Book Series on
Modern Applied Mechanics
Editor-in-chief C.Ouyang

Theory of
Visco-elasticity Plasticity

by C.Ouyang

粘弹塑性理论

第一卷

现代应用力学丛书

欧阳鬯著

Book Series on

Modern Applied Mechanics

Editor—in—chief C. Ouyang

Theory of

Visco—elasticity Plasticity

C. Ouyang

粘弹塑性理论

欧阳鬯著

湖南科学技术出版社

Hunan Science & Technology Press, China

现代应用力学丛书
粘弹塑性理论
第一卷
欧阳鬯著
责任编辑：何信媛

*

湖南科学技术出版社出版
（长沙市展览馆路14号）
湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1986年5月第1版第1次印刷
开本：850×1168毫米 1/32　印张：10　插页：4　字数：283,000
印数：1——1,900
统一书号：13204·129　定价：2.85元

征订期号：湖南新书目 85——11(34)

现代应用力学丛书

蘇步青題

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

现代应用力学丛书

出版说明

应用力学是工程技术的重要基础学科之一，并给予基础科学（数、理、化、天、地、生）以重要的影响。当前，工程技术迅猛发展的浪潮和各基础科学相互渗透的趋势，促使应用力学处在新的发展阶段。为了向广大的工程技术人员、从事应用力学教学和研究的人员以及有关领域的大学生和研究生介绍现代应用力学的研究成果及工程应用，决定编辑出版这一套《现代应用力学丛书》。为使本丛书能吸收国内外应用力学的最新研究成果，特聘请国内外力学界一些专家学者组成编委会。其中：

主编　欧阳鬯(C. Ouyang)　中国复旦大学

国际名誉编委(这一名单将随今后各卷可能有所增加)：

International Honorary Editorial Committee

J. D. Achenbach	North-western University, USA
S. N. Atluri	Georgia Institute of Technology, USA
E. O'Brien	State University of New York at Stony Brook, USA
C. J. Chen	University of Iowa, USA
C. L. Chow	University of Hong kong, HK
G. Colwell	State University of California at Chico, USA
I. Glass	University of Toronto, Canada
D. Gross	Darmstadt University of Technology, West Germany

G. Herrman	Standford Univesity, USA
R. K. T. Hsieh	Royal Institute of Technology, USA
J. W. Hutchinson	Harvard University, USA
M. Kawahara	Chuo University, Japan
J. K. Knowles	California Institute of Technology, USA
F. A. Leckie	University of Illinois at Urbana-champaign, USA
Y. K. Lin	Florida Atlantic University, USA
J. T. Oden	University of Texas at Austin, USA
D. M. Parks	
T. H. H. Pian	Massachusetts Institute of Technology, USA
C. Ruiz	University of Oxford, UK
M. Sakata	Tokyo Institute of Technology, Japan
R. A. Schapery	Texas A&M University, USA
S. S. Wang	University of Illinois at Urbana-champaign, USA

责任编辑： 何信媛

Deputy Editor

湖南科学技术出版社

丛书之序

当今的世界已处在新的技术革命的浪潮之中。工程技术领域在迅猛发展，无论是能源工程、材料工程、海洋工程、宇航工程、地下工程、生物医学工程……都在兴起和更新。对工程领域的发展来说，在宏观上很少有一门学科能象应用力学那样起着作用，这是几百年的工程技术史和应用力学史所表明的。我们还可以看到：应用力学也对数理化天地生等基础学科起着重要影响。

在这样几方面的交叉渗透之下，应用力学的一个更新发展时期已经来到我们面前。只要回顾一下近十多年的历史，我们会发现应用力学的新兴方面比任何时期都要更多地涌现出来。例如，断裂与损伤理论，计算力学，复合材料力学，生物力学，非线性力学，湍流模式理论，海洋力学，地球力学，物理力学（细观及微观），……。

万象在更新，更求应用力学与工程技术工作者迅速把握应用力学中的现代分支和现代内容，把自身的研究推向前进。看到这种情势，乃邀国内外应用力学界处于研究前缘的学者们，一起兴办一套相应的丛书，取名为《现代应用力学丛书》，以飨读者。在出版过程中，承蒙复旦大学名誉校长、著名科学家苏步青教授赐题丛书之名，使其得以增辉。对此，个人谨致衷心的谢意。

欧阳鬯

（C. Ouyang）

1985年8月于上海复旦园

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

前　言

当前，工程材料（如塑性、高分子）和工程科学研究的广泛发展，迫切要求固体力学工作者掌握粘弹塑性的理论知识。

通常，我们视具有流体特性的一类固体材料为粘弹性材料。这些材料象固体一样，具有一定的刚度，同时又象流体一样地流动且通过粘性而耗散能量。因此，这类材料实际上就是具有内摩擦的固体。在粘弹性材料类中，两个极端情况就是弹性体和粘性流体。

经过近一个世纪的缓慢发展之后，近年来由于塑料、高分子等工业的兴起以及工程技术领域的深入发展，无论在工程应用或数理基础研究方面，粘弹性理论都得到了新的进展。Maxwell（1867），Voigt（1889～1892）创始了这方面的理论研究。Boltzmann（1874）& Volterra（1930）作出了线性理论，其中应力依赖于整个应变历程，Noll（1955），Rivlin & Erickson（1955、1959、1960）通过不变量发展了有限变形理论，其中应力、变形梯度和它们的任意阶物质时间导数之间用泛函关系相联系。Noll（1957、1958），Green & Rivlin（1957、1960），Coleman & Noll（1959、1960、1961）发展了具有对过去历史连续记忆的材料的本构理论。另一方面，从I.Prigogine 的不可逆热力学理论和Biot的内变量热力学方法，我们也可以得到有关粘弹性介质的本构理论。

人们知道，牛顿流体在极小的剪应力下会发生流动。但是，胶体、粘土等材料不呈现这一性质，Bingham 作出了粘塑体模型来描述这些材料。在静止中，这样的物体能够经受非零的剪应

力（应力偏量），当剪应力低于一个屈服限时，材料保持为刚性的，应变率为零；一旦剪应力超过此限，材料便具有与超过此限之应力差额成比例的应变率，材料开始流动了。粘塑性体事实上就是非牛顿流体的一类。

近几年来，作者曾多次在复旦大学数学系给固体力学研究生和高年级学生讲授“不可逆热力学和粘弹性理论”，写成了一份讲义。1983年秋作者又应《应用数学和力学》编辑部邀请，在全国“应用数学和力学”讲习班（第27期，杭州），为来自五十多个院校厂所和解放军的同志讲述“粘弹塑性理论”，后又将讲义作进一步扩充和修改，加入了现代粘弹塑性问题数值计算的内容，形成了目前的样子。再经同志们建议并得到湖南科学技术出版社的大力支持，遂使此书得以问世，对此作者深表感谢。

本书介绍粘弹塑性的基础理论。前二章介绍数学和力学的预备知识，第三章讨论一维线性粘弹体问题，第四章讨论基于不可逆热力学及内变量方法的粘弹性线性本构理论，第五章讨论三维线性积分型和微分型粘弹物质，第六章讨论线性粘弹边值问题，第七章讨论粘弹性边值问题的数值解法，第八章讨论有限粘弹性问题，第九章讨论弹-粘塑性问题，第十章讨论弹-粘塑体中波动的数值计算。

我们希望本书讲述的内容对人们理解和掌握粘弹塑性的基本理论和数值计算，以及开展有关的工程应用将有所帮助。

欧阳鬯

C. Ouyang

1985年4月于上海复旦园

第一章　数学预备知识

在往后的讨论中，我们需要现代数学的某些理论知识，其中包括张量分析基础、线性代数基础、向量值向量函数的微分学和张量的不变量理论。本章首先给出这些必要的知识。

张量分析基础

这部分内容已在欧阳鬯等所编《弹性、塑性、有限元》的附录1中发表，这里不再复述，请读者参阅该书。

线性代数学基础

在近代连续介质力学中，虽然我们研究的常常是非线性物质的力学性状，但是，为什么这里对线性的数学理论要这样给予注意呢？这是因为我们所关心的所有物理量(位置、速度、变形、变形速率、应力向量、应力张量等等)都是属于线性向量空间的，这些量之间的关系式多数是线性变换。例如，应力向量就是等于表面上法线的线性变换，成为非线性的不过是记述物质性质的上述种种量之间的关系式，即所谓的本构方程，本段我们对所需的线性代数学的必要基础略加讨论。

§1　函数、变换或映射，泛函，群

首先，我们用记号

$$\mathbf{X}=\{x_1、x_2、\cdots\} \tag{1—1}$$

表示由对象x_1、x_2、…组成的集合 X。x_1 称为X的元或元素。用记号

$$x\in\mathbf{X} \tag{1—2}$$

表示x是X的一个元，记号

$$X \subseteq Y \tag{1—3}$$

表示X是Y的子集，记号

$$X = Y \tag{1—4}$$

表示集X与Y相同，记号

$$X \cup Y \tag{1—5}$$

表示集X和Y的和集或并集，记号

$$X \cap Y \tag{1—6}$$

表示集X和Y的交集。

1.1　函数、变换或映射

函数(或变换，或映射)是由下面的内容构成的：

(1) 函数的定义域集合X；

(2) 函数的值域集合Y；

(3) X的各个元x分别对应Y的一个元y的对应关系T。

这时用记号

$$T: X \to Y \quad 或 \quad y = f(x) \tag{1—7}$$

来表示函数，也有把y称为x在映射T下的象。一般地，$T(X) \subseteq Y$。

例1　设

X：区间$[0, b]$中定义的实函数$x(t)$的集合。

Y：所有实数之集

T：由

$$y = \int_0^b [x(t)]^2 dt$$

所确定。

这样就确定了一个函数

$$y = f(x)$$

若$D \subset X$，则$E = T(D) \subset Y$。记$T^{-1}(E)$为其象属于E的x的集，称为E的逆象。

注意，在上述函数的定义下，对应于Y的一个元，可以有X的

一个以上的元，也可以完全没有。所以，对于映射T：X→Y，作下面的定义：

（1）若对所有的x_1，$x_2 \in X, x_1 \neq x_2$，则一定有$T(x_1) \neq T(x_2)$时，称映射为内射；

（2）若$T(X)=Y$，即对任意的$y \in Y$，恒有$x \in X$，使$T(x)=y$时，称映射为全射或映上；

（3）当映射既是内射又是全射时，称映射为全内射或一一映上。

当映射T是全内射时，可以定义逆映射T^{-1}：$Y \to X$，写为

$$x = T^{-1}(y) \tag{1—8}$$

往后我们关心的是表示物体空间位置的一个构形到另一个构形之间的映射。

1.2 泛函

从我们的应用目的出发，我们定义泛函是其定义域X是以函数$x(t)$为元的集合那样的函数，这里$t \in [a, b]$。泛函T可以下面任一种形式写出

$$T: \quad x(\overset{b}{\underset{a}{t}}) \to y \tag{1—9}$$

$$T: \quad y = T[x(\overset{b}{\underset{a}{t}})] = \overset{b}{\underset{a}{T}}[x(t)]$$

对于这样的映射，Volterra 首先使用了“泛函”一语。

例2　作为泛函之例，有

$$T: \quad y = \int_a^b x(t)dt$$

$$y = \int_a^b [x(t)]^2 dt$$

$$y = \int_a^b w(t)x(t)dt$$

$$y = \int_a^b \int_a^{t'} x(t')dt'dt$$

等等。这里$w(t)$是一个已知函数。

在积分方程和变分学中，可以遇到各式各样的泛函。

对于应用力学来说，经常遇到形如

$$y=T\left[x(t-\overset{\infty}{\underset{0}{s}})\right] \tag{1—10}$$

的泛函。此式中，y是s在区间$(0,\ \infty)$上的函数$x(t-s)$ 的泛函。同时，y又是参变量t的函数，$y(t)$ 可以解释为现时t下某物理量之值，并且$x(t-s)$可以解释为从现时 t 算起的 s 前瞬时的其物理量之值。(1—10)式在力学上可解释为：在时间t下的物理量y是依赖于x的历程的，即不仅依赖于时间t，而且也依赖t以前的x值，我们称(1—10)形式的泛函为历程泛函或记忆泛函。它适用于描述现实物理世界中的许多现象。作为其中的一个例子，在将物体的变形保持一定时，应力会出现减少到一定的平衡值的松弛现象。这时，非平衡的应力是在变形达到保持一定以前，改变变形量而产生的。对物理现象中这样的历程效应， Volterra 进行了广泛的研究。自然界的许多物质，只有知道了过去的历程，才能完全决定现在的状态。这其中就包含了我们要讨论的粘弹性物质。

1.3 映射的合成(积)

考虑二个映射：

$$\mathrm{T}:\ X\to Y$$

$$\mathrm{U}:\ Y\to Z$$

或者

$$y=T(x)$$

$$z=U(y)=U[T(x)]$$

由此，可以定义新映射：

$$S=UT:\ x\to z$$

如下：

$$(UT)(x)=U[T(x)] \tag{1—11}$$

如果T和U都是内射， 那么S也是内射。可以证明：映射合成满足下面的结合律：

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com