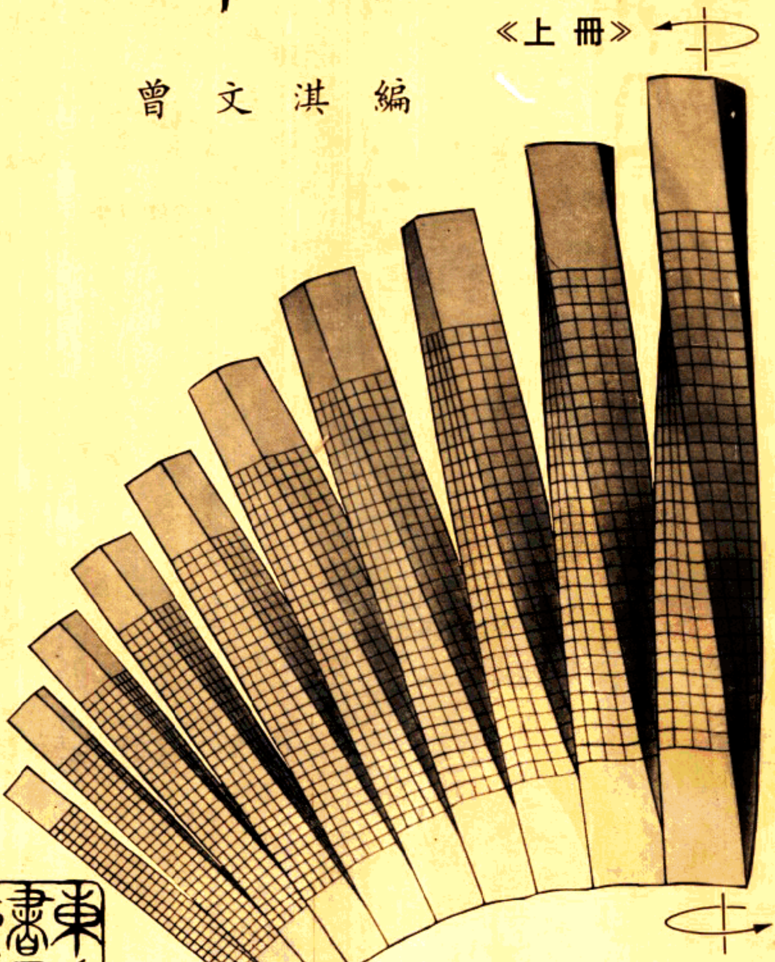
Beer and Johnston

材料力學精要

《上冊》

曾 文 淇 編



材料力學精要

上冊

編　者

曾　文　淇

東華書局印行

2 1 4 4 1 0

中華民國七十四年四月初版

大專用書 材料力學精要（全二册）

上册定價　新臺幣貳佰元整

（外埠酌加運費滙費）

編　者　曾文祺

發行人　卓鑫淼

出版者　臺灣東華書局股份有限公司
臺北市博愛路一〇五號
郵撥：00064813

印刷者　合興印刷廠

行政院新聞局登記證　局版臺業字第零柒貳伍號

(74025)

前　言

材料力學是一門很基本，很重要的基礎工程科學。一般而言；其名稱為 Strength of Materials 之類的較偏重於各種固體力學相關的應用，其下游課程如高等材料力學、應用彈性力學、結構設計、塑性設計、應用板殼力學等研究所實用課程，若名稱為 Mechanics of Solids 或 Solid Mechanics 之類的則屬於偏重理論，用向量或張量（tensor）來敍述物體受力的分析，著重於物體靜力平衡、動態平衡、能量守恆等原理的推論而較不注重應用，其下游課程如高等固體力學、聯體力學 Continuum Mechanics、彈性力學、塑性力學、黏彈性力學 Viscoelasticity、板殼理論 Theory of plate and shell、破壞力學 Fracture Mechanics 等研究所課程。

本書原著者 Bear 與 Johnston 兩氏連貫了兩個不同目標的寫作趨勢，把理論與應用連貫在一起，交替性的敍述固體材料元件受外力作用所產生之變形量及反作用力，並討論了材料元件因要對抗外力而在內部形成對抗性的應力分佈。因此若能充分明瞭本書各章節之內容，當具有足夠的基礎來從事研究所的兩類課程。

本書在編排上按材料元件樑柱區分，依次序詳細討論了樑、柱體受單獨軸向力、單獨扭力、單獨側向力，及受合併之軸向力、扭力、側向力之作用的現象，對應力與應變在彈性範圍內或在塑性範圍所相異之現象亦有明確的申論。

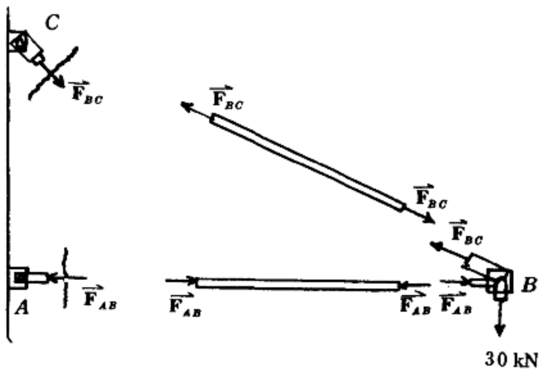
解答部份經多位學者專家，精心為學生作題時有一藍本可尋；是否解答正確而且方法精簡。

目　次

第一章　緒　論

§1.1　力的平衡

由樑，桿等元體所組成之結構，如圖1.1*所示　，在B點處之靜力平衡如圖1.3(a)所示，力$\vec{F}_{BC}$　表示拉力(tension)　，而力$\vec{F}_{AB}$表示壓力(compression)　，整個結構可以表示成下圖：



以一般工程應用而言，只考慮桿之粗細，材料與受力之大小，因此假設桿之截面積A，受拉力或壓力F，單位面積上之力分佈強度定爲F/A稱爲作用於該截面上之應力(stress)，以σ符號代表之，同時以正值表示拉應力，負值表示壓應力，

$$\sigma=\frac{F}{A},\quad 或\quad \sigma=\frac{P}{A},$$

F或P均表示力或載重。

使用SI公制單位，P的單位是N(newton)，A的單位是m^2(平方公

註：綱要中提到的圖號均指原書中的圖。

尺），σ 的單位是 N/m^2 或 Pa(pascal)。

$$1\ Pa = 1\ N/m^2,\quad 1\ kPa = 10^3\ Pa,\quad 1\ MPa = 10^6\ Pa,$$
$$1\ GPa = 10^9\ Pa$$

使用英制單位時，P 的單位是 lb（磅）或 kip（千磅），A 的單位是 in^2（平方吋）或 ft^2（平方呎），σ 的單位是 psi(lb/in^2) 或 psf (lb/ft^2)或ksi (kip/in^2) 等。

兩種單位間之互換關係為

1 N = 0.22482 lb.	1 lb. = 4.448 N
1 m = 3.2808 ft.	1 ft. = 0.3048 m
= 39.37 in.	1 in. = 0.0254 m
$1\ m^2 = 10.764\ ft.^2$	
$= 1550\ in.^2$	
$1\ Pa = 1\ N/m^2 = 1.45 \times 10^{-4}\ psi$,	$1\ psi = 6.895 \times 10^3\ Pa$
$= 0.020886\ psf$,	$1\ psf = 47.88\ Pa$

材料的最大容許應力 σ_{all} (allowable stress) 是指材料在安全使用情況下所能承受之最大應力，亦即當桿件承受外力 F_0，其應力為 $\sigma = F_0/A_0$（截面積 A_0），若 $\sigma > \sigma_{all}$，則桿件會產生超過安全標準的變形量。

§1.2 軸向載重；正交應力 (normal stress)

桿件受力情況指直桿件承受軸向的拉力或壓力，則應力作用方向是桿件之截面的垂直方向。

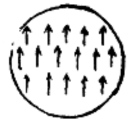
定義是
$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

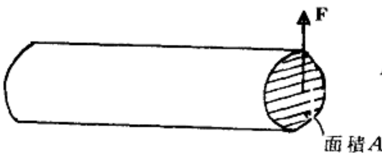
但實用上，即指工程上之應力 (engineering stress) F/A。

§1.3　剪應力

當桿件承受與桿件之軸方向垂直之外力時，如圖1.13或1.14所示，在此也是以平均剪應力爲計算標準，以τ表示剪應力，τ_{ave} 表示平均剪應力

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A}$$





$$F = \tau_{ave} \cdot A$$

如果是雙面受剪力之狀況，如圖1.17之鉚釘，則$F = 2A \cdot \tau_{ave}$

§1.4　支承應力(bearing stress) σ_b

在實用上，沿著接觸面會產生應力，以其所受之力P及與P方向垂直之物件投影面積A來表示之，

$$\sigma_b = \frac{P}{A}$$

在圖1.19之情況下，$A = dt$，故$\sigma_b = P/td$。

§1.5　用於簡單結構中之分析

桿件體結構之分離體圖（free body diagram）之建立很重要，由分離體圖上分析某處之靜力平衡

$$\Sigma F_x = 0 \quad 與 \quad \Sigma F_y = 0 ,$$

並且由力矩之平衡可得

$$\Sigma M_A = 0$$

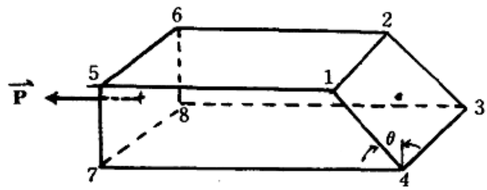
此處A是指此分離體圖中之某點。由這些條件求得桿件上之拉、壓力。

計算桿件之正交應力時要分清楚該受力截面之淨受力面積，則應力 σ 可求得。

剪應力之計算承受剪力之大小與方向，以及承受剪力之面積（單面或雙面），支承剪應力之計算時要分清楚針對那一個桿件，如圖1.20 若對 AB 桿而言，$td=(30\text{mm})(25\text{mm})$，若是對 A 點之托架而言，則 t 是 2 個 25 mm，因此 $td=(50\text{mm})(25\text{mm})$。

§1.6 桿件軸向承受載重時斜面上應力之計算

如圖 1.26 所示，方形桿件承受拉力 $\vec{P}$，現在沿與軸方向相差一角度 θ 之斜面來分析斜面 1234 之應力，在軸方向，1234 斜面上仍爲 $\vec{P}$，但



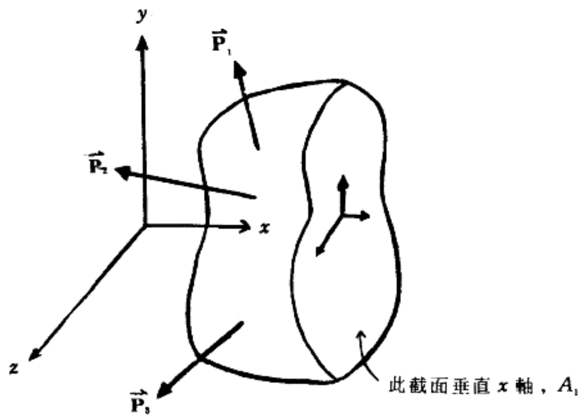
此 $\vec{P}$ 力可分解成與斜面垂直及平行之兩分力 $\vec{F}$ 及 $\vec{V}$，設垂直於 $\vec{P}$ 之面積爲垂直面 5678，以 A_θ 代表斜面 1234，A_0 代表垂直面 5678，斜面 A_θ 上之 σ 與 τ 爲 $\sigma=F/A_\theta$，$\tau=V/A_\theta$，而 $A_0=A_\theta\cdot\cos\theta$

$$\therefore\quad \sigma=\frac{P}{A_0}\cos^2\theta,\quad 及\quad \tau=\frac{P}{A_0}\sin\theta\cos\theta$$

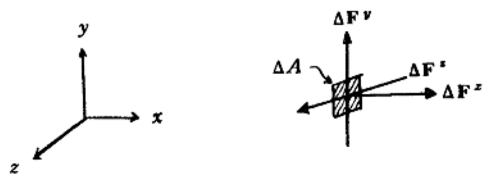
由上式知當 $\theta=0°$ 時，σ 爲最大值（$\sigma=P/A_0$）而 τ 爲零，當 $\theta=45°$ 時，τ 爲最大值 $\tau_{max}=\dfrac{P}{2A_0}$，此情況下之 σ 亦爲 $\dfrac{P}{2A_0}$。

§1.7 廣義之受力情況下之應力分析

先選擇好參考坐標（通常以直角坐標 x,y,z 表示），設某物體具有一封閉之表面積，在表面積上承受各種外力，若此物體被沿垂直於 x 軸之截面切開，則此殘餘部分之物體之截面 A_1 上必須有應力分佈以達成原先之平衡條件。



設截面A_1上某一小面積ΔA之力為ΔF，此ΔF 可分解為3個分量，第1個是垂直ΔA之分量ΔF^x，第2個是沿著ΔA 切面但平行於 y 方向是為ΔF^y、第3個是沿著ΔA切面但平行於Z方向是為ΔF^z，



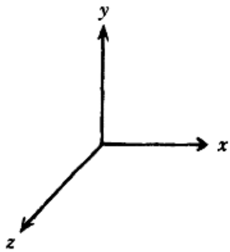
因此定 $\sigma_x = \lim\limits_{\Delta A \to 0} \dfrac{\Delta F^x}{\Delta A}$，$\tau_{xy} = \lim\limits_{\Delta A \to 0} \dfrac{\Delta F^y}{\Delta A}$，$\tau_{xz} = \lim\limits_{\Delta A \to 0} \dfrac{\Delta F^z}{\Delta A}$

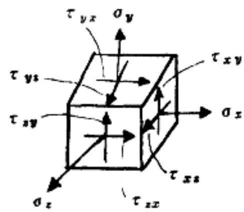
τ_{xy}與τ_{xz}之第一個下標 x 是指該截面ΔA與 x 垂直，第 2 個下標 y 及 z 則分指平行於 y 方向或平行於 z 方向，同理如果切面是垂直於 y 軸，則該截面上之小面積上的應力為τ_{yx}，σ_y，τ_{yz}，而切面若垂直於 z 軸，則該截面上小面積ΔA 上之應力為τ_{zx}，τ_{zy}，σ_z，如圖1.32所示。

對立體問題，有6個平衡方程式

$$\Sigma F_x = 0 \ , \quad \Sigma F_y = 0 \ , \quad \Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma M_x = 0\ ,\quad \Sigma M_y = 0\ ,\quad \Sigma M_z = 0$$





若以圖 1.32 之立方體中心為平衡中心，則可得

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}\ ,\quad \tau_{xz} = \tau_{zx}\ ,\quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

§1.8　極限應力，容許應力與安全係數

某種材料的試體在承受軸向外力時，外力之大小與其長度及截面積之變化有關，當作用於試體上之力達到某個值時試體呈現破裂或者承載之力量開始減小，此值稱為該試體之極限載重 P_u (ultimate load)，同時定極限應力 $\sigma_u = P_u / A$，A 是該試體之原有截面積。

設計一個結構體的組成構件，基於安全原則，必須使這些構件在正常受力情況下之承載載重比其極限載重 P_u 小許多倍，此一較小之載重稱為容許載重 (allowable load)、工作載重 (working load) 或設計載重 (design load)。因此可定安全係數 (factor of safety) F.S. 為

$$F.S. = \frac{P_u}{P_{all}} = \frac{\text{極限載重}}{\text{容許載重}}$$

但因 $\sigma_u = P_u / A$，$\sigma_{all} = P_{all} / A$，因此亦可寫成

$$F.S. = \frac{\sigma_u}{\sigma_{all}} = \frac{\text{極限應力}}{\text{容許應力}}$$

安全係數若太低，可能破壞之或然率會太大，反之，安全係數若太高，則顯得浪費材料，因此一個適用的安全係數要考慮以下七點：①材料性質的變化，②結構體之載重次數增加時會有材料疲勞（fatigue）現象，③載重屬於動態或循環式衝擊性者，④是否有突然破壞之或然率，⑤分析受力之方法是否夠準確，⑥使用階段之材料保養，⑦構件對於整個結構體之重要性，重要構件之$F.S.$要高，次要構件之$F.S.$可較低。

第一章1.1至1.5節習題

第一章 習題解答

1.1 及 1.2 兩圓形實心桿在B點焊接如圖示，試求在每一桿件中點之正交應力。

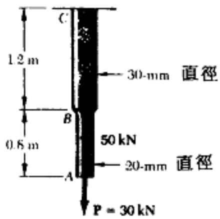


圖 P1.1

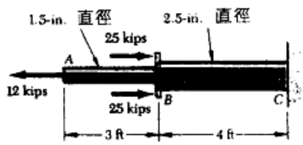


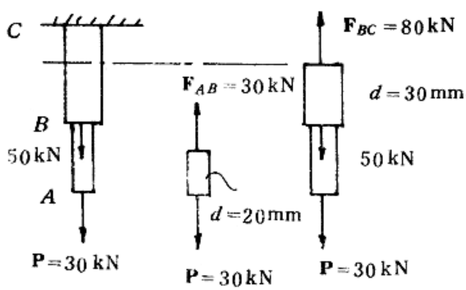
圖 P1.2

解1.1： 對桿件AB：

正交應力 $\sigma_{AB} = \dfrac{F_{AB}}{A} = \dfrac{30\times10^3\ \mathrm{N}}{\pi\,(0.01)^2\ \mathrm{M}^2} = +\ 95.5\ \mathrm{MPa}$

對桿件BC：

正交應力 $\sigma_{BC} = \dfrac{F_{BC}}{A} = \dfrac{80\times10^3\ \mathrm{N}}{\pi\,(0.015)^2\ \mathrm{M}^2} = +\ 113.2\ \mathrm{MPa}$

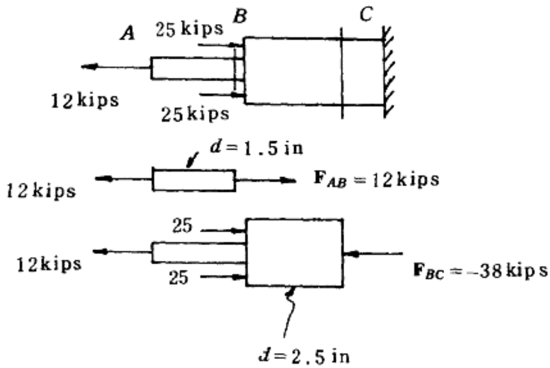


1.2 **解**：對桿件 AB：

正交應力 $\sigma_{AB}=\dfrac{F_{AB}}{A}=\dfrac{12\text{ kips}}{\pi(0.75)^2\text{ in}^2}=+6.79\text{ ksi}$

對桿件 BC：

正交應力 $\sigma_{BC}=\dfrac{F_{BC}}{A}=\dfrac{-38\text{ kips}}{\pi(1.25)^2\text{ in}^2}=-7.74\text{ ksi}$



1.3 假定作用在A點之 12 kip 力的方向係向右，解習題 1.2 。

解： 對桿AB言：

$F_{AB}=-12$ kips,

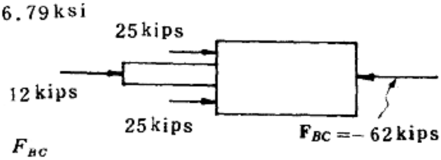
正交應力 $\sigma_{AB}=-6.79$ ksi

對桿件BC言：

$F_{BC}=-62$ kips ,

故正交應力 $\sigma_{BC}=\dfrac{F_{BC}}{A}$

$=-12.63$ ksi



1.4 在習題 1.1 中，如每一桿件中所生之正交應力相等，試求力 P 之大小。

解： 在習題1.1中，如果每一桿件正交應力均等，即 $\sigma_{AB}=\sigma_{BC}$

則 $F_{AB}=P$ ， 正交應力 $\sigma_{AB}=\dfrac{F_{AB}}{A_{AB}}=\dfrac{P}{\pi(0.01)^2}$

則 $F_{BC}=P+50$ ， 正交應力 $\sigma_{BC}=\dfrac{F_{BC}}{A_{BC}}=\dfrac{P+50}{\pi(0.015)^2}$

由 $\sigma_{AB}=\sigma_{BC}$ ， 得 $\dfrac{P}{\pi(0.01)^2}=\dfrac{P+50}{\pi(0.015)^2}$

$$力P=\frac{5}{125\times10^{-6}}=40\,\text{kN}$$

1.5 已知桿件 BE 中央部分係一 $12\times25\,\text{mm}$ 之均勻矩形斷面，如該 BE 部分中之正交應力是 $+90\,\text{MPa}$ ，試求作用力 P 之大小。

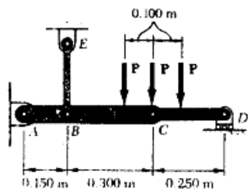
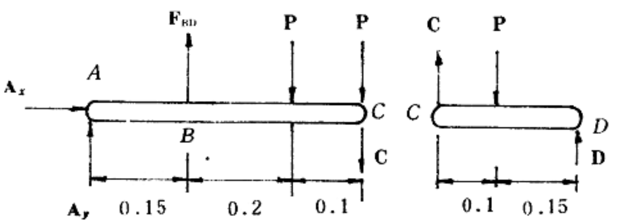


圖 P1.5 及 P1.6

解： 桿件 AC 及 CD 分離體圖如下：



由力 $F_{BE}=A_{BE}\sigma_{BE}=(0.012\,\text{m}\times0.025\,\text{m})(90\times10^6\,\text{Pa})=27\,\text{kN}$

由 AC 分離體圖：

取 A 點合力矩， $+\circlearrowleft\ \Sigma M_A=0$ ，

得 $0.15F_{BE}-0.35P-0.45P-0.45C=0$

$$0.15F_{BE}-0.8P-0.45C=0 \quad \text{———} \quad (1)$$

由 CD 分離體圖：

取 D 點合力矩，$+\circlearrowright \Sigma M_D=0$，

得 $0.15P-0.25C=0$ ——— (2)

$$C=0.6P$$

代 $C=0.6P$ 及 $F_{BE}=27\text{ kN}$ 於(1)式

得 $0.15(27\text{ kN})-0.8P-0.45(0.6P)=0$

作用力 $P=\dfrac{0.15(27\text{ kN})}{1.07}=3.79\text{ kN}$

1.6 有每一大小為 $P=4$ kN 之三力，作用在圖示之機構上。如桿件 BE 係一均勻矩形斷面，且 BE 中之正交應力是 $+100$ MPa，試求其斷面積。

解： 由圖如習題 1.5，而作用力 $P=4$ kN，代入上題之(1)及(2)式

得 $0.15F_{BE}-0.8(4\text{ kN})-0.45C=0$ ——— (1)

$0.15(4\text{ kN})-0.25C=0$ ——— (2)

由(2)式得， $C=2.4\text{ kN}$，

代(1)式得， $F_{BE}=28.5\text{ kN}$

則桿件 BE 面積 $A_{BE}=\dfrac{F_{BE}}{\sigma_{BE}}=\dfrac{28.5\text{ kN}}{100\text{ MPa}}=285\text{ mm}^2$

1.7 已知鏈桿 BD 之斷面是 $\dfrac{1}{16}\times\dfrac{1}{4}$ in. 均勻斷面，試求在 BD 中點之正交應力。

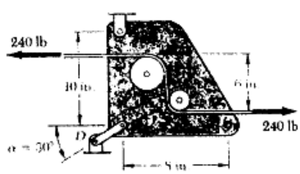
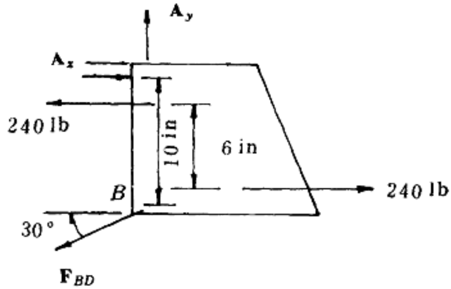


圖 P1.7

解： 分離體圖如下：



由圖所示，知 240 lb 的力形成一力偶　240 × 6　in - lb

取 A 點合力矩，$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

得　　$240 \times 6 - F_{BD}(\cos 30°)(10) = 0$

$$F_{BD} = +166.3 \text{ lb}$$

而 BD 桿件正交應力　$\sigma_{BD} = \dfrac{F_{BD}}{A_{BD}} = \dfrac{+166.3\text{ lb}}{(\frac{1}{16}\text{ in})(\frac{1}{4}\text{ in})} =$

$$= 10.64 \times 10^3 \text{ psi}$$

1.8　一大小為 1000 lb·ft 之力偶，作用於圖示引擎系統之曲柄上。在圖示之位置，試求 (a) 需要使此系統成平衡時之力 **P**，(b) 鏈桿 BC 有一均勻之斷面積 0.72 in²，求其中之正交應力。

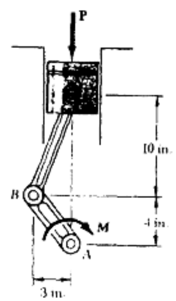


圖 P1.8

解：　(a) 由 AB 及 BC 桿件分離體圖，取 A 點合力矩，$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

$$C_x(14\text{ in}) - (1000)(12) = 0$$

$$C_x = 857 \text{ lb}$$