

高等学校文科公共课教材

大学文科数学

策划 朱水根
主编 张吉尔

987654321

ART OF COMMUNICATIO

TYPO

235468

ypog

南开大学出版社

Typo

421

013-43
Z32C

大学文科数学

策划 朱水根
主编 张吉尔

南开大学出版社
天津

内容提要

本书是在试用多次的讲义的基础上改编而成的,旨在提高文科学生的基本素质。内容包括数学概论、微积分、线性代数、概率与数理统计、运筹学方法等五部分。本书适用于除经济、管理类以外的各种文科专业。为适合文科学生的知识结构和具体需要,教材编写中进行了一些新的尝试,强调从科学、哲学、文化的角度全面理解数学,内容力求深入浅出、涵盖面广、史料丰富、观点高、起点低,富有启发性、应用性和趣味性。可供高校本科一学期或两学期教学选用,也可供有兴趣的读者阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学文科数学 / 张吉尔主编. — 天津:南开大学出版社, 2002.12

ISBN 7-310-01789-7

I. 大... II. 张... III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 062327 号

出版发行 南开大学出版社

地址:天津市南开区卫津路 94 号 邮编:300071

营销部电话:(022)23508339 23500755

营销部传真:(022)23508542

邮购部电话:(022)23502200

出版人 肖占鹏

承印 河北昌黎人民胶印厂印刷

经销 全国各地新华书店

版次 2002 年 12 月第 1 版

印次 2002 年 12 月第 1 次印刷

开本 880mm×1230mm 1/32

印张 15

字数 427 千字

印数 1—6000

定价 28.00 元

前 言

由于科学技术的发展和数学的巨大成就,世界已经乘着信息化的列车飞奔进入了 21 世纪。在新的世纪里,工作岗位上的技术继续数字化,数学渗入了包括自然科学、社会科学和人文科学在内的各个领域。数学已经不仅是一门科学,而且还是一门技术,已经成为人们终身受益的文化力量。在这个世界里,每个人都依赖于数学教育的成功,每个人也会由于数学教育的失败而受损,我们已经看到许多人吞下了(或正面临吞下)数学知识贫乏的苦果。当前中国教育正从“应试教育”转向“素质教育”。学生个人素质的提高不仅有赖于社会健康精神文化的熏陶,也有赖于数学教育的成功,因为数学教育能在以下两方面使学生受益:一、提高修养,提高文化精神层面,增加理性思维的力量;二、获得一种工具,利用数学为自己的生存与发展服务,为社会服务。为了使高等院校的文科学生继续有机会从数学的学习中获得他们未来生活和工作所需的数学知识、技能以及数学的思想方法,我们天津师范大学数学系的几位同仁,经过长时间的努力编写出这本教材献给读者。应当说,我们对此教材曾有很高的期望,希望本教材能真正成为文科(不含经济、管理专业)学生所必需,尽可能提供一些对他们极为有用的数学思想和方法,能够体现蕴含于数学中丰富的哲学思想和数学美,叙述尽可能深入浅出、引人入胜,富有启发性、应用性、直观性和趣味性,同时又不失科学性、逻辑性和严谨性,尤其不要使数学的学习成为文科学生的沉重负担。我们还希望通过对本教材的学习,不仅使文科学生学会必需的高等数学知识,学会数学式的思考,而且还希望他们从中获得如下的数学品格:正直、勇敢、坚韧不拔和忠诚。也许我们这些初衷不能完全实现,但我们相信通过这本教材的学习会使文科学生了解微积分的思想,掌握代数学的运算原理和统计学中的统计推理,学会用随机的思想方法观察和分析世界,了解运筹学的优化决策思想。当这些目的中一部分能实

现时,我们将会心满意足。

本教材共分绪论(数学概论)、微积分学、线性代数、概率论与数理统计、运筹学基础五部分。

绪论部分简要介绍数学的历史与现状,让读者初步了解数学是什么,数学的形成过程,科学的数学化,数学的严密化以及人类对数学真理的追求历程。这部分内容供文科学生自学或教师作有关讲座时参考。

微积分学部分共分四章,分别介绍函数与极限、导数及其应用、一元函数的积分学和常微分方程的基本知识。

线性代数部分共分五章,分别介绍行列式、矩阵、线性方程组、向量空间的基本内容和代数学的历史。

概率论与数理统计部分共分三章,分别介绍概率的直观意义、定义和计算概率常用的方法,随机变量和它的分布,数理统计的基本方法。

最后一部分为运筹学基础,亦为三章,分别介绍线性规划、对偶线性规划与灵敏度分析,决策与对策。

该教材有以下特点:

1. 内容精练。

2. 例题典型丰富。尽量反映数学生动活跃的一面,并经常由实例引入概念,以适合于文科学生。

3. 降低了逻辑证明的要求。本教材侧重介绍基本的数学概念与方法,删去了定理中许多繁杂的数学证明,这样做不仅使教材更为简明,而且还使文科学生不会由于数学基础的不足而在学习上产生困难。

4. 有丰富的数学史料。教材中介绍了许多数学史料,通过阅读这些史料,学生可以大致了解有关数学学科的形成和发展历程,从而加深对数学的理解。

5. 教学内容选用余地大。本教材可以根据授课时数的多少和学生的不同要求灵活选择。本教材适用于 54 学时和 108 学时两类,既可用于必修课也可以用于选修课,内容取舍可以由教师根据需要选用,不必贪多求全。通常有 * 号的部分只适于水平较高的学生。

值得一提的是,本教材从某种意义上可以看成是一项研究成果,它有许多创新,例如绪论部分实际上是一篇关于数学发展史的研究论文。

编者认为,尽管多数人学过数学,但对于数学作为人类的一种基本

活动的了解并不全面。目前的一些教材往往偏重于数学知识或数学的应用,而把有关数学发展史的内容分别插入教材的各章节中,这样不利于系统叙述。采用长篇叙述是我们的一种尝试,只阅读绪论 § 1 即可了解基本观点,以后几节分别从科学、哲学、文化各种角度作较全面的论述。这对文科学生是很有意义的。关于代数学部分编者采用了不同于传统编写方式的方法,内容精练,证明简单而不失严谨,对文科学生培养逻辑思维能力很有帮助。运筹学部分尽量做到文字生动,内容丰富,不求结构完整,重在介绍数学在优化、对策和决策中的特殊作用。微积分学在内容压缩上的尝试比较成功,在多次试用中取得了良好的效果。概率与统计是文科学生最有用的数学工具,编者力图提供一种浅近、有趣而全面的介绍。

本书由朱水根担任策划,张吉尔任主编,纪晓福、毛建耀、崔凤蒲、刘立凯任副主编。编写组的成员分工如下:朱水根负责谋划、组织和全书的整体设计,张吉尔负责全书的整体设计并撰写绪论,崔凤蒲、毛建耀、刘立凯、纪晓福分别撰写第一、二、三、四编。书稿在形成过程中经过多次认真讨论,集体修改、定稿。

在本书的编写过程中,南开大学刘光旭教授审查了全书并提出了中肯意见。天津师范大学的林文贤教授、苏仲阳教授、陈俊雅教授、邹华副教授曾对本书的部分内容提出修改意见,天津化工设计院的孙晋坡(教授级高级工程师)为全书作图。

天津师范大学课程建设基金会和数学科学学院均为本教材的编写提供了部分科研经费。天津师范大学教务处,尤其是张克昌研究员为促成本书的编写起了重要作用。

在此向以上各位先生和天津师范大学及教务处和数学科学学院的有关领导表示衷心的感谢。

虽然编写组的各位同仁作了许多努力,但鉴于水平有限和成书时间仓促,书中定有许多不足之处,恳请采用本教材的各位老师和读者批评指教。

朱水根 张吉尔
2002年6月于天津师范大学

目 录

绪论： 数学概论	(1)
§ 1 数学是什么	(1)
§ 2 数学科学的形成	(6)
§ 3 科学的数学化	(9)
§ 4 数学的严密化	(17)
§ 5 数学真理的追求	(22)
§ 6 数学与文化	(27)

第一编 微积分学

第一章 函数与极限	(35)
§ 1 函数	(35)
§ 2 函数极限	(47)
§ 3 连续函数	(56)
习题 1.1	(60)
第二章 导数及其应用	(63)
§ 1 导数的概念及运算	(63)
§ 2 微分及其运算	(77)
§ 3 微分中值定理	(80)
§ 4 利用导数研究函数	(89)
习题 1.2	(99)
第三章 一元函数的积分学	(103)
§ 1 不定积分	(103)
§ 2 定积分	(115)
§ 3 定积分的应用	(124)

习题 1.3	(129)
第四章 常微分方程的基础知识	(131)
§ 1 基本概念	(131)
§ 2 可分离变量的一阶方程与齐次方程	(134)
§ 3 一阶线性方程及应用举例	(137)
§ 4 二阶常系数线性方程的解法	(143)
习题 1.4	(148)

第二编 线性代数

第一章 行列式	(153)
§ 1 线性方程组和行列式	(153)
§ 2 n 阶行列式的定义	(156)
§ 3 行列式依第 1 行展开	(159)
§ 4 行列式的性质	(162)
§ 5 行列式的计算	(169)
§ 6 克莱姆法则	(175)
习题 2.1	(177)
第二章 矩阵	(181)
§ 1 矩阵及其运算	(183)
§ 2 矩阵的初等变换	(195)
§ 3 可逆矩阵	(203)
§ 4 矩阵的秩	(209)
习题 2.2	(212)
第三章 线性方程组	(222)
§ 1 线性方程组可解的判别法	(222)
§ 2 线性方程组解的结构	(229)
习题 2.3	(235)
第三章 向量空间	(239)
§ 1 向量空间的定义	(240)
§ 2 向量空间的线性关系	(244)

§ 3	基与维数	(249)
§ 4	坐标	(253)
§ 5	子空间	(257)
	习题 2.4	(263)
第五章	代数学简介	(267)
§ 1	线性代数的产生与发展	(267)
§ 2	关于高次方程的求解问题	(270)
§ 3	抽象代数学	(274)
§ 4	符号体系的使用对代数学的发展所起的作用	(277)

第三编 概率论和数理统计

第一章	随机事件和概率	(283)
§ 1	概述	(283)
§ 2	古典概率	(286)
§ 3	统计概率	(292)
§ 4	概率的性质	(294)
§ 5	条件概率	(298)
§ 6	事件的独立性	(306)
	习题 3.1	(311)
第二章	随机变量和它的概率分布	(314)
§ 1	随机变量和它的分布函数	(314)
§ 2	离散型随机变量和连续型随机变量	(318)
§ 3	多维随机变量及其分布	(330)
§ 4	随机变量的数字特征	(337)
§ 5	随机变量的极限定理	(344)
	习题 3.2	(348)
第三章	数理统计的基本方法	(350)
§ 1	概述	(350)
§ 2	母体和样本	(353)
§ 3	参数的点估计	(355)

§ 4 参数的区间估计	(361)
§ 5 假设检验	(365)
习题 3.3	(371)
常用数理统计表	(373)

第四编 运筹学方法

第一章 线性规划	(383)
§ 1 线性规划模型	(384)
§ 2 图解法	(392)
§ 3 单纯形法	(395)
§ 4 几点说明	(410)
习题 4.1	(413)
第二章 对偶线性规划与灵敏度分析	(416)
§ 1 线性规划的对偶问题	(416)
§ 2 灵敏度分析	(423)
习题 4.2	(430)
第三章 决策与对策	(432)
§ 1 在风险条件下的决策	(433)
§ 2 在不确定条件下的决策	(439)
§ 3 对策论	(445)
习题 4.3	(465)

绪论：数学概论

考虑到数学有无穷多的主题内容，数学，甚至是现代数学也是处于婴儿时期的一门科学。如果文明继续发展，那么在今后两千年，人类思想中压倒一切的新特点就是数学悟性要占统治地位。

——A. N. 怀特海

§ 1 数学是什么

数学是我们时代有势力的科学，它不声不响地扩大它所征服的领域；那种不用数学为自己服务的人将会发现数学被别人用来反对他自己。

——J. F. 赫尔巴特

《数学是什么》是 20 世纪著名数学家库朗(R. Courant)的名著。每一个受过教育的人都不会认为自己不知道数学是什么。但是读过这本书的学生、教师以至数学专家都感到受益匪浅。人们了解数学是通过像算术、代数、几何和微积分等教本和专著，知道数学的一些内容。但是这只是数学极小的一部分。现代数学已经有几十个分支，而世界上顶尖的数学家也只能通晓其中几个分支。因此通过博览群书来了解数学全貌是不可能(当然也不必要)的。对于数学教育，库朗很不满意，他写道：“……教育方法有时流于机械，不能体现出这门学科乃是一种震撼人们心灵的、智力奋斗的结晶；这种奋斗已经经历了 2500 多年之久，它深深扎根于人类活动的许多领域，并且，只要人类认识自己和认识自然的努力一日不止，这种奋斗就将继续不已。”库朗认为，教育应该使人了解数

学在人类认识自己和认识自然中所起的作用，而不只是学一些数学理论和公式。他的著作是为纠正传统数学教育的欠缺而作，因此使人感到耳目一新。但是在此书出版 50 多年后的今天，我们的教材并没有显著的改进。2000 多年以来，数学教材都以欧几里得 (Euclid) 的《几何原本》为样本，用最简练最严密的方式去叙述该课程的内容。这种深刻而精确的叙述是数学的一种骄傲。但是对学生而言，从中看不出这些深刻理论的来源和用处，既体味不出库朗所说的“震撼人类心灵”之处，也领会不到数学如何“扎根于人类活动的许多领域”之中。

凡学过数学的人，都能领略到它的理论抽象、逻辑严密，从而显示出一种其他学科无法比拟的精确和可靠。但是人们更需要了解的是数学对整个人类文明的重要影响。回顾人类的文明史，2500 年来，数学一直在追求真理，而且成就辉煌，数学使人类充满自信，因为由此能够俯视世界、探索宇宙。人类改变世界和自身所依赖的是科学，而科学之所以能实现人的意志是因为科学的数学化。马克思说：“一门科学，只有当它成功地运用数学时，才能达到真正完善的地步。”在 100 多年前，成功地由数学完善其理论的不过是力学、天文和某些物理分支。化学很少用数学，生物与数学无关。而现在完全不同了，几乎所有科学，不但是自然科学，而且在社会科学和人文科学的各领域中，都正在大量采用数学理论。这正是 20 世纪人类社会和自然面貌迅速改变的原因。我们可以回顾一下，在人类进入近代文明之前，对世界的描述多数是定性的，诸如“日月星辰绕地球旋转”、“重的物体下落比较轻的快”之类的“规律”很多。而现在的科学则要求知道，一个物体以什么速度沿什么轨迹运行，要求知道各种量之间的数学关系，因此可以分毫不差地预测日食的时间与过程，可以准确无误地按时把人送到月球上指定的地点。一个科学理论，必须经得起反复观察验证，而且可以精确地预言即将出现的事物和现象，只有这样才能按照人的意志改造客观世界。不论是验证还是预言，都需要有量的标准，这就要求科学数学化。现在，数学化了的科学已经渗透到社会的所有领域的各个层面，人类可以在大范围内预报中、长期的气象，可以预料一个地区、一个国家甚至全世界的经济前景。这是因为现在对于这些看似杂乱纷纭的现象已经可以作出数学模型，再经

过演算和推理得出人们想知道的结论。金融、保险、教育、人口、资源、遗传,甚至语言、历史、文学都不同程度地采用数学方法,许多领域的科学论文以它所使用的数学工具作为评估标准之一。电视、通信、摄影技术正在数字化,其目的在于通过计算机技术更准确细微地反映图像、声音。甚至歌星与球队的排名都有许多计算方法。因此有人说:“一个国家的科学进步可以用它消耗的数学来度量。”联合国教科文组织在1992年于巴西的里约热内卢召开大会,会后发表宣言指出:“纯粹数学和应用数学是理解世界的一把主要钥匙。”并且为引起全世界对数学的关心,决定把2000年定为“世界数学年”。

数学源于认识自然又用于改造世界,因此曾被视为一种自然真理。但是从数学发展历史看,任何重大的数学理论,都不是发源于直接应用的动机。欧几里得几何、微积分方法、集合论都不是为解决某个实用问题而创造的。相反,一些可能被认为是纯属子虚乌有的人脑构造物,却被证明具有实用价值,深刻地反映了客观世界的重要特征。例如虚数是解代数方程时的虚构的数,只是为了保证每个代数方程都有解,而且 n 次代数方程有 n 个解,满足了数学家对于理论对称完美的要求。许多数学家并不承认虚数有几百年的历史,承认的也只是将它当作一种有用的符号姑妄存之。但是虚数后来被证明是描写平面向量的有效工具,在流体力学中使用得如此得心应手,以至于哈密顿(Hamilton)用了十几年时间构思一种现在称之为四元数的超复数,以便相似地用来描写空间向量。又如著名的非欧几何,它否定了平行公理:“直线外一点确定一条直线与该直线平行”。当时的所有数学家,除了少数几个例外,都反对这种“奇谈怪论”。尽管它在逻辑上看不出矛盾,但太不合常识了,因而没有什么人重视它。但是非欧几何却在发明几十年之后,被爱因斯坦(A. Einstein)成功地用来表示他的著名的广义相对论。欧氏几何是牛顿(I. Newton)力学的空间模型,虽然符合人的日常经验,但不符合物理现实。日常经验是日出日落,而物理现实是地球在环绕太阳运行。日常经验是空间与存在于其中的物体无关,而爱因斯坦认为空间会受物体的引力而弯曲。由于日常物体的引力太小,空间的弯曲几乎看得出来,在巨大的物体形成超常引力时,空间的弯曲变得明显。例如他认为

光线通过太阳附近时,就不再沿直线行进。因此在巨大的宇宙天体附近,“平面”将不平,“直线”会不直,而这正是非欧几何的主要特征。爱因斯坦采用非欧几何中的一种——黎曼(G. Riemann)几何,作为他的相对论力学的空间模型,取得了极大的成功。牛顿力学只是相对论力学的一种特殊情形:引力不大时的一种近似。因而欧氏几何非但不是2000年来一直认为的那样,是描述客观空间的惟一真理,而只是另一种更深刻的空间模型的近似。数学失去了代表自然真理的绝对地位。与此同时,自然科学也出现了大动荡,大多数被认为天经地义的基本定律被逐一否定。因提出量子论而获诺贝尔奖的普朗克(M. Planck)说,在科学园地中已“难得找到一个不会被人怀疑的基本原理,同时也难得找到一种无稽之谈是人所不信的”。总之,从牛顿发明微积分,经历200年不懈努力,用精确的数学为大自然编织的完美而和谐的蓝图,被发现只是人们一厢情愿的美妙的构想。科学家们因曾被视作神圣的经典秩序被毁坏而痛心疾首,提出著名的数学变换来解释光速不变原理的洛仑兹(H. Lorentz),伤心之余甚至激愤地说:“在这样的时期,已经没有真理的标准,也不知道科学是什么了。”

不过数学失去的只是神圣的地位,这使它回到现实。人们认识到数学用于一种科学时,主要依赖的不过是对模型的分析。一旦模型被数学化,就不再有任何物理的、化学的、生物的具体特性,只剩下纯粹的量的关系结构。牛顿力学、爱因斯坦相对论都以纯数学形式表示。质量、能量、万有引力等都是数学概念用来表示客观世界的数量关系。在建立了万有引力和相对论的数学模型之后,物理学家脱离了原来的物理背景,开始了对量的关系结构的分析——一种漫长而复杂的计算和推理过程。这个过程纯粹是人脑的产物,而计算推理得出的结论又惊人地与现实相符。例如根据万有引力和牛顿定律用微积分可以准确地算出行星运行的椭圆轨道。又例如,爱因斯坦在狭义相对论假设的前提下,推导出著名的质能转化公式 $E=mc^2$,它说明不仅运动的物体有能量,即使“静止”的物质也有能量。这个大胆的数学预测,日后不断为实验所证明,也是原子弹能爆炸的理论预测。爱因斯坦对于经过一长串纯推理得出的结论,会有如此非凡的应用感到不可思议,他说:“数学作为独立于

经验的人类思维的产物,为何与物理现实中的客体如此吻合?没有经验依据,而只靠纯粹的思维,人类就能发现实际事物的性质吗?”数学家对此的解释,是逻辑的可靠性。数学与其他任何别的科学不同,其他科学依靠的是归纳法,惟有数学证明用的是演绎法。归纳推理是由特殊导出一般结论,而演绎法则相反,是由一般到特殊的推理,使用的是各种三段论。这种推理只要前提正确,结论一定可靠,而不管这种过程是如何漫长。失去代表自然真理的权威之后,数学家寄希望于用逻辑来重建数学的至高无上的地位。由非欧几何引起的公理化运动,20世纪初发展成为数学建立基础的宏大工程。第一流的数学家全都投身于这个目标一致的工作,但很快便分裂为互相冲突的几个派别。2000年以来以观点一致为主要特征的数学共同体内,产生如此激烈的争论是空前未有的。而争论的结果更是始料未及的:数学并不存在任何可靠的基础。每一个派别都意识到自己立场的不可靠,企图建立一个可普遍接受、逻辑合理的数学体系似乎是不可能的。数学是人类的一种活动,它必然受制于人类的能力和过失。正如20世纪最伟大的数学家之一外尔(H. Weyl)所说的:“数学的终极基础和终极意义尚未解决,我们不知道沿着什么方向可以找到最终答案,或者甚至于是否有希望得到一个最终的、客观的答案。‘数学化’很可能是人类原始创造力的一项创造性活动,类似于语言或音乐,其历史观点否认完全客观的合理性。”

客观世界并不存在独立于人脑的数学真理,作为人脑创造物的数学理论也并不存在绝对可靠的理性基础,希腊意义下的数学真理的崇高地位已经失去。这固然使习惯于俯视世界的数学家不免有些失落,但也因此放松了对于数学的精确性的要求,使随机数学、模糊数学、混沌理论等能在20世纪得以迅速发展,传统上以为不能建立数学模型的,像生物、气象、经济等充满不确定因素的现象因而也可以“数学化”,数学渗透到所有领域。在应用数学影响到所有科学,并以史无前例的规模发展的同时,20世纪的大多数数学却离开了应用,脱离了各种科学而专注于纯粹数学,即纯粹人脑的自由创造物,这标志着数学发展进入了一个新时代。以往从事数学研究的曾经是哲学家、科学家,现在这项工作终于交到以数学为职业的纯粹数学家的手中。不论是应用数学还是

纯粹数学,现在已经并不十分在意数学有没有绝对可靠的基础。数学家们构造出一种公理集合论体系,目前的一切数学都可以以此为基础,而且也没有导出过任何不相容的命题。数学家已经习惯于这种相对可靠性。实际上,数学从一开始就存在着各种不确定因素,并导致矛盾。这并不妨碍数学的发展,而且随着数学的发展,会促使理论的修正更新,原以为是矛盾的和不确定的因素,会因而随之得到解决。一群署名布尔巴基(N. Bourbaki)的法国数学家,充满信心地指出:“至今已有 25 个世纪之久的这段时期,数学家们一直在改正他们的错误,并且看到了这门科学的欣欣向荣,而不是枯竭衰败,这使他们有权力对未来充满希望。”

20 世纪初科学与数学中出现的深刻变化,促使人们从哲学高度进行反思,从整个文明发展进程中加以总结,认识到:数学是一种语言,它精确地描述着自然界和人类自身;数学是一种工具,它普遍地适用于所有科学领域;数学是一种精神,它理性地促使人类的思维日臻完美;数学是一种文化,它决定性地影响到人类的物质和精神文明的所有方面。

§ 2 数学科学的形成

若想预见数学的未来,正确的方法是研究它的历史和现状。

——J. H. 庞加莱

当人类试图按自己的意志来支配自然界时,就需要用数学的方法来构想、描述和落实,因此在人类文明之初就诞生了数学。每一个伟大的古代文明,如巴比伦、埃及、中国、希腊和印度都有重要的数学发明,不过按现代意义讲,数学形成于古希腊。著名的欧几里得几何学是第一个成熟的数学分支。相比于欧几里得几何学,其他文明中的数学并未形成一个独立体系,也没有形成一套方法,而是一系列互相无关的,用于帮助解决日常问题的规则,诸如推算日历,用于农业和商业的数学法则。这些法则如同人类其他知识一样是源于经验归纳而成的,因此往往只是近似正确,有许多像“周三径一”以三表示圆周率这样的命题。欧几

里得几何与这些法则不同,它是一个逻辑严密的庞大体系,从10条公理出发推导出467个命题,此后的阿波罗尼斯(Apollonius)又继续推导出487个命题,采用的是与归纳思维法相反的演绎推理。演绎是相对于归纳而言的。归纳法是由特殊到一般。人总是在多次经历了具体事件后归纳出一般的法则。而演绎法正好相反,它从一般的结论导出特殊的事物。例如“一个运用数学的科学是成熟的科学”,这一命题是一个一般命题,即所谓大前提;“物理学运用了数学”这是一个特殊的命题,即所谓小前提;由以上两点可以得出结论:“物理学是成熟的科学。”这就是常说的三段论逻辑。演绎法就是运用这样的逻辑,其主要特征是在前提正确的情况下,结论一定正确。欧氏几何从10条不需证明即为人们承认的公理出发,演绎出规模如此宏大的逻辑结构,自然引发人们的无上敬佩之情。正如爱因斯坦所说:“世界第一次目睹了一个逻辑体系的奇迹,这个逻辑体系如此精密地一步步推进,以致它的每一个命题都是绝对不容置疑的——我这里说的是欧几里得几何。推理的这种可赞叹的胜利,使人类理智获得了为取得以后的成就所必需的信心。”从此,只要有可能,不论是神学的、哲学的、政治学的,尤其是科学的著作,都尽量模仿欧几里得的方式写作。其中最著名的当数牛顿的巨著《自然哲学的数学原理》。这些事实正如柏拉图预言的:“几何学会把灵魂引向真理,并产生哲学精神。”

有人作过统计,从古至今,除圣经之外,出版份数最多的就数欧几里得的《几何原本》了。现在大家都对演绎法习以为常了,但只要观察一下刚学几何的学生对这种论证方法的不适应,就可以想像人类首次采用演绎法写书是多么伟大的创举。可以说,对于数学本身欧几里得的贡献并不是很大,但他那种以逻辑方式组织和表达数学理论则是一个伟大的首创,成了此后一切数学著作模仿的典范。正像任何伟大创造不可能由某个个人独立完成一样,欧几里得几何是希腊文明长期培育下的产物,在欧几里得动手写作之前有许多人在数学和逻辑两方面做出了奠基性的工作。《几何原本》内的所有最重要的内容,在欧几里得之前都已经被发现了。逻辑同样是希腊学者关注的课题。在欧几里得用公理演绎方法重组数学理论之前,亚里士多德(Aristotle)已经把建立在各