高等學校教學用書

畫法幾何教程

下册

А. И. ДОБРЯКОВ著
В. В. РЫЖКОВ校訂
朱福熙　徐良佐　曾大民譯

高等教育出版社

高等學校教學用書

畫法幾何教程

下册

A. И. 多布爾雅科夫著
B. B. 雷日科夫校訂
朱福熙 徐良佐 曾大民譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯國立建築書籍出版社（Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре）出版的多布爾雅科夫（А. И. Добряков）教授遺著，而由雷日科夫（В. В. Рыжков）校訂的"畫法幾何教程"（Курс начертательной геометрии）1952年第三版譯出的。原書經蘇聯高等教育部審定爲土木建築與建築藝術高等學校教學參考書，也可作爲建築師及建築工程師的參考用書。

本書特點爲：(1)擴充了透視投影和軸測投影的部分而精簡了關於正投影的初步問題；(2)增添了影的理論；(3)補充了畫法幾何對建築設計工作應用方面的專門習題；(4)增添了複習問題和習題以便自修之用。

本書中譯本分兩册出版：上册內容全部爲正投影，論述點、線、面的正投影，投影的改造，透視對應與相仿對應，曲線、曲面、展開、相交，和正投影圖上的影。下册內容爲軸測投影，透視投影和標高投影。

下册由朱福熙、徐良佐、曾大民等翻譯。

畫 法 幾 何 教 程

下　　册

書號324（課301）

多 布 爾 雅 科 夫 著

朱 福 熙 等 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

新 華 書 店 總 經 售

商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷

上海天通菴路一九〇號

開本850×1168 1/32　印張8 8/16　字數 177,000

一九五五年六月上海第一版　印數 1—3,000

一九五五年六月上海第一次印刷　定價(7) ¥1.08

下 册 目 錄

第二部　軸測投影,透視投影,標高投影

第二部　軸測投影,透視投影,標高投影

第六章　軸測投影

在緒論(§3, 圖7)中已經指出,一個物體的軸測投影,可用平行的光線束,將該物體射影在一個平面上而求得,但必須將該物體所屬的直角坐標軸,與該物體同時射影在該平面上。由於每一個物體都可以看作是一個點系,因此,研究物體射影的方法,應先從點開始。在圖7已經闡明過,在軸測投影法中空間一點 A_1 的位置,完全可以確定,祇要給出軸測投影點 A 和它的第二投影 a。這第二投影就是 A_1 點在三個坐標平面中之任一個面上(例如圖7在横面 H 上)的正投影的投影。圖7, в 中已指出了重定一點在空間的位置時圖上所應給出的起碼條件。在說明圖7, в 時已經指出,為要這樣來重定一點,必須從 H 面上的 a 點,引直線 $aa_0 \parallel Oy$, 使與 Ox 軸相交於 a_0 點(圖7, б); 那時線段 Oa_0 卽為該點的横坐標,線 a_0a 為其縱坐標,而線段 Aa 則為豎坐標。量度這些線段必須用其所對應的軸測單位: Oa_0 用單位 l, a_0a 用單位 m, 而 Aa 用單位 n。在 Ox, Oy 與 Oz 軸上由坐標原點起各量取一段單位長度的眞長 u, 再把這三段眞長隨同坐標軸一同射影到 K 面上,這時軸上三段眞長所變成的線段叫做軸測單位。如果在圖7, a 中從空間一點 A_1 向縱面 V 引一垂線,並將垂足 a'_1 連同其他各點一齊射影到 K 面上,那麽就得到一種如圖8, a 所示的圖。從這圖中可見,祇要在圖中有了 a 與 a' 兩點,卽所謂空間 A_1 點的兩個第二投影,空間 A 點可以被重定出來。正如所見,為了重定 A_1 點,應從 a 點引一直線,平行於 Oz, 從 a' 點引一直線平行於 Oy 軸;這兩直線的交點卽給出軸測投影 A, 繼

而用相應的軸測單位來量度線段 Oa_0, a_0a 與 aA, 便可以在空間得出 A_1 點。

因此，空間一點的位置，可以由已知的軸測投影和第二投影，或由該點的兩個第二投影所完全確定。

上述的一種軸測投影是軸測法比較常用的型式中的一種特殊情形，在常用的型式中畫面 K 對坐標軸的位置是任意放的，並且使將軸線射影的光線與 K 面成任意角度

如果光線的方向與 K 面成一斜角時，這種軸測法稱爲斜軸測；如果光線的方向與 K 面成一直角，則得到正軸測。我們將分別來研究每一種的軸測法。

§ 37. 斜投影

在軸測投影中，對如何量度被繪畫的物體這一個問題，一般都是根據波克 (Польке) 定理來解決，這個定理以稱爲"軸測法的基本命題"而著名，即："任意一個畫上了對角線的平面四邊形，一定是某一個縮尺四面體的平行投影"。所謂縮尺四面體 (масштабный тетраэдр) 就是沿直角坐標系 $O_1x_1y_1z_1$（圖 247）的軸線，從原點 O 起各截取原縮尺的基數 u, 然後以直線連接截得各點，所得的四面體，用平行光線束，依任意選擇的方向 s, 將該四面體射影到任意所取的軸測投影平面 K 上（這時方向 s 並不與任一坐標軸重合，亦不與任一坐標平面平行），就得到一個帶有相交對角線的四邊形，其中過同一個頂點 O 的三個線段就是基數 u 的投影 l, m 及 n。以後將會談到，這個波克定理，祇是如下的一個更具有一般性的定理的一個特殊情況，即："所有畫上對角線的平面四邊形，都可以看作是某一個與任一

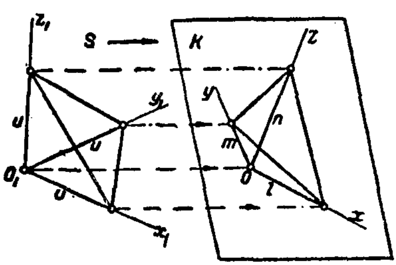

圖 247

給出四面體相似的四面體的平行投影"「許華列茲—波克(Шварец—Польке)定理」❶。

這樣一來，波克定理就可以肯定地這樣說："在同一平面上由 O 點所引出的三段任意長度和任意方向的直線 Ox, Oy, Oz (祇要沒有一段是其他任一段的延長線)，總可以看作是縮尺四面體的平行投影，亦卽可以看作是從空間一點 O_1 所引出的三個等長而互相垂直的直線線段 O_1x_1, O_1y_1 和 O_1z_1 的投影"。

圖 247 中線段 l, m 與 n 是縮尺基數 u 的投影，亦稱為軸測單位(аксонометрическая единица)，它們與基數 u 的比例，稱為縮短比例(масштаб искажения)。例如：$\frac{l}{u}=p$ 是 Ox 軸縮短比例，$\frac{m}{u}=q$ 是 Oy 軸的縮短比例，$\frac{n}{u}=r$ 是 Oz 軸的縮短比例。如果所有這些縮短比例都相等($p=q=r$)，這種軸測投影稱為等測的(изометрическая)，如果祇有其中兩個相等($p=r\neq q$, $p=q\neq r$ 或 $q=r\neq p$)這種軸測投影稱為二測的(диметрическая)，再其次，如果三種縮短比例都不相等($p\neq q\neq r$)，這種軸測投影稱為三測的(триметрическая)。根據波克定理，可以推出在一個平面上，從一點到三根任意直線，祇要它們不是重合的，再在這些直線上，從該點起截取任意軸測單位 l, m 和 n，由此所得的圖，都可以看作是直角坐標系(每一個坐標軸的長度為 u)的軸測投影。

不過，在畫一個實物(例如一個立方體)的軸測投影時，雖然軸線和軸測單位可以任意選擇，但假如選得不恰當，就會得到如圖 248 所示那樣子的圖，這些圖畫得歪曲異常，不能把一個立方體想像作為一個正六面體表示出來。相反的，在圖 249 中畫出同一正方形的圖，却給人一個很逼肖的印象。因此，畫軸測圖時，實際上對選擇軸線方向和軸測單位長度的自由都要給予不少的限制，不僅要求看上去清楚明顯，易於量度，還要易於作圖。在斜軸測法中，畫面 K 多半與一個坐標平面相重合，

❶ 這個定理的證明可參看 Н. А. 嘉拉哥列夫(Глаголев)所著的"畫法幾何"。

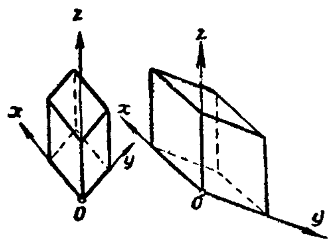

圖 248

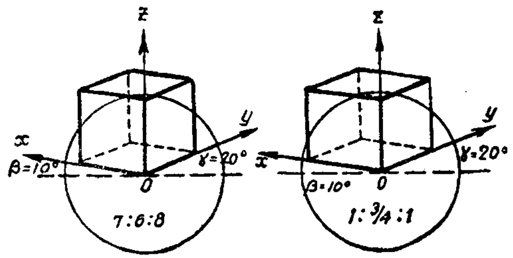

圖 249

而射影方向 s 則與 K 面成 45° 角，這樣得出的立方體，有兩個面由於平行於 K 而沒有變形，其餘各面均成菱形。假如平面 K 與坐標平面 xOy 相重合(圖 250, a)這樣的圖通常稱爲軍用透視 (военная перспек-

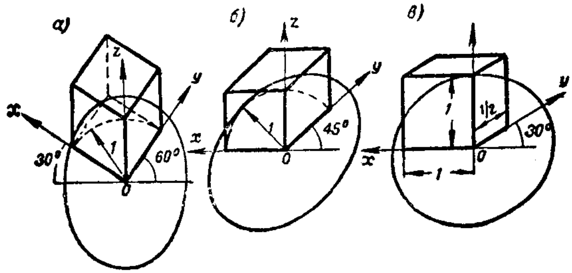

圖 250

тива)，如果是從下面望上去，則稱爲井蛙透視 (лягушачая перспектива)。假如平面 K 與坐標平面 xOz 相重合(圖 250, $б$)，這種軸測法稱爲偏視投影(кавальерная проекция)，或稱正面斜角等測投影 (косоугольная изометрическая фронтальная проекция)。假如平面 K 與坐標面 xOz 重合，射影方向 s 與平面 K 所成的角度，稍大於 60° 時，所得的側面，則成爲一個平行四邊形，其中有兩邊的長度等於眞長的 $\frac{1}{2}$ (圖 250, $в$)。其實，在圖 7, a 我們已經知道，Oy_1 軸在 K 面上的投影 Oy 的長度等於 Oy_1 乘以 $\operatorname{ctg}\alpha$，這裏 α 即爲射影方向 S 與 K 平面所成的角度，而 $\operatorname{ctg} 60° = 0.557$。這樣的一種斜二測投影稱爲簡便投影

(кабинетная проекция)，或稱正面二測投影。如果所取 α 角之值遠大於 60°，結果 Oy 軸上尺度的縮減多於兩倍，而所得立方體的圖，與其說是一個立方體，倒不如說是一塊石板了。反之，當 α 角小於 45° 時，則正方體的圖沿 Oy 軸上的尺寸放大了，看起來像一條伸長的樑木(平行六面體)。因此，選用 α 角時，最好使其餘切等於 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$。想證明這一點，最好留意圖 251，圖中 a 表示一段木板的正投影圖，圖 $б$ 是與圖

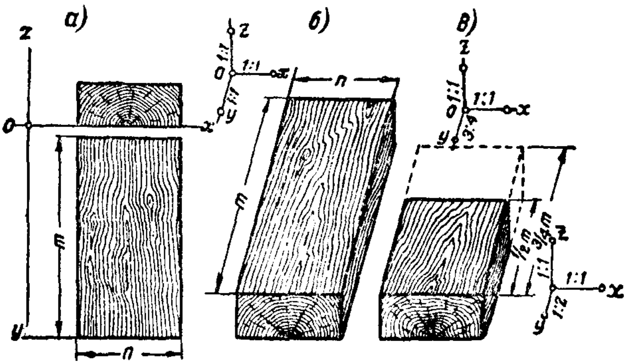

圖 251

250，$б$ 同一類型的斜等測圖，圖 $в$ 是與圖 250，$в$ 同一類型的二測圖。在圖 251，$б$ 中，木板看來比正投影圖長了一些，但在圖 $в$ 則看來短了一些。圖 $в$ 中的虛線表示當 $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{3}{4}$ 時木板的圖。這也是一幅最悅目的圖。但是，爲了作圖簡單起見，例如在畫機械製造圖時，可採用一種沿 Oy 軸上的尺寸比其眞長縮減一倍的斜二測投影。在斜等測圖上，Ox 與 Oy 軸對水平線的傾斜角 β 與 γ 通常使其相等，如圖 249 與圖 250 所示。在圖 250，a 中如果 β 角與 α 角相等，則立方體的前後兩稜邊相互重合，因而削弱了圖的立體感。

圖 249 與 250 並畫出一些圓球的外形(可見輪廓)，其半徑等於立方體稜邊的長度，球心在坐標軸的原點上。關於如何作出這樣的曲母

線旋轉曲面的外形，將在下文闡明（參看§41）。目前，在從立體感的觀點來評比各種斜軸測圖的優點時，應注意圖250，a與$б$中圓球的圖。正如所見，在斜等測圖中，圓球射影成爲一個橢圓，因此看來不像一個圓球而像一個橢圓球了。由此可得出結論：凡畫含有球面的物體時，應避免採用斜等測法。

從表達力的觀點來看，在斜軸測法中值得注意的，是佈置畫面K時應平行於一個坐標軸。爲要闡明這一種投影，可先研究圖252，圖中K面平行於O_1z_1軸，同時在O_1x與O_1y軸上截得不等的線段。如果引一平面P通過O_1z_1軸而垂直於K（參看跡線P_k與P_h，而H就是xO_1y面），在P面上，過O_1點引射影光線O_1O，使與K面成$45°$傾角，那麼投影Ox與Oy的長度將與造成這兩個投影的軸線O_1x與O_1y相等。這可以從下式中看出來：

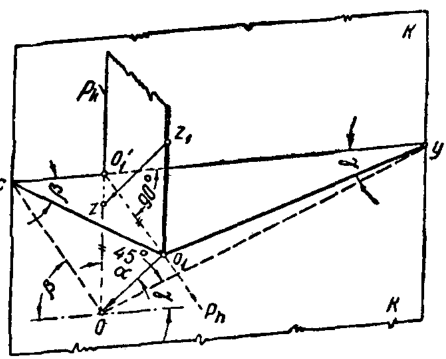

圖 252

$$\triangle O_1xO_1'=\triangle OxO_1', \text{ 又 } \triangle O_1yO_1'=\triangle OO_1'y,$$

因爲兩直角三角形有兩直角邊相等。O_1z_1軸的投影Oz結果也沒有縮短。同時可見，在空間的O_1xy角與O_1yx角相應地等於投影Ox和Oy跟水平線所夾的角β與γ，而直角xO_1y射影成xOy角，也完全沒有改變。由於K面可能在O_1x與O_1y軸截得各種不等的線段，因此當通過O_1z_1軸的射影光線的方向是在一個垂直於K面的平面上時，就會得出這樣的等測軸：Ox與Oy對水平線成任意的傾斜角β和γ（$\beta+\gamma=$ $=90°$），Oz軸則保持鉛直方向，並且Ox與Oy所夾的直角還是直角，沒有改變。所得的圖形，可見是屬於軍事透視那類的斜等測圖。角β和γ最好選用$30°$和$60°$，如圖250，a所示。

如果射影光線 O_1O（圖 252）的方向不與 K 成 $45°$，則在投影圖上 O_1x 與 O_1y 軸各有不同的縮短，所得的就是三測圖；同時在投影圖上 Oz 軸顯然是始終保持鉛直的，並射影成為它的眞長，但 Ox 軸與 Oy 軸則可能各有不同的縮短和不同的方向。根據剛才所述那種斜三測圖，可先以立方體爲例，將它的底畫在 xOy 面上，畫成一個任意平行四邊形 $OADB$（圖 253），選平行四邊形對邊的長度 m 與 l 和角 β 與 γ 時，都應考慮到務求得出一個適宜的圖形。然後，求出立方體稜邊的眞長 u，並把 u 量在 Oz 軸上。想求立方體稜邊的眞長，可使平面 xOy，繞 K 面上的直線 xy 旋轉而與畫面 K 相重合（此時 K 面是鉛直的，同時在空間與平面 xOy 相交於水平線 xy）。既然 xOy 角實際上是一個直角，當 xOy 面重合於鉛直平面 K 後，直角的頂點 O 應落在一個以直線 xy 爲直徑

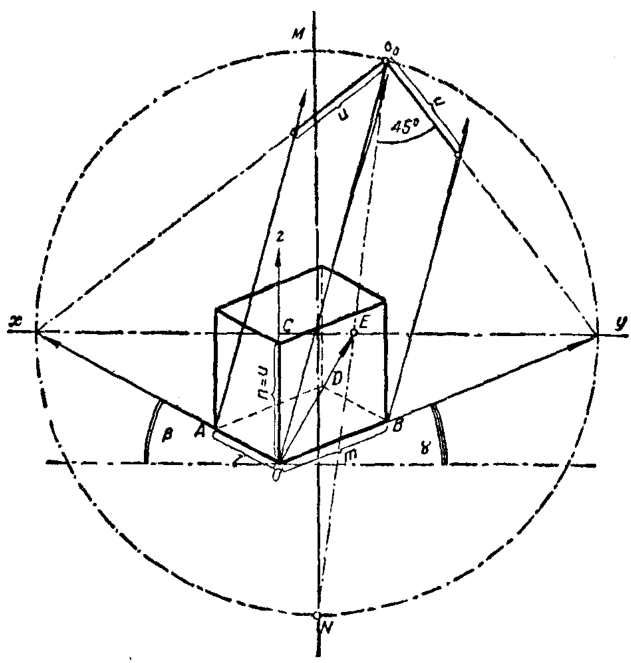

圖 253

的圓周上。在重合後，根據 OD 是立方體正方形面上的對角線，亦即與立方體的各個面成 45° 角，就可求得 O_0 點的位置。顯然，如果延長該對角線，使與旋轉軸相交於 E 點，然後以直線聯 E 點與圓周的鉛直直徑 MN 的下端 N，並延長所得聯線 NE 使與圓周相交，交點即所求的 O_0 點。再使點 x 與點 y 各與 O_0 點以直線相聯，結果可得角 xO_0N 與角 yO_0N，各等於 45°，因為每個角都是圓周角而且都立於 90° 的圓弧上。如果現在以直線聯 O 與 O_0，再從 A 與 B 點各引直線使平行於 OO_0。並與直線 xO_0 和 yO_0 相交，那麼在直線 xO_0 與 yO_0 上就截得相等的線段 u，u 即是被繪畫的立方體稜邊的真長。為要得出立方體的三測圖的第三元尺寸 OC，可把 u 值由 O 點起量在 Oz 軸上。

由此可知，想作出任何綜錯複雜的物體的一幅傳神逼肖的斜軸測圖，可以這樣進行：將該物體內接於一個立方體中（放該物體在一個立方體內），然後用上述方法作出該立方體的軸測圖，使畫面對 x 與 y 軸的相對位置放得很恰當，然後利用立方體的面作為坐標平面，再將立方體裏面的物體逐點的作出來。

§ 38. 正投影

將坐標軸射影到畫面上的光線束，當其方向垂直於畫面時，就應該使畫面 K 與所有三條坐標軸都相交。事實上，如果佈置畫面使其垂直於某一坐標軸或坐標面，那時該坐標軸將射影成為一點，坐標面則射影成為一根直線，因而圖形的立體感就大為削弱了。

取處於水平位置的平面 K（圖 254），並設坐標面 xO_1y 與 K 面重合。以任意直線截 O_1x 與 O_1y 軸，並以該直線作為旋轉軸，使全組軸線旋轉至任意位置，那時坐標原點 O_1 則轉移到 O 的位置。顯然，垂直於旋轉軸的線段 O_1o，就是 O_1 點的轉動途徑在 K 上的投影。垂直於 K 面的光線 Oo，把 O 點射影在 O_1o 線的末端 o，在旋轉後軸線 O_1z_1 轉到了 Oz 的位置，Oz 即為切於 O_1 點的圓形途徑的切線，並且與 K 面相交

於 O_1o 的延長線上的 z 點。因此，坐標軸在 K 面上的正投影就是線段 ox，oy 與 oz❶。不難證明，這三個線段的方向跟三角形 xyz 的三個高相符合，三角形 xyz 稱爲坐標平面的跡線三角形(треугольник следа)，因而原點的投影就是各個高的交點。事實上，例如在空間垂直於坐標面 xOy 的軸 Oz，就應該投影在 K 面上成爲一根直線，該直線垂直於該坐標面在 K 面上的跡線 xy (所有平面上的垂線都是如此)。其他各軸都可照此類推。

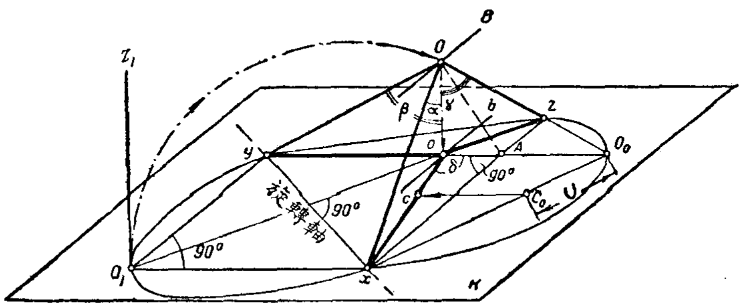

圖　254

其次，不難證明跡線三角形一定是個銳角三角形，因爲它的每一個角都是兩坐標面所構成的直二面角被畫面所截而成的，但畫面並不垂直於該二面角的稜。

設射影方向 Oo 與各坐標軸 Ox，Oy 與 Oz 的夾角相應的稱爲 α，β 與 γ，則各軸的縮短係數將是:

$$\frac{ox}{Ox}=\sin\alpha=p;\quad \frac{oy}{Oy}=\sin\beta=q;\quad \frac{oz}{Oz}=\sin\gamma=r\text{。}$$

可以看出，如果 $\alpha\neq\beta\neq\gamma$ 即 $p\neq q\neq r$，則跡線三角形 xyz 爲不等邊三角形(三測投影)；如果 $\alpha=\beta\neq\gamma$，即 $p=q\neq r$，跡線三角形是等腰的。

❶ 在圖 254 中 O 點在 K 面的上空，而物體將要被從下往上看。假如我們想像 O 點在 K 之下，作爲它在鏡中的反映，那麼投影 ox，oy 與 oz 還是照舊不變，但物體已經可從它的上邊往下看了，它的樣子和原先的鏡中反映一樣。

最後，當 $\alpha=\beta=\gamma$，卽 $p=q=r$，跡線三角形就成爲等邊三角形了（等測投影）。

1．正等測圖。如果 $\triangle xyz$ 是等邊的，則聚於 O 點的幾個角都相等，卽每一個角將爲 $120°$。各軸的縮短也是一樣的，而縮短係數可決定如下。從三角學可知，由向量與坐標軸所組成的各個角，其餘弦的平方之和等於 1，卽：

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1,$$

或
$$1-\sin^2\alpha+1-\sin^2\beta+1-\sin^2\gamma=1。$$

因此：
$$\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=2。$$

但由於 α, β, γ 各角的正弦等於縮短係數 p, q 與 r，因此

$$p^2+q^2+r^2=2。\qquad (1)$$

在正軸測圖中，縮短係數的平方之和等於 2。但在等測圖中，$p=q=r$，因此，由方式（1）$3p^2=2$，結果 $p=\sqrt{\frac{2}{3}}\approx 0.82$。

那末，在正等測圖中，物體三元的大小都同樣的縮短，縮短係數等於 0.82。在實際工作中，爲要避免使用這樣的一個係數，作正等測圖時，多半所有三元都截取眞長，但按圖量度時，就要記住那樣所得的圖比正投影圖放大了 $\frac{1}{0.82}\approx 1.22$ 倍。

在正等測圖中，等邊跡線三角形 xyz 和各軸測軸的佈置，如圖 255, a 所示。從這圖中還可以看出軸測軸的作法。

一個立方體，假如它的各個面都與坐標平面重合或平行，畫在正等測圖中，就成爲一個有對角線的正六角形。假如從上往下看，它的樣子如圖 255, б 所示。假如從下往上看，則如圖 255, в 所示，在圖 255, в 中還在各個面上畫了內接圓。

將一個圓球畫成這一種等測圖時，就成爲一個圓周，想要在圖中能夠把它的球形表達出來，同時要使一個球的圖與一個平行縱面的圓周的圖有所區別，可用坐標平面 H, V 和 W 將球體截出三個截面（圖 255,

$\imath$)。圖中各坐標平面畫成相等的菱形，球的截面則成爲三個相等的橢圓（圖 255，$\imath$ 表示把球體切去 $\frac{1}{8}$）。

不難證明，在坐標平面上的，或在平行於坐標平面的平面上的圓周，在正等測圖上，將投影成爲橢圓，它的長軸垂直於坐標軸的投影，其長等於圓周直徑的眞長，短軸則與坐標軸重合或平行，眞長等於圓周直徑的 0.58。事實如此，設在圖 254 中於 xOz 面內，以 O 點爲圓心作一圓周，則圓周的直徑，由於平行於 xz（直線 OB），亦平行於 K 平面，所以在 K 面的投影 ob 即爲它的眞長，並平行於 xz，也就是垂直於軸測軸 yo，另一方面，圓周的垂直於 OB 的直徑，由於與 AO 重合，在 K 面上的投影將與軸測軸 Oy 重合，並按比例 $\frac{oA}{AO}=\sin\angle oOA$ 而縮短。

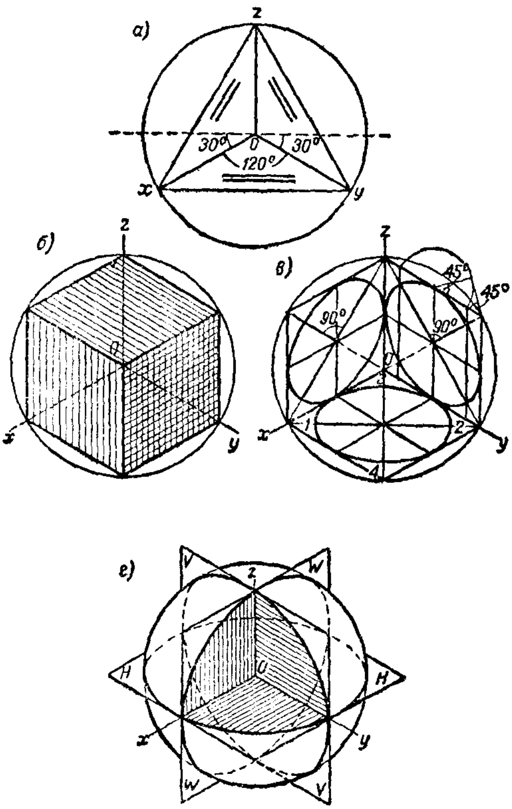

圖　255

但 $\angle oOA$ 是直線 oO 與平面 xOz 所夾的角，因爲 oO 在平面 xOz 上的投影在直線 OA 上；作等測圖時，$\triangle xyz$ 是等邊的，直線 oO 就與立方體的對角線重合，而平面 xOz 則爲該立方體的一個面，因此，$\angle oOA$ 就是立方體的對角線與立方體的面所夾的角，亦即約等於 $35°$，因此

$\sin oOA \approx 0.58$。

所有在坐標平面上，或在平行於坐標平面的平面上，而平行於跡線三角形 xyz 任一邊的直線線段，在正軸測圖中（等測，二測或三測）的投影，將垂直於某對應的軸測軸，並等於其眞長（參看圖 255，a 的雙線）。

剛才所述關於在平行於坐標面的平面上的圓周，其軸測投影的作法，可以推廣到其他各種的正軸測圖（二測和三測），同時亦可以推廣到另一種情況，卽圓周所在的平面不平行於坐標面。那時圓周的一個直徑，卽平行於圓周平面與畫面的交線的直線，其投影並無縮短，但另一個垂直於該交線的直徑，其投影亦與之相垂直，因此，投影的縮短將與圓周平面對畫面的傾角的餘弦成比例。這一個說明就使得我們可以在任何型式的軸測軸的圖上，作出位於任意一般位置平面上的圓周，這在下文將會談及。

2. 正二測圖。在圖 254 中，如果 $\alpha=\gamma\neq\beta$，卽 $p=r\neq q$，則 $\triangle xyz$ 成爲等腰三角形，因而得到正二測圖。在機械製造圖中，通常使沿 oy 軸的長度，比沿其他兩軸的長度，縮短爲一半，亦卽 $p=r$，而 $q=\frac{p}{2}$。在這種情況下，根據公式（1），可得：

$$p^2+p^2+\frac{p^2}{4}=2,$$

由此：

$$p=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}=0.94; \qquad (2)$$

$$q=\frac{p}{2}=\frac{0.94}{2}=0.47。$$

爲要在實際作圖上避免使用零碎的尺寸，通常在所有這三個縮短係數中，都加進一個公共的修正係數，這個係數可根據方程式 $k\cdot 0.94=1$ 而決定，卽 $k=1.06$。那時，$q=0.47\times1.06=0.5$。這時，就可以沿 ox 軸和 oz 軸量得眞長，而沿 oy 軸量得實長的一半，但如要在正二測圖上量度尺寸時，必須記得，圖形已比正投影圖放大了 1.06

倍。

在正二測圖上,各軸測軸間的夾角怎樣呢?

從圖 254 中可見,當 $\alpha=\gamma$, 則 $Ox=Oz$, 因此 $xy=yz$, 又 $xA=Az$, 因爲 A 點是將 yo 軸延長與直線 xz 相交所得的點。當 $Ox=Oz=1$ 時, 則 $xz=\sqrt{2}$, 因此 $xA=Az=\frac{\sqrt{2}}{2}$。現在就可以求出 zox 角的大小了:

$$\angle Aox=\frac{1}{2}\angle zox=\delta,\quad \sin\delta=\frac{Ax}{ox}=\frac{\sqrt{2}}{2}:\frac{2\sqrt{2}}{3},$$

因爲在方程式: $\frac{ox}{Ox}=\sin\alpha=p$ 中,當 $Ox=1$ 時,根據(2)式, ox 將等於 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$。

因此:
$$\sin\delta=\frac{\sqrt{2}}{2}:\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{3}{4},$$

相應的角度爲 $48°35'30''$。

由此 $\angle xoz=2\delta=97°11'$, 而在軸測軸之間於 o 點處其餘的兩個相等的角將爲 $360°-97°11'=262°49'$, 因此, $\angle xoy=zoy=131°24'30''$。實際作圖時, oz 軸經常是畫成鉛直的(與畫紙的側邊平行), 因此, 在剛才所選定的那一種正二測圖中, 跡線三角形 xyz 和軸測軸的佈置, 將如圖 256, a 所示, 由於 $\operatorname{tg} 7°11'=\frac{1}{8}$, 因此 oz 軸與 ox 軸相夾的角, 可以根據這一個正切而作出, 而 oy 軸的方向則垂直於跡線 xz (跡線 xz 截 ox 軸與 oz 軸於相等的線段), 因爲 yoz 角與 yox 角應該是相等的。

一個立方體, 它的各面與坐標面相重合, 如果由上往下看時, 它在二測圖上的樣子如圖 256, б 所示, 但從下往上看時, 則如圖 256, в; 在圖 256, в 中, 還在立方體的各個面上畫了內接圓周。本來也可以跟正等測法一樣, 計算出這時所得的橢圓兩主軸的長度的對比關係[1], 但我

[1] 參看 B. O. 郭爾東和 M. A. 謝維作夫-歐捷夫斯基合著的"畫法幾何學"——朱膺才譯。