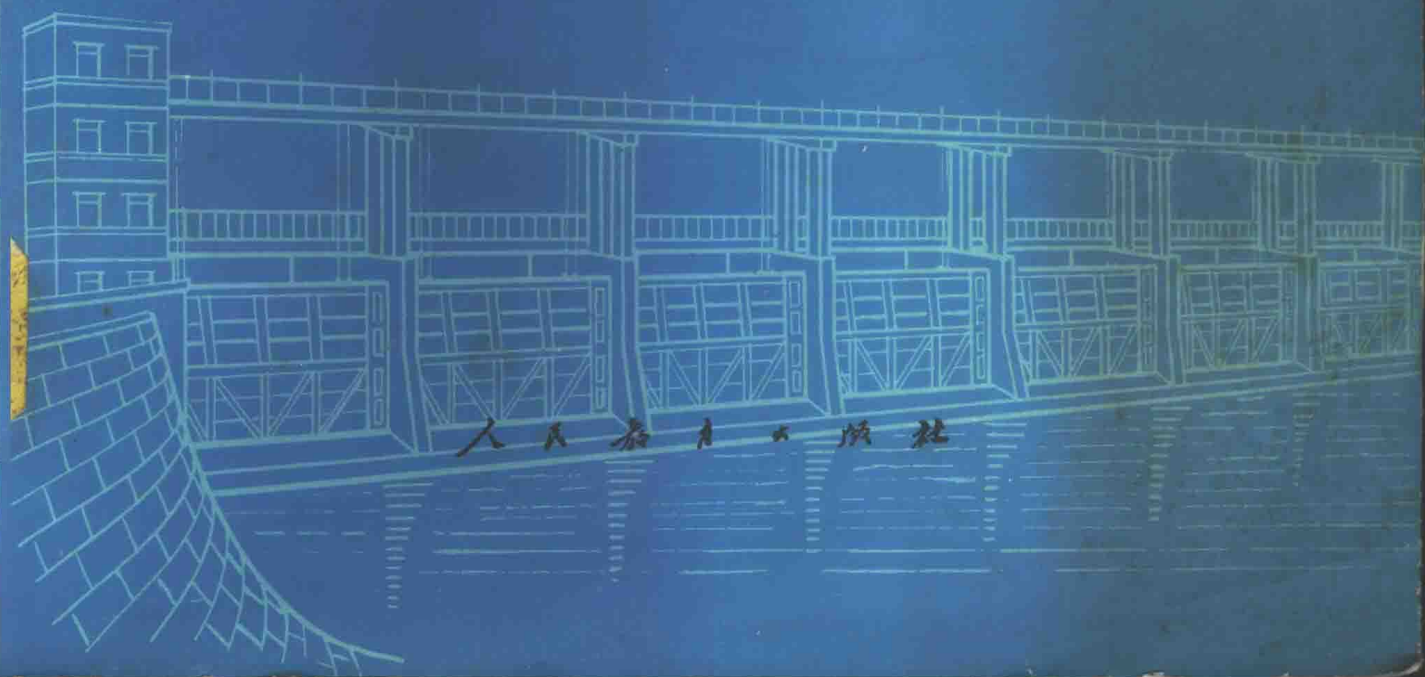


工程力学与工程结构

下 册

武汉水利电力学院
工程力学与工程结构教研室



人民教育出版社

高等学校教学参考书

工程力学与工程结构

下 册

武汉水利电力学院
工程力学与工程结构教研室

人民教育出版社

工程力学与工程结构

下 册

武汉水利电力学院
工程力学与工程结构教研室

·*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

长春新华印刷厂印装

*

1978年4月第1版 1978年12月第1次印刷

书号 15012·058 定价 1.60 元

目 录

第二十六章 结构的动力计算	1
第一节 工程结构中的动力计算问题.....	1
第二节 等加速度运动构件的计算.....	2
第三节 简单冲击作用的计算.....	4
第四节 单自由度系统的振动.....	9
第五节 多自由度系统的振动.....	21
第六节 无限多自由度系统的自振频率.....	30
第七节 用能量法计算结构的自振频率.....	34
第八节 地震和地震荷载理论概述.....	37
第九节 工程抗震设计简介.....	41
小结.....	50
习题.....	51
第二十七章 预应力混凝土结构	55
第一节 预应力混凝土的特点.....	55
第二节 施加预应力的方法.....	57
第三节 预应力混凝土结构对材料的要求.....	62
第四节 预应力钢筋的控制应力和预应力损失.....	65
第五节 预应力混凝土受弯构件的计算.....	70
第六节 预应力在水工建筑物中的应用.....	89
小结.....	103
习题.....	104
第二十八章 钢丝网水泥结构	106
第一节 钢丝网水泥结构的材料.....	106
第二节 钢丝网水泥的主要力学性能.....	108
第三节 钢丝网水泥结构的计算.....	112
第四节 钢丝网水泥结构的建造工艺和维修.....	121
第五节 预应力加筋钢丝网水泥压力水管设计实例.....	124
小结.....	129
习题.....	130
第二十九章 砖石结构	131
第一节 砖石结构的应用.....	131
第二节 砖石材料和砖石砌体.....	132
第三节 砖石砌体构件的强度计算.....	140
第四节 砖石结构房屋建筑的计算方法和一般构造.....	145
小结.....	169
习题.....	170

第三十章 平面杆系结构的有限单元法	171
第一节 有限单元法的基本概念.....	171
第二节 等截面直杆单元的刚度分析 单元刚度矩阵.....	173
第三节 结点荷载作用下结构的计算 结构刚度矩阵.....	183
第四节 一般荷载作用下结构的计算.....	194
第五节 杆端内力 杆端内力矩阵.....	197
小结.....	210
习题.....	211
第三十一章 平面应力分析中的有限单元法	212
第一节 弹性力学的基本知识.....	212
第二节 平面问题有限单元法的基本概念.....	223
第三节 变位模式.....	228
第四节 几何矩阵和应力矩阵.....	232
第五节 单元刚度矩阵.....	234
第六节 结构刚度矩阵.....	236
第七节 结点荷载列矩阵.....	239
第八节 解题步骤.....	246
第九节 有限单元的选择与改进.....	250
第十节 计算实例.....	253
小结.....	266
习题.....	267
附录XII 单阶柱的变位公式	269
附录XIII 砖砌体常用截面特征表	273
附录XIV 矩阵代数基础	289
第一节 矩阵的概念.....	289
第二节 矩阵的加、减及数乘.....	291
第三节 矩阵的乘法.....	292
第四节 正定矩阵和二次型.....	294
第五节 逆矩阵的概念.....	295
第六节 分块矩阵.....	297
第七节 秩的概念.....	298

附表索引

表 26-1	各种类型梁的 α_i 值	31
表 26-2	各种支承条件的 β 值	33
表 26-3	各种支承条件的 ξ 值	33
表 26-4	地震系数 k	44
表 26-5	地震影响系数 α 的最大值	45
表 26-6	结构影响系数 C 值	46
表 26-7	地震加速度分布系数 α_i 值	49
表 26-8	地震惯性力系数 F 及其分布系数 Δ_i	50
表 27-1	钢丝设计强度	64
表 27-2	钢筋的标准强度	64
表 27-3	钢丝的标准强度	65
表 27-4	钢筋的弹性模量	65
表 27-5	张拉控制应力值 σ_k	66
表 27-6	锚具的变形值 λ	67
表 27-7	系数 k 和 μ 值	68
表 27-8	混凝土收缩、徐变引起的预应力损失值	69
表 27-9	各阶段预应力损失值的组合	69
表 27-10	预应力钢筋的张拉程序	70
表 27-11	先张法预应力混凝土受弯构件在各个阶段的应力变化情况	71
表 27-12	预应力混凝土结构的基本安全系数	73
表 27-13	预应力钢筋锚固长度	77
表 27-14	γ_s 取值表	80
表 27-15	受拉区混凝土塑性影响系数 γ 值	81
表 27-16	预应力钢筋传递长度 l_t	84
表 28-1	钢丝与加筋拉断强度相差较大时 σ_{g1} 、 σ_{g2} 的取值	118
表 28-2	涂料配方	124
表 29-1	砌体的抗压强度计算公式	135
表 29-2	砖、空心砖和硅酸盐砖砌体的抗压强度 R	135
表 29-3	每皮高度为 40 厘米的砌块和料石砌体的抗压强度 R	136
表 29-4	乱毛石砌体的抗压强度 R	136
表 29-5	沿砌体的灰缝截面破坏时,砌体的轴心抗拉强度 R_t , 弯曲抗拉强度 R_{wt} 和抗剪强度 R_j	137
表 29-6	沿砌体的砖石截面破坏时,砌体的轴心抗拉强度 R_t 和弯曲抗拉强度 R_{wt}	137
表 29-7	砌体的弹性模量 E	139
表 29-8	摩擦系数 f	139
表 29-9	砌体的线膨胀系数	139
表 29-10	水工砖石结构的安全系数	140
表 29-11	受压构件的纵向弯曲系数 φ	141
表 29-12	矩形和 T 形截面纵向力的偏心影响系数 α	142

表 29-13	刚性、刚弹性和弹性方案房屋的横墙间距 l	147
表 29-14	侧移折减系数 m	150
表 29-15	单跨对称排架计算公式	151
表 29-16	安全系数 K	153
表 29-17	受压构件的计算高度 H_0	153
表 29-18	墙、柱的容许高厚比 $[\beta]$ 值	155
表 29-19	刚性基础台阶宽高比的容许值	157
表 31-1	平面应力分析的各种单元	252
表 II-1	单阶柱的变位公式	269
表 III-1	砖砌体 T 形截面(1 砖厚墙)特征表	273
表 III-2	砖砌体 T 形截面(1 砖半厚墙)特征表	279
表 III-3	砖砌体十字形截面特征表	285

在上册和中册中,已经着重介绍了有关工程力学和结构计算的基本知识、单个基本构件和常见构件系统的设计计算和构造问题、某些有关的专题。在下册中,我们将再介绍几个专题,它们是:结构的动力计算、预应力混凝土结构、钢丝网水泥结构、砖石结构、平面杆系结构的有限单元法、平面应力分析中的有限单元法,读者可以根据专业的需要,有选择地进行学习。

第二十六章 结构的动力计算

我们以前所讨论的主要是结构的静力计算问题。上册第一章第四节指出:“静力荷载是缓慢地加到结构上的荷载”,在这种荷载作用下,可以忽略结构上质量(包括结构本身和附着于结构上的其他物体的质量)的加速度以及由此而引起的惯性力^①或动能的影响。但是,结构在动力荷载作用下,情况就不同了。所谓动力荷载就是指能够使结构上质量产生较大的加速度,计算时必须考虑惯性力或动能影响的荷载。

在本章内,我们将对有关结构在动力荷载作用下计算的一些基本概念、基本知识和几个比较简单的结构动力计算问题,进行扼要的介绍;此外,还要简要介绍有关地震和抗震建筑物设计的一些基本知识。

第一节 工程结构中的动力计算问题

在工程结构中,会经常遇到动力荷载的问题。例如图 26-1 中所示刚架上的机器,如果机器的转动部分有一个偏心质量 M , 它与转轴的距离为 r , 则当它以角速度 θ ($\theta = \frac{2\pi n}{60}$ 弧度/秒, n 为每分钟转数) 转动时,会产生离心力

$$p = M\theta^2 r.$$

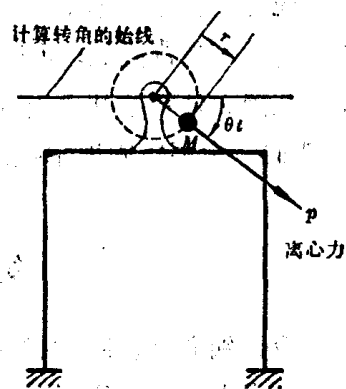


图 26-1

① 所谓物体的惯性力,就是当物体在力的作用下发生运动状态的改变时,由该物体给予施力物体的反作用力。例如有人用手推小车,使小车的速度发生改变,同时人的手会感到小车的压力,这个压力就是小车对人手反作用力,即小车的惯性力。如果对物体的作用力(包括荷载和约束反力)为 F , 对施力物体反作用的惯性力为 F_i , 根据作用力与反作用力定律知道, $F_i = -F$, 即 $F_i = -ma$, 其中的 m 为物体的质量, a 为物体的加速度。可见,物体的惯性力的大小等于物体的质量与其加速度的乘积,方向与加速度的方向相反,作用在使该物体运动状态发生改变的其他物体上。

我们用向右的水平线为计算转角的始线，经过时间 t 后转角为 θt ，这时离心力 p 的竖向分量和水平分量分别为：

$$p \sin \theta t = M \theta^2 r \sin \theta t,$$
$$p \cos \theta t = M \theta^2 r \cos \theta t.$$

上式说明它们都是按简谐规律变化、作用在刚架上的周期荷载。所谓周期荷载就是指作用在结构上的加载数量随时间按周期性改变的荷载。周期荷载是一种常见的动力荷载。

又如波浪对水工建筑物的冲击、爆破时冲击波对防护结构的冲击、打桩时汽锤对桩的冲击等都是所谓冲击荷载。冲击荷载是指在非常短促的时间内作用在结构上的荷载，这种荷载也是一种常见的动力荷载。

结构的动力计算是工程力学中的一个重要课题，它主要是研究动力荷载对结构的作用。

结构动力计算的任务是：研究如何正确处理结构所受的动力荷载与结构本身的承载力之间的矛盾，设计出既安全适用、经济合理又技术先进的结构物。

为了达到上述目的，在结构动力计算中具体研究的内容包括：

- (1) 结构本身的动力特征(如振型、频率、阻尼等)的研究。
- (2) 荷载本身规律的研究。
- (3) 在荷载作用下结构的动力反应(如内力、应力、变形等)的研究。

在工程实际中，结构的动力计算问题是多种多样的，本章只介绍以下四种类型的问题：

- (1) 等加速度运动构件的计算；
- (2) 冲击问题的计算；
- (3) 振动问题的计算；
- (4) 结构在地震力作用下的计算。

此外，还应指出，由于工程实际中的动力计算问题常常是很复杂的，在本章中不可能把所有的问题都涉及到，而主要是介绍结构动力计算的一些基本原理和基本方法。动力计算是建立在静力计算的基础上的，在结构的动力计算中，经常要引用结构静力计算的一些基本知识，我们一定要牢固地掌握结构静力计算的基本知识，以便更好地学习结构的动力计算问题。

第二节 等加速度运动构件的计算

我们知道，惯性力的大小等于运动物体的质量与其加速度的乘积。因此，从有没有惯性力这一点来看，直线等速运动(加速度等于零)与静力状态是相同的(惯性力都等于零)。对于加速度不等于零的情况，惯性力也就不等于零。对于这种情况又可分为两种形式——等加速度运动和变加速度运动。在等加速度运动情况下，惯性力是一个定值，在变加速度运动情况下，惯性力是时间的函数，即构件处于变荷载情况下。在本节只讨论等加速度运动构件的计算。

由于一个物体的惯性力并不是作用在这个物体上，因此，尽管惯性力与对这个物体的作

用力是等值而反向,但由于它们是作用在不同的物体上,所以,不能认为两者彼此平衡。但是,为了计算结构动力问题的方便,可以设想:“在某一物体上,除了作用有主动力(荷载)和约束反力外,如果再假想地认为也作用有惯性力,则这些力在形式上将组成一平衡力系”。这就是所谓达朗伯原理。显然这个原理只是作为计算结构动力问题的一个方便的手段,并不是说明这些力是一个平衡力系,物体处于平衡状态。根据这个原理,我们只要假想地在物体上加上惯性力,就可以将静力学的解题方法引用到动力学方面来。达朗伯原理是动力学中的一个重要的和应用得很广泛的原理。下面首先介绍这个原理在等加速度运动构件计算中的应用。在以后各节中还要陆续介绍它在其他方面的应用。

图 26-2a 表示一起重机。它的吊索以等加速度 a 向上运动,吊索的截面积为 A ,容重为 γ ;被吊起的物体重量为 Q 。试求距下端为 x 的截面上的轴力 N 。取脱离体如图 26-2b 所示,作用在脱离体上的力有向上的轴力 N_d ,向下的物体重量 Q ,吊索自重 γAx 和假想地加上的惯性力 $\frac{Q+\gamma Ax}{g}a$,其中 $g=9.81$ 米/秒² 为重力加速度。

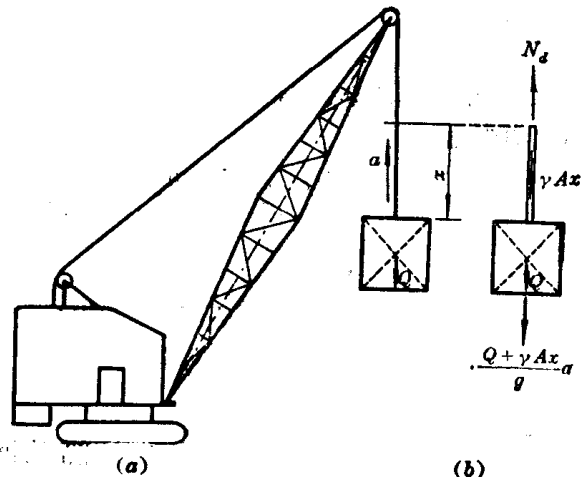


图 26-2

由平衡条件 $\Sigma X=0$, 得

$$N_d = Q + \gamma Ax + \frac{Q + \gamma Ax}{g}a = (Q + \gamma Ax)\left(1 + \frac{a}{g}\right) \quad (a)$$

式中的 $(Q + \gamma Ax)$ 为静力荷载在吊索 x 截面上引起的内力 N_j , 故

$$N_d = N_j\left(1 + \frac{a}{g}\right) \quad (b)$$

即动力内力 N_d 等于静力内力 N_j 乘以系数 $\left(1 + \frac{a}{g}\right)$ 。我们把这个系数叫做动力系数,用 μ 表示,于是有

$$N_d = \mu N_j \quad (c)$$

式中的

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \quad (26-1)$$

式(c)说明,动力内力的计算可以通过将动力系数 μ 和静力内力相乘来完成。同理,将动力系数 μ 和静力应力 σ_j 相乘即可求得动力应力

$$\sigma_d = \mu \sigma_j \quad (26-2)$$

动力系数 μ 的概念在结构的动力计算中是非常有用的,通过它就可以把动力计算问题转化为静力计算问题,即只需把由静力计算所得的结果乘上一个动力系数就可以了。但是,不同的动力情况其动力系数 μ 是不相同的。对本节所述等加速度运动构件来说, μ 如式(26

-1)所示。在本章的其他一些计算问题中,还会遇到不同形式的动力系数这个概念。

例题 26-1 试确定图 26-3a 所示绳索的横截面积 A 。已知:提升物体的重量 $Q=4000\text{ kg}$,上升时的最大加速度 $a=5\text{ m/s}^2$; 绳的容许拉应力 $[\sigma]=800\text{ kg/cm}^2$,绳索本身的质量相对于物体的质量来说很小,可以忽略不计。

解:

(1) 确定动力内力 N_d 取脱离体如图 26-3b 所示,由静力平衡条件可知

$$N_j = 4000\text{ kg}.$$

动力系数

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right) = \left(1 + \frac{5}{9.81}\right) = 1.51.$$

故

$$N_d = \mu N_j = 1.51 \times 4000 = 6040\text{ kg}.$$

(2) 确定绳索的横截面积

写出强度条件:

$$\frac{N_d}{A} \leq [\sigma], \text{即 } \frac{6040}{A} \leq 800\text{ kg/cm}^2,$$

因此

$$A \geq \frac{6040}{800} = 7.55\text{ cm}^2.$$

取

$$A = 8\text{ cm}^2.$$

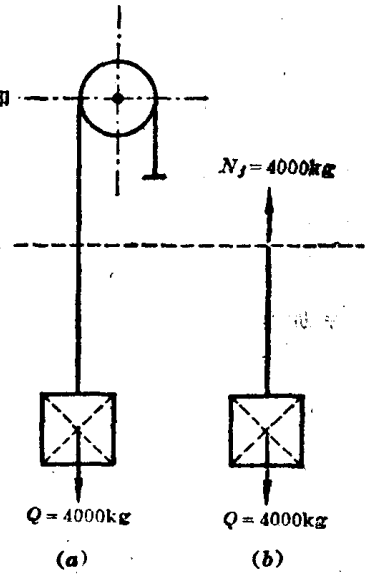


图 26-3

第三节 简单冲击作用的计算

当物体(冲击物)以一定的速度作用到构件(被冲击物)上时,在极短的时间内构件使物体的速度发生极大的改变,也就是物体产生了很大的负加速度,这种现象就是冲击作用,如图 26-4a 所示。冲击物和被冲击物之间相互作用着非常大的挤压力,它是由冲击物的惯性力产生的。设冲击物的负加速度为 a ,重量为 Q ,则惯性力为:

$$Z = \frac{Q}{g} a.$$

由于这个惯性力的作用,在被冲击物中产生了应力和变形。

由于冲击时速度的改变时间极为短暂,很难测定出负加速度 a 来,所以在实用上不能用惯性力来计算被冲击物中的应力和变形。同时在工程实际中,所需要知道的是被冲击物中的最大应力和变形值,故可应用能量法近似计算出它们的数值。为了简化计算,在计算中采用了以下能够近似反映实际情况的假定:

- (1) 不考虑冲击物的变形,即不考虑冲击物的变形能;
- (2) 不考虑被冲击物的质量;
- (3) 认为在冲击后冲击物与被冲击物在一块运动;
- (4) 不考虑冲击时热能等的损失,即认为只有动能与位能的转化。

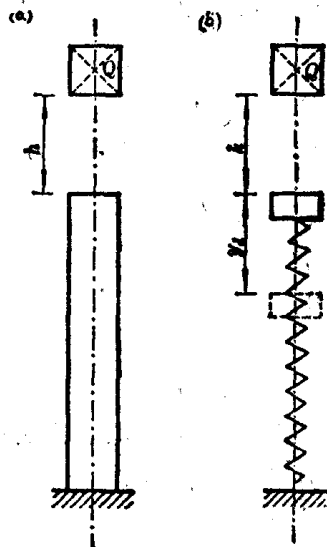


图 26-4

如图 26-4b 所示, 设一重物 Q 从高度 h 处落下冲击在下面的弹性系统——弹簧(它代表任何一种结构)上面。设弹簧的弹性系数为 α ; 在冲击的瞬间弹性系统产生的变形为 y_d ; 弹性系统所受的动力荷载为 P_d 。根据能量守恒定律, 冲击物的全部动能 K_{\max} 将完全转变为位能(弹性变形能) U_{\max} , 即

$$K_{\max} = U_{\max}. \quad (a)$$

当我们所研究的是由于自由落体而造成的冲击情况时, 则冲击物的动能 K_{\max} 可以用它所具有的位能来表示, 即

$$K_{\max} = Q(h + y_d). \quad (b)$$

下面计算弹性系统的弹性变形能 U_{\max} 。实验指出, 结构在动力荷载作用下, 如应力在比例极限内, 虎克定律仍旧有效, 而且弹性系数 α 也保持着与静力荷载作用下的相同数值(即可以利用 $Q = \alpha y_j$, 得出 $\alpha = \frac{Q}{y_j}$)。在冲击时, 动力荷载 P_d 和变形 y_d 在极短时间内由零增加到最终值, 故

$$P_d = \alpha y_d = \frac{Q}{y_j} y_d. \quad (c)$$

式中的 y_j 为弹性系统在 Q 的静力作用下产生的变形。

在静力作用下, 弹性系统的弹性变形能等于作用力与相应的变形乘积的一半。在动力作用下, 只要应力与应变成线性关系, 仍存在这种关系, 即

$$U_{\max} = \frac{1}{2} P_d y_d = \frac{Q}{2 y_j} y_d^2. \quad (d)$$

将式(b)和(d)代入式(a)得到

$$Q(h + y_d) = \frac{1}{2} \frac{Q}{y_j} y_d^2$$

或

$$y_d^2 - 2y_d y_j - 2h y_j = 0.$$

于是可解出

$$y_d = y_j \pm \sqrt{y_j^2 + 2h y_j}.$$

因为我们所要求的是冲击时的最大变形, 所以取正号, 即

$$y_d = y_j + \sqrt{y_j^2 + 2h y_j} = y_j \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_j}} \right] = \mu y_j. \quad (26-3)$$

式中的

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_j}}. \quad (26-4)$$

我们把上式中的 μ 叫做冲击作用的动力系数。这个动力系数计算式适用于冲击物自由下落时所造成的冲击情况。

由式(c)可得动力荷载为

$$P_d = \frac{Q}{y_j} y_d = Q \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_j}} \right] = \mu Q. \quad (26-5)$$

同样, 有了动力系数 μ 值就不难求出动力内力和动力应力。

如果知道在冲击开始时,冲击物的速度为 v , 则式(26-4)中冲击物下落前的高度 h 可以用 $\frac{v^2}{2g}$ (因为 $Qh = \frac{Qv^2}{2g}$) 来代替, 即

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{gy_j}} \quad (26-6)$$

在实际计算中, 我们常作如下的近似处理, 即:

当 $\frac{2h}{y_j} > 10$, 或 $\frac{v^2}{gy_j} > 10$ 时, 略去动力系数 μ 式中根号内的“1”, 使

$$\mu = 1 + \sqrt{\frac{2h}{y_j}}, \text{ 或 } \mu = 1 + \sqrt{\frac{v^2}{gy_j}} = 1 + \frac{v}{\sqrt{gy_j}}.$$

当 $\frac{2h}{y_j} > 100$ 或 $\frac{v^2}{gy_j} > 100$ 时, 同时略去根号外和根号内的“1”, 使

$$\mu = \sqrt{\frac{2h}{y_j}} \text{ 或 } \mu = \frac{v}{\sqrt{gy_j}}.$$

实践证明, 这样近似处理的结果误差不大。

当我们研究的冲击物不是自由落体, 而是以等速度 v 从水平方向冲击结构时, 仍然可以根据式(a)来计算。这时冲击物的动能为

$$K_{\max} = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{Qv^2}{2g},$$

式中的 M 为冲击物的质量。而被冲击系统的弹性变形能仍如式(d)所示, 即

$$U_{\max} = \frac{1}{2} P_d y_d = \frac{Q}{2y_j} y_d^2.$$

根据

$$K_{\max} = U_{\max},$$

可得

$$\frac{Qv^2}{2g} = \frac{Q}{2y_j} y_d^2 \text{ 或 } y_d^2 = y_j^2 \left(\frac{v^2}{gy_j} \right).$$

因此

$$y_d = y_j \left(\frac{v}{\sqrt{gy_j}} \right) = \mu y_j.$$

上式中的动力系数为

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{gy_j}} \quad (26-7)$$

式(26-7)就是重物以等速度从水平方向冲击结构时, 计算动力系数 μ 值的公式。注意: 式(26-7)与上面对自由落体的冲击计算时, 近似处理而得到的动力系数

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{gy_j}}$$

虽然完全相同, 但这个公式对于重物以等速度从水平方向冲击结构来说就不是近似处理的

结果了。

以上讨论了构件承受冲击荷载时应力和变形的计算。我们在设计受冲击的构件时不但要对构件内的应力进行计算,还要掌握冲击时材料的力学性质。在冲击荷载作用下,材料的力学性质与静力荷载作用下有所不同。屈服极限 σ_s 随变形速度的加大而增高;塑性材料在冲击荷载作用下会变脆,尤其在低温下冲击时更加显著(冷脆)。由于实际变形速度很难估计,所以在设计中通常仍用静力荷载强度条件,即采用静力荷载的容许应力 $[\sigma]$ 。冲击时的强度条件可写成

$$\sigma_{dmax} \leq [\sigma].$$

由于受冲击时的屈服极限比受静力荷载时的屈服荷载要高,因此,如果片面地看问题,可能认为受冲击比受静力荷载作用还偏于安全,其实不然。因为在冲击时材料会变脆,而构件中又不可避免地存在有应力集中的地方,因此,可以使构件承受冲击时的强度显著降低。在设计中为了照顾到这些因素,除要满足冲击时的强度条件外,还要符合规定的抵抗冲击的指标。

我们通常用冲击韧度 α_k 作为衡量材料抵抗冲击能力的指标。冲击韧度 α_k 也是材料的一种力学性质,可以由冲击试验来确定。将如图 26-5 所示的试件用冲击试验机的摆锤冲断,然后把冲断试件所需的功 T (单位为 $\text{kg}\cdot\text{m}$) 除以试件断裂处(有切口处)的横截面积 A (单位为 cm^2), 所得的商就是材料的冲击韧度 α_k , 即

$$\alpha_k = \frac{T}{A} \text{ (单位为 } \text{kg}\cdot\text{m}/\text{cm}^2\text{)}.$$

α_k 越大,说明材料抵抗冲击的性能越好。在设计规范中,对在不同情况下使用的材料所需的冲击韧度 α_k 一般都作了规定。例如桥梁钢的冲击韧度 α_k 通常规定在室温下不低于 $8 \sim 10 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{cm}^2$, 对在严寒地区使用的桥梁钢还应规定在低温下的冲击韧度 α_k 。

例题 26-2 如图 26-6a 所示,重物 $Q=250\text{kg}$ 从高度 $h=4\text{cm}$ 处落于一钢梁 AC 的 C 端。已知:梁由 18 工字钢制成,截面惯性矩 $I=1660\text{cm}^4$; 钢的弹性模量 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg}/\text{cm}^2$, 试求梁处在最大变形时的最大正应力 σ_{dmax} 。

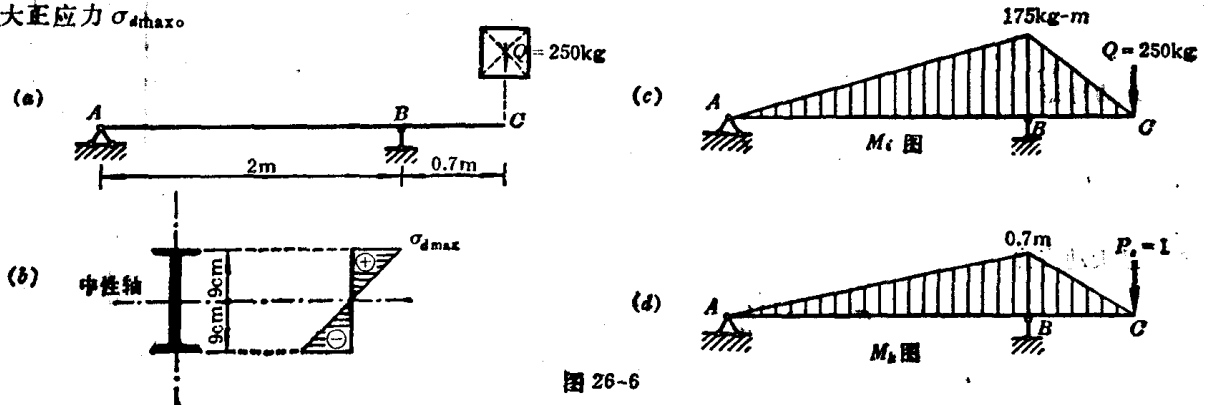


图 26-6

解:

(1) 确定 y_j

利用图乘法计算由已知重物 $Q = 250\text{kg}$ 静力作用在梁的 C 点时, 所产生的竖向变位 y_j 。为此, 绘出两个状态的弯矩图 (M_s 图和 \bar{M}_s 图), 如图 26-6c 和 d 所示。

$$y_j = \sum \int_0^s \frac{\bar{M}_s M_s}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{1}{2} \times 0.7 \times 175 \times \frac{2}{3} \times 0.7 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 175 \times \frac{2}{3} \times 0.7 \right) \right] = \frac{110}{EI} \text{kg-m}^3.$$

把 $I = 1660\text{cm}^4 = 1.66 \times 10^3 \text{cm}^4$ 和 $E = 2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 代入后, 得

$$y_j = \frac{110 \times 10^6}{2.1 \times 1.66 \times 10^9} = 0.0316 \text{cm}.$$

(2) 确定动力系数 μ

以 $h = 4\text{cm}$ 和 $y_j = 0.0316\text{cm}$ 代入式 (26-4), 得

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_j}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 4}{0.0316}} = 16.9.$$

(3) 确定动力荷载 P_d

把动力系数 $\mu = 16.9$ 代入式 (26-5), 得

$$P_d = \mu Q = 16.9 \times 250 = 4220 \text{kg}.$$

(4) 确定最大正应力 $\sigma_{d,\max}$

最大弯矩发生在截面 B 上, 即

$$M_{d,\max} = 4220 \times 0.7 = 2960 \text{kg-m}.$$

最大正应力 σ_{\max} 发生在截面 B 内距中性轴最远的点上 (图 26-6b), 即

$$\sigma_{d,\max} = \frac{2960 \times 10^2}{1660} \times 9 = 1605 \text{kg/cm}^2.$$

例 26-3 试校核图 26-7 所示的梁在承受水平冲击荷载作用时的强度。设已知: 冲击物的重量为 $Q = 50\text{t}$, 冲向梁时的行进速度为 $v = 0.35\text{m/s}$ 。冲击荷载作用在梁的中点处, 梁的截面模量 $W = 10000\text{cm}^3$, 截面惯性矩 $I = 50000\text{cm}^4$, 钢材的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$, 容许应力 $[\sigma] = 1600 \text{kg/cm}^2$ 。

解: 在 $Q = 50\text{t} = 50000\text{kg}$ 的静力作用下 (图 26-7), 在梁中点处的水平变位为

$$y_j = \frac{Ql^3}{48EI} = \frac{50000 \times 800^3}{48 \times 2.1 \times 10^6 \times 5 \times 10^5} = 0.51 \text{cm}.$$

代入式 (26-7), 得动力系数

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{gy_j}} = \frac{35}{\sqrt{981 \times 0.51}} = \frac{35}{22.3} = 1.57.$$

动力弯矩

$$\begin{aligned} M_{d,\max} &= \mu M_{j,\max} = 1.57 \times \frac{Ql}{4} = 1.57 \times \frac{50000 \times 800}{4} \\ &= 15700000 \text{kg-cm} = 1.57 \times 10^7 \text{kg-cm}. \end{aligned}$$

最大动应力

$$\begin{aligned} \sigma_{d,\max} &= \frac{M_{d,\max}}{W} = \frac{1.57 \times 10^7}{10^4} = 1.57 \times 10^3 \text{kg/cm}^2 \\ &= 1570 \text{kg/cm}^2 < [\sigma] = 1600 \text{kg/cm}^2, \text{安全}. \end{aligned}$$

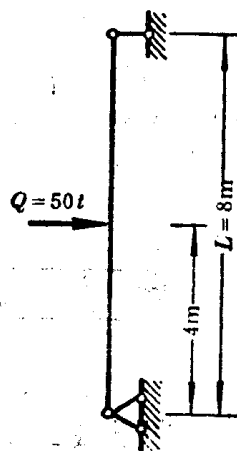


图 26-7

第四节 单自由度系统的振动

一、弹性系统的自由度

结构的动力计算也与结构的静力计算一样，首先必须确定结构的计算简图。由于在进行动力计算时要考虑惯性力，因而在动力计算的计算简图中必须反映出质量的分布情况。实际上，工程结构的质量都是分布质量，但是为了简化计算并能满足一定的设计要求，在选取计算简图时，常常采取把结构的分布质量集中在结构的某些代表点处、即所谓集中质体的办法。下面举几个例子加以说明：

如图 26-8a 所示的弹性地基上的动力基础，如果把发动机(质量为 M_1)与基础(质量为 M_2)当作一个整体，同时略去基础的变形(即把基础当作刚体)，而把地基当作弹性约束，则在进行振动计算时，可以把这个系统的计算简图取为如图 26-8b 所示，其中的集中质体的质量 $M = M_1 + M_2$ 。这个例子说明在工程实际中，有些结构的质量本来就比较集中，因此在取集中质体时，质体的位置和质量都是比较容易确定的。

如图 26-9a 所示的简支梁，显然梁本身的质量是沿着梁的全长分布的。设沿梁轴单位长度上的质量为 m ，在进行振动计算时，根据经验，可以取如图 26-9b 所示的计算简图。即把全梁总质量的一半 $M = \frac{1}{2}ml$ 集中在梁的中点处，而把其余的一半再分成两个等分 $M' = \frac{1}{4}ml$ ，分别集中在梁的两端。在梁发生振动时，由于两端的质体所产生的惯性力恰好

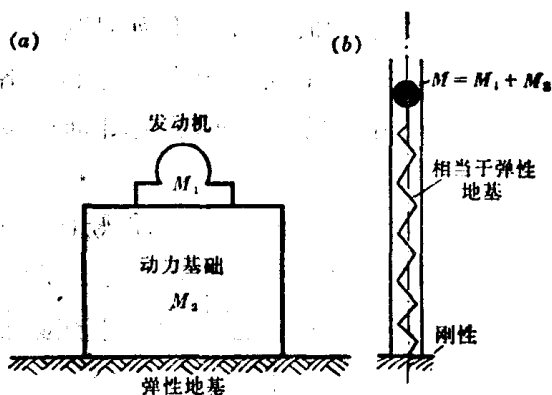


图 26-8

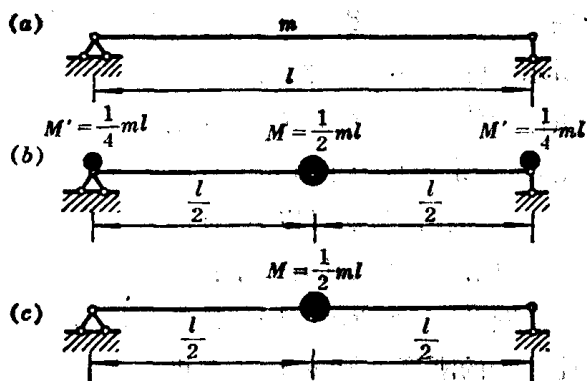


图 26-9

作用在支座上，对梁的内力和变形没有影响，因此在实际计算时，可以再简化为如图 26-9c 所示的简图。

对如图 26-10a 所示的刚架，可以将柱 AB 和 ED 、横杆 BD 、斜杆 BC 和 CD 的质量分别加以集中，采取具有 4 个集中质体的计算简图(图 26-10a)。

如上所述，在为结构选取计算简图时，我们可以根据结构质量分布的具体情况，把结构的分布质量集中在结构的某些代表点处，成为集中质体。通常我们把计算简图中只有一个

集中质体的结构叫做单质体系统(例如图 26-8b、图 26-9c 所示的系统)而把有多个质体的结构叫做多质体系统(例如图 26-10a 所示的系统)。

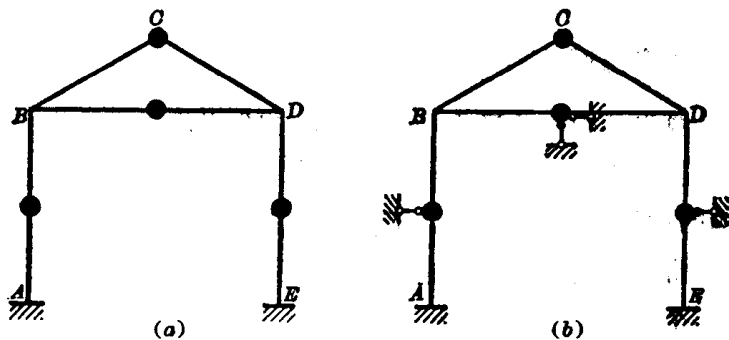


图 26-10

弹性系统(结构)上的质体在扰力作用下将产生振动。在振动过程中如能确定每个质体在某一时刻的位置,则弹性系统在这个时刻的变形也就完全确定了。质体的位置可以由几个独立的参数来确定,则弹性系统的变形也可以由这些参数来确定。我们把用来完全确定弹性系统上全部质体位置所必须的独立参数的数目 n ,叫做这个系统的自由度数。

在平面结构中,每个集中质体的位置需要三个独立参数(即二个线变位和一个角变位)来确定。

由于在结构动力计算中,质体参数愈多,计算工作量就愈大,因此,为了进一步简化计算,往往略去质体的角变位参数,这样,每个质体在平面中的参数就只有二个线变位参数了。如果再略去系统的轴向变形,则系统中质体的独立参数还可以减少。根据这些简化假定,在确定弹性系统的自由度数时,可以采用附加链杆的方法,因为弹性系统的自由度数恰好等于决定质体位置的线变位参数,也就是控制质体位置所必须的附加链杆数。例如对图 26-10a 所示的弹性系统,如按图 26-10b 所示,在各质体可能产生线变位的方向上附加链杆,使各个质体的位置都完全固定下来,则所加链杆的数目就是这个系统的自由度数。由图 26-10b 可见,这个系统是一个有 4 个自由度的系统。

用同样的方法可以判断,图 26-8b 所示的弹性系统,由于只考虑弹性地基作竖直方向的振动,因此它是只具有一个自由度的单自由度系统。图 26-9c 所示系统也是单自由度系统。

图 26-11a 所示的厂房排架,由于横梁的刚度常常比柱子的刚度大很多,因此在进行水平振动计算时,可近似地把横梁的刚度 EI 看作无限大,即取成如图 26-11b 所示的计算简图。如果再把柱子的质量略去不计,或把柱子的质量平分集中在柱子的两端,则只要在横梁的一端附加一个水平链杆,就可以把集中在横梁上的质体的位置完全固定下来,因此图 26-11b 所示的系统也是单自由度系统。

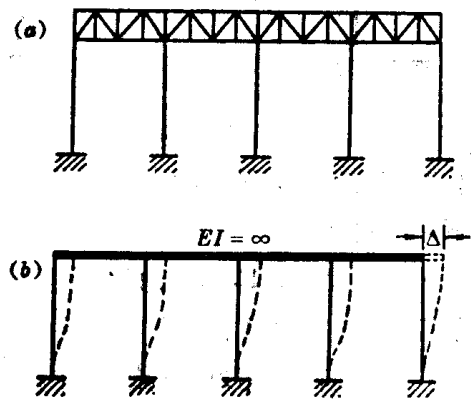


图 26-11

在图 26-12 和 26-13 中,标明了一些弹性系统的