

技工学校教材

数 学

上 册

兴平化工技校

王向东 主编



化学工业出版社

技工学校教材

数 学

上 册

兴平化工技校
王向东 主编

化学工业出版社

内 容 提 要

本教材系由化工部教育司委托化工技校基础课教材编委会组织编写的。教材立足于目前技校教学改革的要求，对传统的数学课教材的内容作了必要的调整和修改，力图使之更能适应后继课程教学的需要和培养新型人材的需要。本教材分上、下两册出版。上册包括：初中有关知识的复习，幂函数、指数函数和对数函数，三角函数和反三角函数，复数，方程组的行列式解法，立体几何，直线及二次曲线等初等数学的基本内容。

本教材可作为技工学校各化工类专业的数学教科书，亦可作为职业中学和职工培训的数学教材。

技工学校教材

数 学

上 册

兴平化工技校

王向东 主编

责任编辑：徐世峰

封面设计：任 辉

化学工业出版社出版

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本 $787 \times 1092^{1/32}$ 印张 $13\frac{1}{2}$ 字数298千字

1989年11月第1版 1989年11月北京第1次印刷

印 数 1—10.520

ISBN 7-5025-0657-8/G·169

定 价 4.80元

前 言

本教材是根据化工部1988年颁发的化工技工学校《数学教学大纲》、由无机教材编委会具体组织、本着改革精神编写的。

教材分上、下册。上册包括：代数、立体几何、解析几何；下册包括：微积分、常微分方程。总课时拟订为198学时，上册讲授130学时，下册讲授68学时，两学期讲完。

教材以打好基础为目的，加强了基础知识的掌握、基本技能的培养等方面的内容。并在第〇章简要复习了初中的部分重要内容。为了保证学生在规定时间内学好基础内容，未将参数方程、极坐标等列入本教材，并将指数方程和对数方程、三角函数的和差化积和积化和差、三角方程、复数等章节作为选学内容（在书中用※标示出来）。为了强调和体现教材知识性和实用性的有机统一，以便更符合学生的认识水平和接受能力，在不破坏数学体系的前提下，对教材深度的确定、层次的编排等方面作了一些探索性的改革。微积分所取的内容，基本上满足了专业课和专业技术对高等数学的要求，并可为学生今后进一步的提高打下一定的基础。常微分方程简介作为部分专业的选学内容。

在编写过程中，力求做到理论联系实际，尽量符合培养中级工的需要，并注意文字通俗易懂、详略得当、重点突出，便于学生接受。尽量使作业编排比较精练，分练习和习题两类，便于选用。

本教材适应于招收初中毕业生三年制技工学校各专业。下册可单独作为招收高中毕业生的技校各专业的教材。也可作为职业高中和职工培训的数学教材。

本教材由陕西兴平化工技校王向东和李丰主编。王向东编写第〇、一、二、七、八、十、十一共七章，李丰编写其余各章。南京化学工业公司技校杜德有主审第十二章~第十七章；吉林化学工业公司技校徐春晖主审第九章~第十一章，其余各章由重庆市化工技校郝一夫主审。参加审阅的有：四川化工总厂技校李正维，湖南岳阳设备安装技校孙长春，太原化工技校王红平，北京有机化工厂技校邢淑燕。

这次编写工作，由于时间比较紧促，编者水平有限，缺点和错误在所难免，恳切地希望广大读者批评指正，以便今后进一步的修改和完善。

编者

一九八八年九月

目 录

第〇章 指数 对数 不等式 (复习)	1
第一节 指数	1
第二节 对数	8
第三节 不等式与不等式组的解法	17
第一章 集合与函数	26
第一节 集合的概念	26
第二节 集合的关系与运算	32
第三节 对应与函数	41
第四节 逆对应与反函数	53
第二章 幂函数 指数函数 对数函数	60
第一节 幂函数	60
第二节 函数的单调性和奇偶性	67
第三节 指数函数	72
第四节 对数函数	80
※第五节 指数方程与对数方程	92
第三章 任意角的三角函数	101
第一节 角的概念的推广	101
第二节 弧度制, 圆弧长计算公式	105
第三节 任意角的三角函数	111
第四节 同角三角函数的基本关系式	119
第五节 三角函数的诱导公式	124
第四章 三角函数的图象和性质	138
第一节 正弦函数的图象和性质	138
第二节 余弦、正切、余切函数的图象和性质	144
第三节 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	152

第五章 两角和与差的三角函数	160
第一节 两角和与差的正弦和余弦	160
第二节 两角和与差的正切	167
第三节 二倍角的正弦、余弦和正切	171
第四节 半角的正弦、余弦和正切	176
※第五节 三角函数的和差化积和积化和差	181
第六章 反三角函数	189
第一节 反正弦函数	189
第二节 反余弦函数	197
第三节 反正切函数和反余切函数	205
※第四节 简单的三角方程及其解法	213
※ 第七章 复数	227
第一节 复数的概念	227
第二节 复数的加减运算	238
第三节 复数的三角形式及运算	243
第四节 复数的指数形式及运算	256
第八章 方程组的行列式解法	264
第一节 二阶行列式与二元一次方程组	264
第二节 三元一次方程组的行列式解法	270
第九章 立体几何	281
第一节 平面、空间两条直线的位置关系	281
第二节 空间直线和平面的位置关系	287
第三节 空间两个平面的位置关系	294
第四节 棱柱	300
第五节 棱锥	305
第六节 棱台	311
第七节 圆柱	316
第八节 圆锥、圆台	321
第九节 球面、球体、球冠、球缺	328
第十章 直线	334

第一节	有向线段 定比分点	334
第二节	直线的方程	343
第三节	两直线的位置关系	356
第十一章	二次曲线	373
第一节	曲线和方程	373
第二节	圆	379
第三节	椭圆	386
第四节	双曲线	396
第五节	抛物线	409

第〇章 指数 对数

不等式 (复习)

第一节 指 数

一、指数的概念

1. 正整数指数幂

n 个相同的因子 a 的积叫做 a 的 n 次幂, 记为 a^n 。即

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n \quad (n \text{ 是正整数})$$

2. 零指数幂

任何一个非零实数的零指数幂等于 1。即

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

3. 分数指数幂

正数的正分数指数幂表示一个根式, 它的根指数是分指数的分母, 根底数的幂指数是分指数的分子。即

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数})$$

4. 负指数幂

任何一个非零实数的负指数幂等于把幂指数变号后所得的幂的倒数。即

$$a^{-a} = \frac{1}{a^a} \quad (a \neq 0)$$

例 1 计算下列各式:

$$(1) (-2)^5, \quad (2) (3\sqrt{2})^0,$$

$$(3) -0.6^0, \quad (4) 10^{-3},$$

$$(5) \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}.$$

解: (1) $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)$
 $(-2) = -32;$

$$(2) (3\sqrt{2})^0 = 1;$$

$$(3) -0.6^0 = -1;$$

$$(4) 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001;$$

$$(5) \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^5 = 32.$$

例 2 把下列各分式化为“整式”形式:

$$(1) \frac{a}{3bc^2}; \quad (2) \frac{3}{2a^{-3}bc^{-2}};$$

$$(3) \left(\frac{y}{x}\right)^{-2}.$$

解: (1) $\frac{a}{3bc^2} = \frac{1}{3}ab^{-1}c^{-2}.$

注意: 数字系数习惯上不写成负指数幂的形式。

$$(2) \frac{3}{2a^{-3}bc^{-2}} = \frac{3}{2}a^3b^{-1}c^2.$$

$$(3) \left(\frac{y}{x}\right)^{-2} = x^2y^{-2}.$$

为了便于记忆, 这种变形可以归纳为: 分子的因子移至分母, 或分母移至分子, 其指数变号。

例 3 计算下列各值:

$$(1) \quad 8^{2/3} + 8^{-2/3} - (0.001)^{1/3},$$

$$(2) \quad \left(1 - \frac{7}{9}\right)^{1/2} + (-2.3)^0 - \left(2 \frac{10}{27}\right)^{-2/3} \\ + (0.125)^{-1/3}.$$

解: (1) $8^{2/3} + 8^{-2/3} - (0.001)^{1/3} = \sqrt[3]{8^2}$
 $+ \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} - \sqrt[3]{0.001}$
 $= 4 + \frac{1}{4} - 0.1 = 4.15$

(2) $\left(1 - \frac{7}{9}\right)^{1/2} + (-2.3)^0 - \left(2 \frac{10}{27}\right)^{-2/3}$
 $+ (0.125)^{-1/3}$
 $= \sqrt{\frac{16}{9}} + 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{64}{27}\right)^2}}$
 $+ \frac{1}{\sqrt[3]{0.125}}$
 $= \frac{4}{3} + 1 - \frac{9}{16} + \frac{1}{0.5}$
 $= 3\frac{37}{48}.$

二、科学记数法

科学记数法是把一个数记成 $\pm a \times 10^n$ 的形式 (n 为整数, $1 \leq a < 10$)。用科学记数法表示位数较多的数, 读、写、计算与记忆都很方便。

例 4 用科学记数法表示下列各数:

$$1000000; \quad -20000; \quad 4300000;$$

$$-920000; \quad 34.45.$$

$$\text{解: } 1000000 = 1 \times 10^6; \quad -20000 = -2 \times 10^4;$$

$$4300000 = 4.3 \times 10^6; \quad -920000 = \\ -9.2 \times 10^5;$$

$$34.45 = 3.445 \times 10^1.$$

从例4可以看出,用科学记数法把一个绝对值大于1的数表示成 $\pm a \times 10^n$ 的形式时, n 是一个非负整数, n 等于原数整数部分的位数减1。

例5 用科学记数法表示下列各数:

$$0.07; \quad -0.000035; \quad 0.0000000271.$$

$$\text{解: } 0.07 = 7 \times 0.01 = 7 \times 10^{-2};$$

$$-0.000035 = -3.5 \times 0.00001 = -3.5 \times 10^{-5};$$

$$0.0000000271 = 2.71 \times 0.00000001 \\ = 2.71 \times 10^{-8}.$$

从例5可以看出,用科学记数法把一个绝对值小于1的数表示成 $\pm a \times 10^n$ 的形式时, n 是一个负整数,它的绝对值等于原数中第一个非零数字前面所有零的个数(包括小数点前面的那个零)。

三、指数的运算法则

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a > 0, m, n \text{ 是有理数});$$

$$2. (a^m)^n = a^{mn} \quad (a > 0, m, n \text{ 是有理数});$$

$$3. (ab)^n = a^n b^n \quad (a > 0, b > 0, n \text{ 是有理数}).$$

例6 计算下列各式,并且把结果化成只含有正整数指数的形式:

$$(1) \quad (2a^{2/3}b^{1/2})(-6a^{1/2}b^{1/3}) \div (-3a^{1/6}b^{5/6});$$

$$(2) \quad (p^{1/4}q^{-3/8})^8;$$

$$(3) \quad \sqrt[4]{\left(\frac{16m^{-4}}{81n^4}\right)^3}$$

解: (1) $(2a^{2/3}b^{1/2})(-6a^{1/2}b^{1/3}) + (-3a^{1/6}b^{5/6})$

$$= 4a \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \frac{1}{b} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$$

$$= 4ab^0 = 4a;$$

(2) $(p^{1/4}q^{-3/8})^8 = (p^{1/4})^8(q^{-3/8})^8$

$$= p^2q^{-3}$$

$$= \frac{p^2}{q^3};$$

(3) $\sqrt[4]{\left(\frac{16m^{-4}}{81n^4}\right)^3} = \left(\frac{2^4m^{-4}}{3^4n^4}\right)^{3/4}$

$$= \frac{2^3m^{-3}}{3^3n^3} = \frac{8}{27m^3n^3}.$$

例 7 利用分指数幂计算下列各式:

(1) $\frac{a^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[10]{a^7}}$

(2) $(\sqrt[3]{5} - \sqrt{125}) + \sqrt[4]{5}$

(3) $\sqrt[3]{xy^2(\sqrt{xy})^3}$

解: (1) $\frac{a^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[10]{a^7}} = \frac{a^2 \cdot a^{3/5}}{a^{1/2} \cdot a^{7/10}}$

$$= a^{2 + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} - \frac{7}{10}}$$

$$= a^{7/5} = \sqrt[5]{a^7} = a \sqrt[5]{a^2};$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (\sqrt[3]{5} - \sqrt{125}) + \sqrt[4]{5} = (5^{1/3} \\
 & \quad - 5^{3/2}) + 5^{1/4} \\
 & = 5^{1/3-1/4} - 5^{3/2-1/4} = 5^{1/12} - 5^{5/4} = \sqrt[12]{5} \\
 & \quad - 5\sqrt[4]{5};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \sqrt[3]{xy^2(\sqrt{xy})^3} = [xy^2(xy)^{3/2}]^{1/3} \\
 & = [x^{1+\frac{3}{2}} \cdot y^{2+\frac{3}{2}}]^{1/3} \\
 & = [x^{5/2} \cdot y^{7/2}]^{1/3} = [x^{5/2}]^{1/3} \cdot [y^{7/2}]^{1/3} \\
 & = x^{5/6} \cdot y^{7/6} = y\sqrt[6]{x^5y}.
 \end{aligned}$$

除特殊情况外，利用分指数幂进行根式的乘法、除法、乘方和开方运算比较方便，所以在进行根式运算时，一般都化为分指数幂进行运算。

习 题 一

1. 计算下列各式的值：

$$(1) \quad (-3)^3 + 3^{-3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + (-3)^0;$$

$$(2) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2;$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \left(\frac{1}{4}\right)^{-3/2} + [(0.75)^0]^{-3} - \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} + 2\frac{7}{9} \\
 & + [125^{2/3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 343^{1/3}]^{1/2}
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad \left(\frac{b}{2a}\right)^3 + \left(\frac{2b^2}{3a}\right)^0 \times \left(-\frac{b}{a}\right)^{-3}.$$

2. 计算：

$$(1) \quad (9a^2b^{-2}c^{-4})^{-1};$$

$$(2) \quad 5a^{-2}b^{-3} + 5^{-1}a^2b^{-3} \times 5^{-2}ab^4c;$$

$$(3) \quad \frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-2} + b^{-2}};$$

$$(4) \quad (x + x^{-1})(x - x^{-1}).$$

3. 用科学记数法表示下列各数:

$$3200; \quad 3200000; \quad 0.00032; \quad 0.00000032;$$

$$5430; \quad 543; \quad 54.3; \quad 5.43;$$

$$0.543; \quad 0.000543,$$

4. 一个氧原子的质量约 2.657×10^{-26} kg, 一个氢原子的质量约 1.67×10^{-27} kg, 一个氧原子的质量约是一个氢原子质量的多少倍。

5. 指出下列各式中 x 的值:

$$(1) \quad \frac{1}{8} = 2^x; \quad (2) \quad 1 = 10^x;$$

$$(3) \quad 0.1 = 10^x; \quad (4) \quad 3.4 = 3.4 \times 10^x;$$

$$(5) \quad 0.34 = 3.4 \times 10^x; \quad (6) \quad 3400 = 3.4 \times 10^x;$$

$$(7) \quad \frac{1}{64} = 2^x; \quad (8) \quad 10 = 0.1^x.$$

6. 计算:

$$(1) \quad \sqrt{\frac{0.49 \times 121}{361 \times 0.81}};$$

$$(2) \quad \sqrt[6]{8^5} + \sqrt{-8} \times \sqrt[3]{8} + \left(\frac{1}{8}\right)^0;$$

$$(3) \quad \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3 \times \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5/6}.$$

7. 化简:

$$(1) \quad (27a^5)^{1/2} \sqrt{ab^{-1/2}} \sqrt[4]{b^{4/3}})^{1/3};$$

$$(2) \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(10^{-1})^{-2}(a^2b^{-4})^{1/2}}.$$

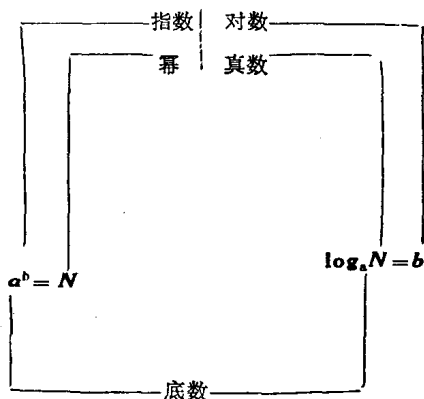
第二节 对数

一、对数的概念

1. 对数的定义

如果 $a^b=N$ ($a>0, a\neq 1$), 那么 b 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $\log_a N=b$, 其中 a 叫做底数 (简称为底), N 叫做真数。

指数式 $a^b=N$ 中的底数、指数、幂与对数式 $\log_a N=b$ 中的底数、对数、真数之间的关系表示如下:



例 1 把下列指数式改写成对数式:

$$(1) \quad 2^3=8, \quad (2) \quad 3^{-2}=\frac{1}{9}.$$

解: (1) $2^3=8$ 可写成 $\log_2 8=3$,

$$(2) \quad 3^{-2}=\frac{1}{9} \text{ 可写成 } \log_3 \frac{1}{9}=-2.$$

例 2 把下列对数式改写成指数式:

$$(1) \log_5 625 = 4; \quad (2) \log_{10} 0.01 = -2.$$

解: (1) $\log_5 625 = 4$ 可写成 $5^4 = 625$;

(2) $\log_{10} 0.01 = -2$ 可写成 $10^{-2} = 0.01$ 。

在对数式 $b = \log_a N$ 中, 知道了 a 、 b 、 N 三个数中的任意两个数, 即可求出第三个数。

例 3 以 64 为底, 什么数的对数等于 $-\frac{2}{3}$?

解: 设所求的真数为 N , 根据题意有

$$\log_{64} N = -\frac{2}{3},$$

写成指数式, 得

$$N = 64^{-2/3},$$

所以

$$N = (2^6)^{-2/3} = 2^{-4} = \frac{1}{16}.$$

例 4 以什么数为底, 8 的对数等于 6 ?

解: 设所求的底数为 a , 根据题意有

$$\log_a 8 = 6,$$

写成指数式, 得

$$a^6 = 8,$$

所以

$$a = \pm \sqrt[6]{8} = \pm \sqrt{2},$$

因为底数不能为负数, 因此, $a = \sqrt{2}$ 。

例 5 求以 9 为底 27 的对数。

解: 设所求的对数为 b , 那么由题意可得,

$$b = \log_9 27$$

写成指数式, 得

$$9^b = 27$$

即

$$3^{2b} = 3^3, \quad 2b = 3,$$