

282571

高等学校交流讲义

高等数学

GAODENG SHUXUE

上册

黄正中 编

人民教育出版社

统一书号 18010·032

定价 ¥ 0.70

成都科技大学
基 本 高 等 学 校 交 流 讲 义

高等数学

GAODENG SHUXUE

下 册

黄 正 中 编



人民教育出版社

统一书号 13010·971

定价 1.00

高等数学讲义

高等数学

GAODENG SHUXUE

上册

黄正中 编

人民教育出版社

高等数学

GAODENG SHUXUE

下册

黄 正 中 编

人民教育出版社

本書系根據編者在南京大學物理系一、二年級講授高等數學的講稿修改而成，分上下兩冊出版，上冊內容包括平面解析幾何、函數和極限、一元函數的微分學、不定積分、定積分、無窮級數，下冊包括空間解析幾何、多元函數的微分、重積分、曲線積分和曲面積分、矢量分析和場論、一階常微分方程、高階線性方程、一階偏微分方程、行列式和矩陣、線性方程組和矢量空間、矩陣代數和線性變換、二次空間和二次齊次式等。

本書可作為綜合大學，高等師範學校物理各專業高等數學課程的教材，也可供高等工業學校相近專業選用。

簡裝本說明

目前 850×1168 毫米規格紙張較少，本書暫以 787×1092 毫米規格紙張印刷，定價相應減少 20%。希鑒諒。

高等數學 上 冊

黃 正 中 編

人民教育出版社出版 高等學校數學用書編輯部
北京宣武門內大街 25 號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第 2 號)

京 華 印 書 局 印 裝

新華書店科技發行所發行

各 地 新 華 書 店 經 售

統一書號 13010·952 開本 787×1092 1/32 印張 9
字數 214,000 印數 00001—29000 定價 (6) $\text{¥} 0.70$
1961 年 7 月第 1 版 1961 年 7 月北京第 1 次印刷

本书系根据編者在南京大学物理系一、二年級讲授高等数学的講稿修改而成，分上下两册出版。上册內容包括平面解析几何、函数和极限、一元函数的微分学、不定积分、定积分、无穷級数。下册內容包括空間解析几何、多元函数的微分学、重积分、曲线积分和曲面积分、矢量分析和場論、一阶常微分方程、高阶綫性方程、一阶偏微分方程、行列式和矩陣、綫性方程組和矢量空間、矩陣代数和綫性变换、欧几里德和二次齐式等。

本书可作为綜合大学、高等师范学校物理各专业高等数学課程的教材，也可供高等工业学校相近专业选用。

簡装本說明

目前 850×1168 毫米規格紙張較少，本书暫以 787×1092 毫米規格紙張印刷，定价相应减少 20%。
希鑒諒。

高 等 数 学

下 册

黃 正 中 編

人民教育出版社出版 高等學校数学用書編輯部
北京安民門內承恩寺7号

(北京書刊出版業登記證出字第2号)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

統一書号 13010·971 开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张 12 $\frac{11}{16}$

字数 299000 印数 64001 20000 定价 (6) 4.00

1961年8月第1版 1961年8月北京第1次印刷

序

这是編者在 1958—1960 年对南京大学物理系学生授課的讲稿。此稿曾在該系試用过三次，在每次讲授时均进行了必要的修改。

全书共十九章，分上下二冊出版。其中解析几何两章，数学分析部分十章，微分方程三章，綫性代数四章。解析几何的内容主要是为了学习数学分析部分做准备工作，将平面部分(第一章)和空間部分(第七章)分段讲授，一方面便于接受，另一方面也符合学以致用原則。微分方程在讲完不定积分(第四章)后就已开始介紹，这是为了同学可以借此熟练不定积分的公式和技巧，又可扩大力学中做题的范围；但正式对微分方程作較系統性的介紹，系自第十三章开始。这时候，同学已学完数学分析的基本理論和方法，可用微分方程作为这些理論和方法的綜合利用。綫性代数放在最后四章(第十六章到第十九章)。作者认为空間概念宜从二維到三維，再到 n 維，逐步引入，这是符合認識过程，容易讲授的一种方法。傅里叶級数，变分法，积分方程和二阶偏微分方程都当作数学物理方法的内容，本书沒有編入。希望讀者学完本书后，再讀南京大学梁昆森所著数学物理方法，估計内容銜接，在学习上沒有困难。

本书在編写时曾力求簡明扼要，重点突出，特別在运算技巧和方法上，給予足够重視，所以例题很多(尤其是第四章不定积分)；据編者讲课經驗，这些例题对同学是有帮助的，但不必全在課堂上讲授。有些过分繁难的定理，例如哥犀关于数列极限存在的准則，隐函数存在定理，无穷級数的乘法定理，二重級数的定理等等，本书則述而未証，但都指明参考书，讀者如感需要，可以自行翻閱，其

他重要定理的証明，估計在學一二年級同學接受能力以內者，都詳細寫出。這些証明一方面可使同學加深對內容的理解，另一方面証明本身也是一種數學訓練；就個人淺見，對於綜合性大學物理系四五年制的畢業生說來具有較高的數學理論水平是有益的。

本書第一次編寫時，是一面講課，一面寫稿，因此任務重，時間緊，在教材處理和文字修飾等方面都是十分不夠的。嗣經南京大學葉彥謙，王明淑，吳中海，仇庚久等同志在第二次使用後，承提出許多修正意見；最近又承北京大學邵士敏同志，北京師範大學朱鼎勛同志，中國科學技術大學龔昇同志提供許多改進意見；這些意見都非常重要，此次修訂時，都已儘可能採用；編者謹此致謝。

此次出版承唐述釗、吳中海、張天嶺、陳翔炎、黃開斌等同志在百忙中代為整理、修訂、校對、驗算和繪圖，使此書能早日付印，深情碩誼，編者永志不忘。

當然，本書因付印匆促，同時限於編者的水平，可能還存在許多缺點和錯誤，請讀者發現後，立即投函指正，編者實感激不已。

黃正中

1961年4月16日於南京大學

上册目录

序

第一章 平面解析几何

- §1. 坐标和投影(1) §2. 分比公式, 面积公式(3) §3. 曲线与方程(6)
§4. 直线的方程(11) §5. 直线的法式·点到直线的距离(13) §6. 两条直线的交角(16)
§7. 直线束(18) §8. 椭圆(20) §9. 椭圆的离心率·焦半径(23)
§10. 双曲线(23) §11. 双曲线的离心率和焦半径(27)
§12. 双曲线和椭圆的准线(28) §13. 抛物线(30) §14. 坐标轴的变换(32)
§15. 一般二次曲线方程的化简(37) §16. 极坐标(42) §17. 曲线的参数方程(46)

第二章 函数和极限

- §18. 函数概念(50) §19. 无穷数列(55) §20. 有关极限的几个基本定理(60)
§21. 极限的存在定理(64) §22. 数 e (65) §23. 函数的极限(67)
§24. 无穷小量(71) §25. 连续函数(74) §26. 几个重要的极限(79)
§27. 双曲线函数(83)

第三章 一元函数的微分学

- §28. 瞬时速度和瞬时加速度·曲线的切线和法线(86) §29. 微商概念(88)
§30. 微分法的基本公式(91) §31. 复合函数的微商(97) §32. 单调函数的微商(100)
§33. 反函数的微商(102) §34. 高阶微商(106) §35. 函数的微分及其应用(108)
§36. 连续函数内性质(111) §37. 罗尔定理·中值定理(114)
§38. 洛必达法则(116) §39. 函数的极大极小(119) §40. 泰勒公式(125)
§41. 曲线的凹凸·反弯点(128) §42. 曲线的参数方程(131)
§43. 牛头内插公式(133)

第四章 不定积分

- §44. 不定积分的基本概念(137) §45. 变换变量法(139) §46. 分部积分法(144)
§47. 有理函数的积分法(147) §48. 无理函数的积分法(151)
§49. 超越函数的积分法(154) §50. 不定积分的初步应用(158) §51. 可分离变量的一阶方程(164)
§52. 一阶线性方程(167) §53. 二阶常系数线性方程(171)
§54. 共振现象(174)

第五章 定积分

- §55. 面积问题(177) §56. 定积分的定义(180) §57. 定积分的性质(184)
§58. 原函数的存在性(187) §59. 定积分的变数代换(189) §60. 面积和体积
(190) §61. 曲线的长度·旋转面的面积(196) §62. 曲线的曲率(202)
§63. 定积分在物理上的应用(206) §64. 定积分的近似计算(213) §65. 椭圆
积分(219)

第六章 无穷级数

- §66. 基本概念(224) §67. 正项级数的收敛性(228) §68. 任意项级数(235)
§69. 幂级数(245) §70. 幂级数的代数运算(249) §71. 泰勒级数与初等函
数的展开式(251) §72. 利用无穷级数作近似计算(260) §73. 函数项级数
(263) §74. 一致收敛性的应用(267) §75. 二重级数(276)

附录 几种常用的曲线

下册目录

第七章 空間解析几何, 矢量	283
§ 76 空間的直角坐标系.....	288
§ 77 矢量代数.....	288
§ 78 三級行列式的性質.....	297
§ 79 平面的方程.....	302
§ 80 自平面到一点的距离.....	304
§ 81 直綫的方程.....	307
§ 82 直綫和平面的关系.....	308
§ 83 二次曲面.....	312
§ 84 坐标軸的变换.....	320
§ 85 一般二次曲面方程的化簡.....	323
§ 86 矢量函数的微商.....	325
§ 87 空間曲綫的几何学.....	329
第八章 多元函数的微分学	334
§ 88 二元函数的极限和連續性.....	334
§ 89 偏微商的定义.....	338
§ 90 函数 $f(x, y)$ 的全微分.....	340
§ 91 全微分在近似計算中的应用.....	342
§ 92 复合函数的微分法.....	344
§ 93 曲面 $z = f(x, y)$ 的切平面.....	348
* § 94 齐次函数与欧拉定理.....	350
§ 95 函数 $f(x, y)$ 的方向微商.....	355
§ 96 隱函数的微分.....	358
§ 97 变数的变换.....	364
§ 98 高級偏微商.....	369
§ 99 高級微分.....	371
§ 100 多元函数的泰勒展式.....	372
§ 101 二元函数的极大值和极小值.....	374
§ 102 二元函数极大值与极小值的充分条件.....	380
§ 103 曲面的参数方程.....	381
§ 104 包絡綫, 包絡面.....	383
第九章 重积分	390
§ 105 含参变量的定积分.....	390

§ 106	累次积分的几何意义与物理意义	394
§ 107	二重积分的解析定义及其简单性质	397
§ 108	用极坐标求重积分	405
§ 109	曲面的面积	408
§ 110	二重积分	410
§ 111	利用球面坐标和柱面坐标计算三重积分	414
§ 112	立体的质量中心	417
§ 113	转动惯量	419
第十章	曲线积分, 曲面积分	424
§ 114	曲线积分	424
§ 115	格林公式	431
§ 116	二重积分的变换公式	434
§ 117	平面上曲线积分与路线无关的条件	439
§ 118	恰当微分方程	443
§ 119	曲面积分	446
§ 120	立体角	454
§ 121	三维空间的格林公式	456
§ 122	斯托克斯公式	460
§ 123	空间曲线积分与路线无关的条件	464
第十一章	向量分析	467
§ 124	向量场	467
§ 125	向量分析的若干公式	469
§ 126	用向量分析的符号来表示高斯定理和斯托克斯定理	473
§ 127	在正交曲线坐标系下 $\nabla\phi$, $\nabla\cdot\mathbf{A}$ 和 $\nabla\times\mathbf{A}$ 的表达式	476
§ 128	散度和旋度的物理意义	482
第十二章	反常积分	487
§ 129	讨论含参变量的积分	487
§ 130	被积函数不是有界的反常积分	492
§ 131	积分区间不是有界的反常积分	499
§ 132	函数 $f(x)$ 与 $B(\alpha, \beta)$	504
	附录: 反常积分的一致收敛性	509
§ 133	一致收敛性的定义和判别法	509
§ 134	一致收敛性的应用	511
第十三章	一阶常微分方程	522
§ 135	引言	522
§ 136	微分方程 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ 的解的存在定理	524
§ 137	首次一阶方程 $f(x, y, y') = 0$	526

§ 138 常微分方程組的存在定理	533
§ 139 应用問題	536
§ 140 微分方程的級数解法	541
§ 141 微分方程 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ 的数值解法	543
第十四章 高阶常微分方程	549
§ 142 高阶常微分方程的存在定理	549
§ 143 綫性微分方程的一般性質	550
§ 144 函数的綫性相关	552
§ 145 二阶綫性方程的若干特殊情形	557
§ 146 参数变量法	559
§ 147 常系数綫性齐次方程	562
§ 148 常系数非齐次綫性方程	565
§ 149 微分方程組	569
第十五章 一阶偏微分方程	578
§ 150 全微分方程	578
§ 151 一阶綫性齐次方程	582
§ 152 一阶綫性非齐次方程	585
§ 153 一阶非綫性方程	588
§ 154 微分方程 $F(x, y, z, p, q) = 0$ 的哥隆問題	593
第十六章 行列式和矩陣	596
§ 155 行列式的定义	596
§ 156 行列式的主要性質	599
§ 157 子行列式, 代数余式	604
§ 158 行列式的乘法	609
§ 159 矩陣和矩陣的秩	612
第十七章 綫性方程組, 向量空間	617
§ 160 克兰姆定理	617
§ 161 綫性非齐次方程組	619
§ 162 綫性齐次方程組	622
§ 163 向量空間的定义	625
§ 164 向量空間的維数	626
§ 165 向量空間的理論在綫性方程組上的应用	630
第十八章 矩陣代数, 綫性变换	634
§ 166 矩陣运算的基础	634
§ 167 方陣乘积的秩	637
§ 168 各种相关的和特殊的方陣	638
§ 169 厄密特方陣和西方陣	641

目 录

§ 170	向量空間的坐标变换.....	643
§ 171	綫性变换的定义.....	645
§ 172	綫性变换的性质.....	647
§ 173	綫性变换的化簡.....	649
§ 174	特征根和特征矢量的性质.....	653
第十九章	欧几里德空間, 酉空間, 二次齐式.....	657
§ 175	"維欧几里德空間和酉空間.....	657
§ 176	酉空間法正交底的变换.....	659
§ 177	酉空間的酉变换.....	663
§ 178	厄密特方阵、酉方阵的特征根和特征矢量.....	665
§ 179	不变子空間.....	667
§ 180	实二次齐式的化簡.....	672
§ 181	厄密特式.....	679

第一章 平面解析几何

§1. 坐标和投影

在物理上有許多問題，需要确定平面上一点的位置，例如平面板的质量中心，平面运动的瞬时轉动中心等。为了准确地表示这点的位置，不得不采用几何上的坐标法。坐标法有許多种，其中最簡單而又常用者为直角坐标法。先在平面上取一定点称为**原点**，以 O 表之；过 O 作两条有方向的直綫 $\overrightarrow{OX'}$, $\overrightarrow{OY'}$ ，(箭头表示这两直綫的方向是从 X' 到 X , Y' 到 Y)，使相互正交。另取一单位长 U 。設 M 为平面上任何一点，自 M 作 $MA \perp \overrightarrow{OX'}$ ，与 $\overrightarrow{OX'}$ 交于 A ，作 $MB \perp \overrightarrow{OY'}$ ，与 $\overrightarrow{OY'}$ 交于 B ，用 U 量得 OA 之长为 a 个单位，在 $\overrightarrow{OY'}$ 上量得 OB 之长为 β 个单位。若以 O 为起点， A 为終点的有向綫段 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OX'}$ 同向，便定义点 M 的横坐标 $a = +a$ ，相反便定义 $a = -a$ ；同样若 $\overrightarrow{OB}$ 和 $\overrightarrow{OY'}$ 同向，便定义点 M 的纵坐标取 $b = +\beta$ ，相反則取 $b = -\beta$ 。特別在 A (或 B) 和 O 重合时，便定义 $a = 0$ (或 $b = 0$)。因此 a, b 是正数，負数或 0 。 (a, b) 称为

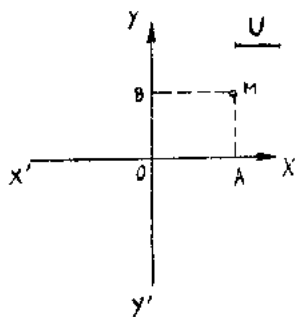


图 1-0

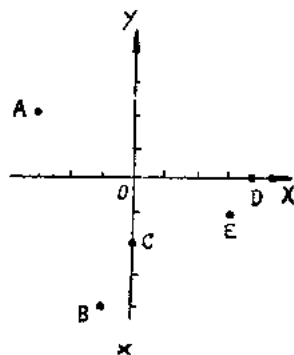


图 1-1