及早问世，为此，特表示衷心感谢。并对中国珠算协会常务理事、商业部王武林处长在百忙中详细审阅了本书初稿表示衷心感谢。限于作者水平，书中缺点错误在所难免，恳切地希望读者提出宝贵意见，以便进一步修改、充实和提高。

作者

一九八二年三月于北京

前 言

这本《快速乘除三算法》是以数学原理为基础，采取补数方法，尝试解决珠算速算问题的一本书。中国珠算协会副会长，河南师范大学教授陈梓北，中国珠算协会副会长李新、殷长生同志认为该书“很有新的创见，给补数法增添了新的内容”，“与同类的运用补数算法相比，在国内居于领先地位。”“如在除法运算中找出了被除数首位与除数补数的首位之和，用之来解决估商不便，这样既提高了现代计算，即国际通用的商除法的计算效率，也扩大了补数应用的领域，并且还阐明了和数与商数之间的统一关系，对定商起到理论性作用。”因此，董培英同志研究的珠算“快速乘除三算法”荣获1981年重大科技成果三等奖。

本书具有以下四个特点：一、它为初学算盘的人省去背记一大堆口诀的麻烦；二、在教会算法的同时也教会了算理，对启发智力很有好处；三、在“实”（被乘数、被除数）、“法”（乘数、除数）多位的情况下计算不多次，这是人们多年来向往的算法；四、从珠算国际化的观点考虑，这种用数学表达的珠算法，比传授“九九”、“归除”（中国语文的单音节，用英文传授困难更大）容易推广。

据此，谨向读者推荐。

河南省珠算协会
一九八二年二月

目 录

序言	(1)
第一章 概论	(1)
第二章 原理	(4)
第一节 乘法原理	(4)
第二节 除法原理	(8)
第三节 定位原理和定位方法	(12)
一、定位原理	(12)
二、定位方法	(14)
第三章 运算实例	(26)
第一节 乘法运算实例	(26)
一、小类数例题	(26)
二、中类数例题	(29)
三、大类数例题	(31)
四、略小类数例题	(34)
五、负补类数例题	(36)
六、综合类数例题	(39)
乘法练习题	(55)
答案	(56)
附：口算法	(57)
一、末 10 前同类	(57)
二、末 5 前同类	(62)
三、末同前 10 类	(64)
四、乘 2.5 口算法	(67)
口算法练习题	(70)
第二节 除法运算实例	(73)
一、小类数例题	(74)

二、中类数例题	(76)
三、大类数例题	(79)
四、特类数例题	(81)
五、负补类数例题	(84)
六、综合类数例题	(88)
除法练习题	(100)
答案	(101)
第三节 百分比运算实例	(102)
百分比练习题	(112)
答案	(112)
第四章 连乘连除	(114)
第一节 连乘	(114)
第二节 连除	(117)
第三节 连乘连除	(120)
连乘连除练习题	(123)
答案	(124)
第五章 “快速乘除三算法”在传统算法中的应用	(125)
第一节 改进空盘前乘法	(125)
一、空盘前乘法介绍	(125)
二、改进空盘前乘法	(128)
第二节 改进归除法	(131)
一、归除法介绍	(131)
二、改进归除法	(138)
附录	(143)
一、全国首届珠算技术邀请赛算题选	(143)
二、全国首届珠算技术比赛模拟题选	(150)
三、全国首届珠算技术比赛算题选	(152)

第一章 概 论

我国现行的珠算乘除法，以口诀指导运算，珠算、口算和笔算不同体系，不能发挥笔算的已有基础，不能发挥人们擅长笔算和加、减的特点。为了解决计算方法的改革问题，我们探赜索隐，在陈梓北教授“小大由之”的启发下，研究成功一套“快速乘除三算法”。它以新珠算为基础，改造笔算，促进口算，实现了除法不估商、乘法不错档的目的，较好地解决了快、准与容易学之间的矛盾。

根据数学原理，“快速乘除三算法”在除法运算中用“和数”指导运算，从而突破了估商不准的最大难关。在乘法运算中找出了“差数”同积之间统一的内在关系，从而解决了乘法求积过程中的计算难题。为什么“差数”与“和数”能指导乘除法运算呢？现以除法为例，简要地作一介绍。

两数相除，若除数固定不变，被除数越大商数越大，被除数越小商数越小。由此可以推知：被除数首位数大商数就大，被除数首位数小商数就小。可见，商数的大小可以由被除数首位数的大小而定；若被除数固定不变，除数越小商数越大，除数越大商数越小。但除数越小，除数的补数就越大。除数越大，除数的补数就越小。由此可以推知：除数补数首位数越大商数越大，除数补数首位数越小商数越小。可见，商数的大小又可以由除数补数首位数的大小而定。被除数的首位数与除数补数的首位数之和，就是“和数”。因此，“和

数”同商数之间存在一个统一的内在关系,可以用来指导除法运算。例如:

$$10,185 \div 679 = 15,$$

$$\begin{array}{c} \text{|||} \\ (321) \end{array}$$

让被除数10,185 作为初商 10.185入盘,是把除数 679 看成 $10^3(1,000)$ 去除被除数 10,185 后所得的初商为 10.185。初商首位是 1, 意味着从被除数 10,185 中减掉了 1,000, 余 185。但除数不是 1,000, 而是 679。679 与 1,000 相差 321。这个相差的数 321 就是除数 679 的补数。把首位 1 看成初商, 看作从被除数中减掉了 1,000, 就多减了一个 321, 应当加还。也就是, 对应初商 1 的后位加还 321。加还后, 盘中数是 13.395。加一次补数成首位商 1, 商数与加补数的次数相等(称为商、次一致)。商次一致时, 首位初商 1 即成为定商, 余 3.395。此余数 3.395 是求次位商数的初商。此初商首位 3 加上除数补数的首位 3, 便得“和数”为 6。根据“和数”6, 判定应对应初商首位 3 的本位, 加上除数补数的二分之一(半补)160.5。这时盘中本位得出商 5。本位加半补等于后位加 5 补。加 5 次补数成商 5, 实现了商次一致, 便得到定商 5。至此, 便求出定商 15。

为了便于理解, 以便于更好地掌握“快速乘除三算法”, 本书所列举的例题均用竖式解析。

[例 1] $10,185 \div 679 = 15,$

$$\begin{array}{c} \text{|||} \\ (321) \end{array}$$

定位: 5 位 - 3 位 = 2 位。



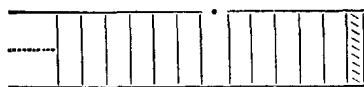
运算说明

1 0.1 8 5 0 0 0-----是被 $10^3(1,000)$ 除后的初商(初商偏小)
 + 3.2 1-----和数 $(1+3)=4$, 应在后位加一补
 ① 3.3 9 5 0 0 0-----加一补成商1, 商次一致1为定商, 余 3.395
 + 1.6 0 5-----和数 $(3+3)=6$, 应在本位加半补
 ①⑤.0 0 0 0 0 0-----加半补商成5, 商次一致为定商

得定商 15。

[例 2] $5,692,687 \div 11,374 = 500.5$ 。

定位: 7位-5位=2位(88,626)



运算说明

5 6.9 2 6 8 7-----是被 $10^5(100,000)$ 除后的初商(初商偏小)
 + 4 4 3.1 3-----和数 $(5+8)=13$, 应在前位加半补
 5 0 0.0 5 6 8 7-----加半补成商5, 商次一致5为定商, 余 0.05687
 + 4 4 3 1 3-----和数 $(5+8)=13$, 应在前位加半补
 5 0 0.5 0 0 0 0-----加半补成商5, 商次一致为定商

得定商 500.5。

[例 3] $400,840.36 \div 1001.5 = 400.24$ ，

定位: 6位-3位=3位



运算说明

4 0 0.8 4 0 3 6-----是被 $10^3(1,000)$ 除后的初商(初商偏大)
 - 6 0 0 3 6-----依次错三位减初商首位数 $\times 1.5$ 之积(看着盘上珠拨去1.5倍数)
 ④④④.②④0 0 0-----步成商

得定商 400.24。

第二章 原 理

第一节 乘 法 原 理

设： A 是一个 m 位的被乘数（统称实数），

B 是一个 n 位的乘数（统称法数），

D 是实数 A 的补数（统称实补），

E 是法数 B 的补数（统称法补），

C 是 A 乘 B 的积。

则： $A + D = 10^m$ 为实数的齐数（统称实齐），

故： $A = 10^m - D$ ，

$B + E = 10^n$ 为法数的齐数（统称法齐），

得： $B = 10^n - E$ 。

因： $A \times B = C$ ，

$$A \times (10^n - E) = C,$$

$$A \times 10^n - A \times E = C,$$

$$A \times 10^n - (10^m - D) \times E = C,$$

$$\text{所以： } A \times 10^n - 10^m \times E + D \times E = C \cdots \cdots (1)$$

公式（1）说明，实数乘法齐减去实齐乘法补，加上实补乘法补便得到要求的乘积。因为任何数乘齐数后它的有效数字不变，所以把实数作为初积入盘（视为已乘法齐），再减去法补（视为已乘实齐），然后再加上实补乘法补便得到正确的乘积。

因为实数乘法齐之积与实齐乘法补之积的位数相等，故在乘法求积运算中，减法补是对应初积首位开始，而加实补乘法补是对应初积的末位有效数字开始进行的。为了不破坏盘中有用的初积数字，不使减法补后影响加实补乘法补的运算，现采用先加后减的方法求积，如公式（2）所示：

$$A \times 10^n + D \times E - 10^m \times E = C \cdots \cdots (2)$$

为了迅速而简便地给人盘的初积进行加、减运算，我们来定义差数这一新概念，以便于解决乘法求积过程中的运算问题。

设：某数 F 的位数为 P ，

首位有效数字为 K ，

定义：

$$(K+1) \times 10^{(P-1)} - F = G$$

G 即为数 F 的差数。并规定 K 所对应的位置所在处叫 K 位（注：分段处理时， K 位系指各段的 K 位）。 K 位在 F 中是第几位，在 G 中也是第几位。

例（1）、 $F = 188$ ，

F 的位数 $P = 3$ ，

F 的首位有效数字 $K = 1$

F 的差数：

$$\begin{aligned} G &= (K+1) \times 10^{(P-1)} - F = (1+1) \times 10^{(3-1)} - 188 \\ &= 200 - 188 = 012, \end{aligned}$$

首位即为 K 位。

例（2）、 $F = 386.77$ ，

$P = 3$ ，

$K = 3$ ，

$$G = (K + 1) \times 10^{(P-1)} - F = (3 + 1) \times 10^{(3-1)} - 386.77 = 4 \times 10^2 - 386.77 = 400 - 386.77 = 013.23,$$

首位即为 K 位。

例 (3)、 $F = 0.0386$,

$$P = -1,$$

$$K = 3,$$

$$G = (K + 1) \times 10^{(P-1)} - F = (3 + 1) \times 10^{(-1-1)} - 0.0386 = 4 \times 10^{-2} - 0.0386 = 0.04 - 0.0386 = 0.0014,$$

F 和 G 中小数点后第二位数所对应的位置即为 K 位。

例 (4)、 $F = 6,000$,

$$P = 4,$$

$$K = 6,$$

$$G = (K + 1) \times 10^{(P-1)} - F = (6 + 1) \times 10^{(4-1)} - 6,000 = 7,000 - 6,000 = 1,000$$

首位即为 K 位。

在乘法求积运算的过程中,利用差数的小、中、大类别,在初积的不同位置进行加、减运算。

大家知道,在某位数字的后位(此位数字右边第一位)连加十次法补,与在此数字本位加一次法补效果相等。在本位连加十次法补与在本位前位(此位数字左边相邻位)加一次法补效果相等。从而归纳出“快速乘除三算法”乘法求积过程中的运算准则:设实数的差数为 G ,

差数小后位加法补(注1),

差数中本位加半补 (注 2),

差数大后位减法补 (注 3),

对应 K 位减法补 (注 4)。

注:

1. 差数 K 位之后某位数是 1、2、3 为小类数, 应在盘中初积对应位的后位加上相应的 1、2、3 倍法补。

2. 差数 K 位之后某位数是 4、5、6 为中类数, 应在盘中初积对应位本位加上法补的二分之一 (半补)。若差数此位是 4, 加半补之后再在后位减一次法补。若差数此位是 6, 加半补之后再在后位加一次法补。熟练之后习惯上常常直接在后位加 4、6 倍法补更觉方便。

3. 差数 K 位之后某位数是 9、8、7 为大类数, 其实数相应位为 1、2、3。应从 K 位开始, 在初积对应位的后位逐位减去该位实数乘法补之积。因此, 凡是差数大的数字均已转化为小数字。

若在差数 K 位之后出现大类数与小、中类数混合的情况时, 此初积应当分段处理。对于每一段, 上述运算准则同样适用。

4. 若差数 K 位之后是小类数, 则按注 1 加法补之后, 再在对应初积 K 位减 $(K+1)$ 倍法补, 便得到要求的乘积。若 $(K+1)$ 是 1、2、3, 应在 K 位的后位减去相应的 1、2、3 倍法补。若 $(K+1)$ 是 4、5、6, 应在 K 位本位减去法补的二分之一 (半补), 4 再在后位加一次法补, 6 再在后位减一次法补。熟练之后直接在后位减 4、6 倍法补更觉方便。若 $(K+1)$ 是 7、8、9、10, 应在 K 位本位减去相应的 0.7、0.8、0.9、1 倍法补。

若差数 K 位之后是中类数, 则按注 2 加法补之后, 再在对应初积 K 位减 $(K+1)$ 倍法补便得到要求的乘积。减 $(K+1)$ 倍法补的方法与前述小类数中减 $(K+1)$ 倍法补的方法相同。

若差数 K 位之后是大量数, 则按注 3 减法补之后, 便得到要求的乘积。

5. 当实法两数中有一个因数略小于它的齐数 (如 99, 985,

9,949,……)时, 把此因数作为法数, 把另一因数作为实数。然后把实数作为初积入盘, 再根据法补某位数的小、中类别, 在盘中初积的不同位置减去法补此位数乘实数之积, 就得到要求的乘积。其运算法则:

法补小后位减实数,

法补中本位减半数。

法补某位是 1、2、3 为小类数, 应在实数相应位的后位减去相应的 1、2、3 倍实数。法补某位是 4、5、6 为中类数, 应在实数相应位本位减去实数的二分之一(半数), 4 在后位再加一次实数, 6 在后位再减一次实数。熟练之后直接在后位减 4、6 倍实数更觉方便, 运算也更为迅速。

6. 一个 n 位数, 若规定它的齐数是 10^n , 则它的补数叫正补数, 一般简称补数; 若我们规定它的齐数是 $10^{(n-1)}$, 则它的补数叫负补数。例如两位数 98, 若规定它的齐数是 $10^2=100$, 则它的补数为 $100-98=2$, 是正补数。而三位数 102, 若规定它的齐数是 $10^{(3-1)}=10^2=100$, 则它的补数为 $100-102=-2$ 。因 2 前带负号, 故叫做负补数。

当实法两数中有一个因数略大于它位数相同的齐数(如 11, 105, 1009, ……)时, 用负补数进行乘法求积运算更简便。其方法是把此因数作为法数, 把另一因数作为实数。然后把实数作为初积入盘, 再根据负补数对应法数中的位置的幂数, 向后错位加此位负补数乘实数之积, 便得到所要求的乘积。

第二节 除法原理

设: A 是被除数(统称实数),

B 是一个 n 位除数(统称法数),

C 是法数 B 的补数(统称法补, 简称补数),

D 是商的某位数,

E 是余数，

有： $B + C = 10^n$ （统称齐数），

$$B = 10^n - C。$$

因： $A = D \times B + E$ ，

$$A = D \times (10^n - C) + E，$$

$$A = D \times 10^n - D \times C + E，$$

故： $A + D \times C = D \times 10^n + E$ ，

等式两端同除以 10^n ，

$$\text{有：} \quad \frac{A + D \times C}{10^n} = \frac{D \times 10^n + E}{10^n}，$$

$$\text{得：} \quad \frac{A + D \times C}{10^n} = D + \frac{E}{10^n} \cdots \cdots (3)$$

因为任何数被齐数 10^n 除过之后，它的有效数字不变，所以公式(3)说明，把实数作为初商入盘，直接加上商的某位数乘补数，便得到某位定商和余数。此余数已被 10^n 除过（已在盘上），因此便可以作为初商继续求下一位定商。

由公式(3)可知，把实数 A 作为初商入盘，直接加补数 C ，当加补数 C 的次数等于某位商数 D 时，便得到此位定商 D 和余数 E （已被 10^n 除过）。加补数的次数等于商数称为商次一致。只有实现了商次一致，才能得到定商和余数。因为若初商为 1，说明相除的结果是从实数（被除数）中减去了一个齐数 10^n ，而法数（除数）是 B 不是 10^n ，减去 10^n 就多减了一个补数 C 。故应当加还一次补数 C 。同理，若初商为 2，应当加还两次补数 C 。初商为 3 应当加还三次补数 C ，……依次类推。当加补数的次数与所得到的商数相等时，就叫做实现了商次一致。当实现了商次一致时，所得到的商就是定商。