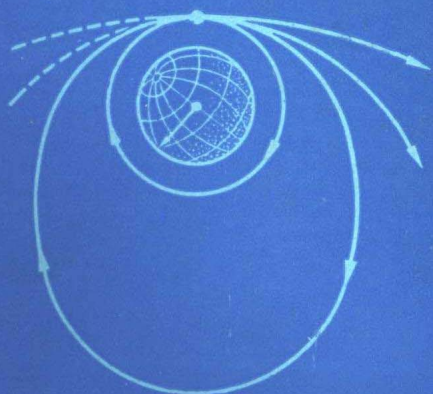
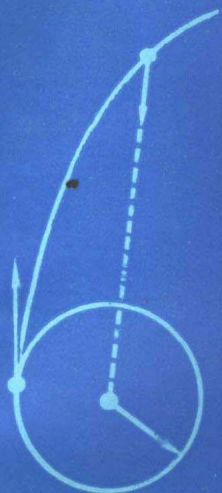
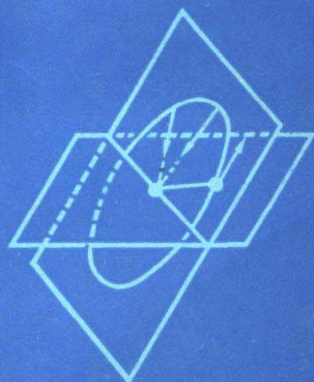




人造卫星轨道的分析和计算

RENZAOWEIXING GUIDAO DE FENXI HE JISUAN



上海教育出版社



中学生文库

人造卫星轨道的 分析和计算

俞文铎 陈守吉

上海教育出版社

中学生文库 人造卫星轨道的分析和计算

俞义雄、陈维吉 上海教育出版社出版
(上海永福路123号)

江苏启东印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/32 印张 2.5 字数 51,000

1982年8月第1版 1988年8月第3次印刷

印数 27,501—67,500本

统一书号: 7150·2742 ; 定价: 0.33元

前 言

现在,每天都有大量的人造地球卫星从我们的头顶飞过,这已经不是神话而是现实。正在攀登知识高峰的青年同志们也许会问:为什么人造卫星必定沿着一个椭圆轨道而不是别的曲线运行?如何预先知道一颗人造卫星飞经世界各地的时刻?总之,人造卫星究竟是如何运行的呢?通常,这些问题属于比较专门的天体力学的范围。这本小册子是一个尝试,希望根据微积分与解析几何的初步知识,用比较通俗的方式来讨论与回答这些问题。同时,与这些问题相联系,还必然要涉及到有关人造卫星的力学知识与若干资料。我们希望这本小册子能起到这样的作用,它既可表明如何把基本的数学知识运用于人造卫星这样的力学问题,又可使一些有关的中学数学、力学知识得到巩固与提高,同时也在此基础上介绍一点新的知识。

在编写本书的过程中,曾得到夏道行教授、李大潜教授和李世强等同志的关心与帮助,我们向他们表示感谢;同时,在编写本书时,还参考了一些有关书籍(见附录III),采用了若干现成的图形,我们也向这些书籍的作者表示谢意。

限于作者的水平,本书必定存在着不少问题,欢迎大家批评指正。

作者 1981年12月



目 录

ZHONG XUE SHENG WENKU

前言

一、飞出地球去·····	1
二、谈谈万有引力定律·····	6
三、人造卫星运行情况简述·····	12
四、能量守恒和面积速度守恒·····	16
五、人造卫星的椭圆轨道方程·····	21
六、卫星在轨道上转角与时间的关系·····	27
七、地球的自转与经纬度·····	36
八、人造卫星的经纬度·····	41
九、短时间的卫星位置预报·····	49
十、有关人造卫星位置与轨道的若干 其他问题·····	53

附录 I 从运动微分方程导出两个

守恒定律·····	59
-----------	----

附录 II 两个不定积分的计算·····64

附录 III 有关人造卫星的若干资料·····66

练习题·····	73
----------	----

一、飞出地球去

仰望晴朗的夜空，闪闪的星光使人浮想联翩。突然，一颗闪亮的小星星划破晴空，从天上飞掠而过。噢！这是一颗人造地球卫星(图 1·1)，它是现代科学技术的结晶。

自古以来，人类就幻想着要飞出地球，遨游太空。我国古代就有“嫦娥奔月”的美丽传说。为了飞出地球去，近几百年来有许多科学家不倦地进行着探索，但成为现实却是近二十多年的事。

英国科学家牛顿(1642~1727)在十七世纪末

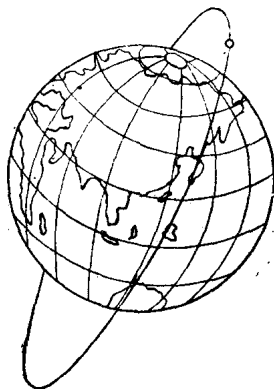


图 1·1 人造地球卫星

提出了万有引力定律，从理论上说明了物体在地球引力作用下的运动情况，从而使我们能够分析出如何才能克服地球引力飞出地球去。我们设想在高山上放一门大炮(图 1·2)，炮弹以一定的速度沿水平方向发射，炮弹的发射速度越大，射程就越远。如能增加炮弹的速度，使炮弹一直朝前跑，一圈又一圈地绕地球飞行，这颗炮弹岂不就成为一颗人造地球卫星了吗？根据牛顿的万有引力定律可以算出，这颗炮弹应具有每秒7.9

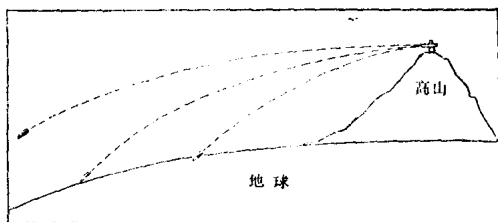


图 1·2 从高山上发射炮弹

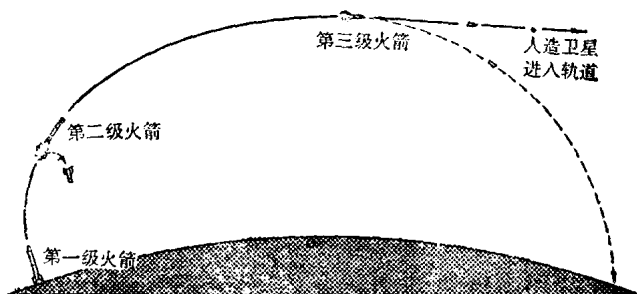


图 1·3 多级火箭工作示意图

千米的速度(我们将在下一节中进行计算)。那么,如何才能实现这样巨大的速度呢?普通的大炮和飞机显然是不能胜任的。二十世纪初期,俄国科学家齐奥尔科夫斯基(1857~1935)想到了火箭(大家知道,火箭是古代我国科学技术的发明之一)。他首先建议用多级火箭来发射人造卫星(图1·3),并设想把人造地球卫星作为到其他星球去的一个空间站,从而奠定了星际航行的理论基础。这是一个了不起的贡献,但他当时还只是位中学数学教师。又经过了半个世纪的研究与实践,1957年10月4日,苏联把人类的第一颗人造地球卫星——“卫星-1号”送上了天;1958年1月31日,美国也发射成了“探险者-1号”卫星。近年来,这两个超级大国每年都要

竞相发射几百颗各种用途的人造卫星上天。到目前为止，世界上已有几十个国家和组织发射了人造天体（包括人造地球卫星、月球飞行器和行星际探测器）共一万多个，其中约有四千五百多个仍在空中运转。人类飞出地球去的愿望终于实现了！近几年来，美国更是集中力量研制航天飞机，它可以象火箭那样垂直起飞，象飞船那样进行轨道飞行，又能象飞机那样滑翔降落，预计八十年代初将可用它来发射或回收人造卫星。（见图 1·4）

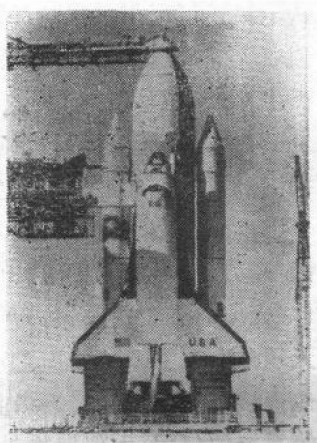


图 1·4 美国航天飞机

随着科学技术的迅速发展，人造卫星的发射水平越来越高，用途越来越广泛。美国 1958 年 1 月发射的第一颗卫星的质量只有 8.3 千克，到 1964 年发射的“土星-5 号”卫星则有 17100 千克；又如苏联的“礼炮-6 号”空间实验室，质量为 18900 千克，有两名宇航员在空中工作了共 185 天，进行了各种科学实验。另外，在 1973 年 5 月发射，并于 1979 年 7 月坠毁的美国“天空实验室”质量就更大，有 77500 千克，体积也更大，每次可有三名字航员进行工作。利用空间实验室可进行生命科学、地球观察、太阳物理、天文物理、材料科学、工程与工艺等多方面的实验。而不载人的卫星也在各个领域中有形形色的用途。如通讯卫星可以传送电话、电报、新闻和电视。气象卫星可用来预报台风等灾害性天气，减少生命财产的损失，并使一般天气预报的准确率大大提高。人造卫

星对科学研究也有很大作用，例如进行高能天文观测、研究电离层和太阳粒子辐射等等，并已取得了大量成果。此外，人造卫星还可用于勘察地球资源，进行大地测量、导航及军事侦察等等，这些对国民经济各个部门起的作用很大，并对人类生活产生很大影响。

我国的空间科学技术正在迅速发展，1970年4月24日，我国把第一颗人造地球卫星“东方红一号”送上了离地二千多千米的高空，这是我国发展空间技术的一个良好开端。我国“东方红一号”卫星的外形是一颗直径为一米的球形的多面体，壳体的外蒙皮由银白色铝合金制成，四根三米半长的鞭状天线分布在卫星的四周，卫星分为主仪器舱和辅助舱两部分。舱内装有播送《东方红》乐曲的乐音发生器及遥测、跟踪、能源等系统的仪器，由仪器收集到的各种资料，通过遥测信号——《东方红》乐曲后的一段音乐，送回到地面。卫星的质量为173千克。我国从第一颗卫星发射成功到1981年9月，相继发射了十一颗人造地球卫星（见附录III（一）），值得注意的是1975年11月26日发射的第四颗卫星在八天后（12月2日）成功地返回地面，后来的第七和第八颗卫星也按预定计划返回地面，表明我国已继苏、美之后，成为世界上第三个掌握卫星回收技术的国家。特别是1981年9月20日，我国成功地发射了一组空间物理探测卫星，首次用一枚运载火箭发射三颗卫星，卫星正确入轨，各系统工作正常。这表明我国空间技术取得了新成就，掌握了发射新技术（图1·5）。为了加速实现我国四个现代化，我们要努力学习先进的科学技术，进一步发展我国的空间技术，发射更多的卫星。

读者也许会想，天空是那么广阔，人造卫星又是那么众

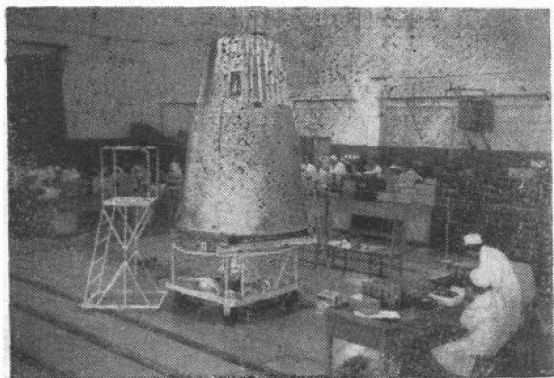


图 1.5 我国科学工作者对将发射的空间物理探测卫星十号进行测试。这颗卫星和其他两颗卫星用一枚运载火箭同时送入轨道

多，怎样才能找到某颗卫星呢？人造卫星在天空中是怎样运行的？如何才能预知卫星将要飞经的城市？这些就是我们要在下面进行讨论并作出回答的问题。

二、谈谈万有引力定律

前面已经提到过牛顿的万有引力定律，他是怎样发现这一定律的呢？这还得从天体现象说起。宇宙是无边无际的。太阳是宇宙中离我们最近的一颗恒星。太阳连同围绕它运转的行星，组成一个太阳系。在围绕太阳运转的九大行星中，就有我们生活着的地球，地球离太阳约有一亿五千万千米（见图 2·1）。

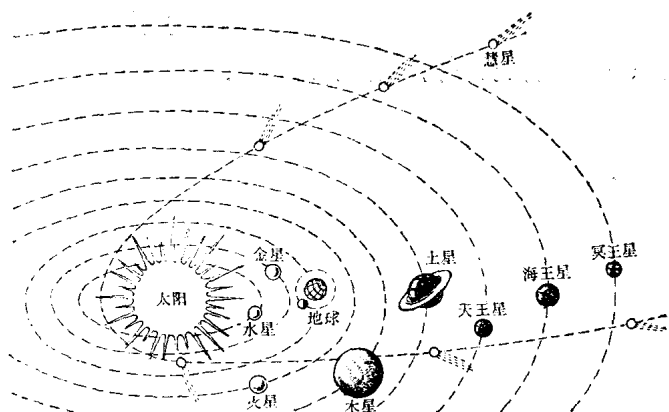


图 2·1 太 阳 系

在太阳系中，还有一些较小的天体绕着大行星运转，我们称它们为卫星，月亮就是地球的卫星。除了行星和卫星外，在太阳系里还有彗星和流星，彗星是一种围绕太阳运行的小行

星，它除了头部是个亮点外，往往还拖着一条尾巴。流星是闯入地球大气层里来的空中小尘粒，有一划而过的亮光，大都与大气层摩擦而燃烧殆尽，只有少数成为陨石。

在牛顿提出万有引力定律之前，要画出一颗行星的运动轨道图是十分困难的，那时只能靠长年累月的观测来确定行星的位置。1609年，德国天文学家开普勒(1571~1630)在大量天文观测的基础上发现，一切行星的轨道都是椭圆，而太阳是椭圆轨道的一个焦点。大行星的轨道比较接近于圆，而彗星的轨道是拉得很扁的椭圆。那么是什么力量使这些星体按照椭圆轨道运动的呢？它们与“一切物体都要落回地面”这件事又有什么关系呢？牛顿最早觉察到这些现象里面存在着同一种力。可是他那个时代的观测和理论，都还没有精确到能够对这些发现给出无可辩驳证明的地步，研究工作只好被迫停顿下来。直到1682年，牛顿听说法国有位天文学家获得了地球测量的新结果，他就重新计算这个已经放下了16年的问题。当他把新的数据代进算式时，愈往下算，他所要求的结果的正确性愈是明显。这使得牛顿非常激动，简直不能继续计算下去，只好请他的朋友帮他完成这个计算。牛顿利用他发明的微积分方法，从万有引力定律推导出了开普勒原来根据实验得出的行星运动规律(顺便指出，对于围绕地球运动的人造卫星，它的运动规律也可从万有引力推出，这个内容正是本书的一个重要部分)。这样，牛顿作出结论，行星围绕太阳的运动以及卫星围绕行星作公转运动都是由于受到万有引力的作用，而地球上一切物体所受的重力，不过是万有引力的一个特例而已。天文学的进步证明了这种引力的万有性。对太阳系中行星运动的理论计算与实际观测结果的高度一致性，成

为万有引力定律强有力的实验根据。

现在, 万有引力定律已可在任何一本物理书中找到, 它可叙述如下:

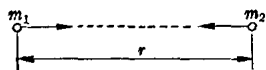


图 2·2 万有引力

宇宙中, 任意两个质点之间都存在着吸引力, 其方向沿着两质点间的连线, 而引力的大小同这两个质点的质量之乘积成正比, 同两质点间距离的平方成反比. 如图 2·2 所示, 设两个质点的质量分别为 m_1 和 m_2 , 相距为 r , 则引力大小的公式为

$$F = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

其中 γ 称为万有引力常数, 由实验测得为

$$\begin{aligned} \gamma &= 6.6732 \times 10^{-8} \text{达因} \cdot \text{厘米}^2 / \text{克}^2 \\ &= 6.6732 \times 10^{-11} \text{牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{千克}^2. \end{aligned}$$

应当指出, 公式 (2·1) 只对两个质点成立, 对于一般物体间的万有引力 (例如均匀杆与杆外一质点间的引力) 要将 (2·1) 式改写成积分形式. 但是对于两个圆球形状的均匀物体, 积分计算表明, 公式 (2·1) 仍然成立. 这时只要把球的质量看成全部集中在球心上就可以了, 详细推导从略.

作为万有引力定律的特殊情形, 我们来计算一下地球对于地面附近物体的引力, 也就是物体的重量. 设物体的质量为 m , 把地球近似地看作一个圆球, 其质量为 M . 又设物体到地球中心的距离为 r , 则由公式 (2·1), 物体上受到的地球引力大小为

$$W = \gamma \frac{mM}{r^2} = \frac{\mu m}{r^2}, \quad (2.2)$$

其中 $\mu = \gamma M$, 称为地球引力常数. μ 可根据实验测得, 目前国际上通用的数值为

$$\begin{aligned} \mu &= 3.98603 \times 10^{20} \text{厘米}^3/\text{秒}^2 \\ &= 1.4349708 \times 10^9 \text{千米}^3/\text{分}^2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

注意到, 地球表面的物体应有重量 $W = mg$, 故

$$\frac{\mu m}{R^2} = mg, \quad (2.4)$$

所以便有

$$\mu = R^2 g, \quad (2.5)$$

其中 R 为地球的平均半径, 即 $R = 6371$ 千米, 而 g 是重力加速度. 如取 $g = 9.80$ 米/秒², 则可算得

$$\mu = R^2 g = 3.97778 \times 10^{20} \text{厘米}^3/\text{秒}^2,$$

这与(2.3)式的 μ 值是近似相等的.

顺便指出, 牛顿并未得出万有引力常数 γ 的具体数值, 但他由(2.2)和(2.5)式知道, 离地心 r ($r > R$) 处物体所受到的地球引力为

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2} = \gamma \frac{mM}{R^2} \cdot \frac{R^2}{r^2} = mg \left(\frac{R}{r} \right)^2. \quad (2.6)$$

我们可能会产生这样的疑问: 既然地球引力使抛出的石头、射出的炮弹回到地面上来, 那末地面上的两个物体, 比如两个铁块, 为什么不会由于它们间的万有引力而碰到一起来呢? 这是因为, 它们的质量与地球相比实在微不足道, 所以铁块间的相互吸引力比起地球对它们的引力来说, 显得十分微小. 这一点只要通过计算就清楚了. 例如把质量分别为 50

千克和 60 千克的两个铁块(其重量分别为 490 牛顿和 588 牛顿)看作两个质点, 设它们相距为 1 米, 则根据公式(2.1)可得这两铁块间的引力为

$$F = 6.6732 \times 10^{-8} \times \frac{50000 \times 60000}{100^2}$$

$$= 0.020 \text{ 达因} = 0.2 \times 10^{-6} \text{ 牛顿},$$

这个力与铁块本身的重量相比, 确实是可以忽略不计的。

飞出地球去, 需要多大的速度呢? 这可以用牛顿第二定律进行计算。假设不考虑空气的阻力, 在离地心距离为 r 处 (r 大于地球半径) 有一个质量为 m 的物体, 以速度 v 环绕地球作圆周运动, 则其向心加速度为 $\frac{v^2}{r}$, 而物体上仅受到地心引力的作用, 根据牛顿定律就有

$$\frac{\mu m}{r^2} = m \frac{v^2}{r},$$

由此就可得到

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}. \quad (2.7)$$

如果该物体在邻近地面处运动, 便可取

$$r = R, \quad \mu = R^2 g,$$

代入(2.7)式后可得

$$v_1 = \sqrt{Rg} = 7.9 \text{ 千米/秒}, \quad (2.8)$$

这个速度就叫做第一宇宙速度, 也叫环绕速度。

如果物体的速度超过第一宇宙速度, 就将绕地球作椭圆运动, 而且物体的速度越大, 椭圆就拉得越扁。当速度增大到某个数值时, 物体便将摆脱地球引力范围, 沿着抛物线轨道飞

离地球，成为绕太阳运行的一颗行星（见图 2·3）。能使脱离地球扬长而去的最小速度就称为第二宇宙速度，又叫脱离速度，其大小为

$$v_2 = \sqrt{2Rg} = \sqrt{2} v_1 = 11.2 \text{ 千米/秒}, \quad (2.9)$$

这个公式将在第四节中进行推导。

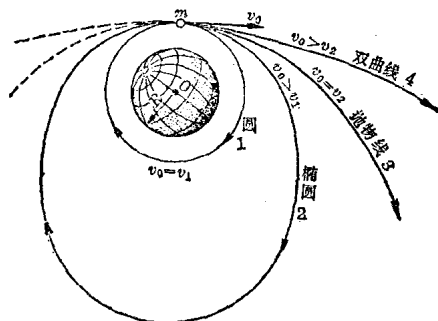


图 2·3 宇宙速度与轨道形状

如果物体运动的速度继续增大，则它将摆脱太阳的引力范围，按双曲线轨道脱离太阳系，进入银河系运动。这个最小速度称为第三宇宙速度。地面上的物体要想离开太阳系，它的最小速度为

$$v_3 = 16.7 \text{ 千米/秒}. \quad (2.10)$$

1977 年美国发射的“旅行者-1 号”宇宙飞船就超过了这个速度，它已在 1979 年 3 月掠过木星，1980 年 11 月探测了土星，自动发回了大量的珍贵科学资料，目前它继续在太阳系中飞行，计划在 1986 年到达天王星，1989 年到达海王星，以后还要穿过更远的冥王星轨道，直至飞出太阳系。

三、人造卫星运行情况简述

人造卫星在天空中运行时要受到许多力的作用，但最主要的是地球对人造卫星的引力。其他的力，如太阳、月亮对它的引力及高空稀薄气体对它的阻力等，都要比地球引力小得多，可以忽略，因此这里只考虑地球引力。因为地球引力始终指向地心，所以称为有心力。

下面，我们引入轨道平面的概念。如图 3·1 所示，假设人造卫星在 P 点进入轨道（即末级火箭脱落时），其速度 v 沿着 PQ 方向，又设 O 为地球中心。现过直线 OP 与直线 PQ 作一

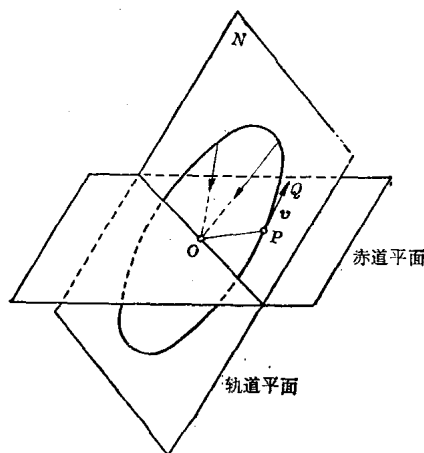


图 3·1 人造卫星的轨道平面

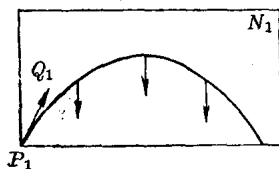


图 3·2 炮弹的轨道平面