技工学校教材

数　学

上　册

兴平化工技校
王向东　主编

化学工业出版社

技 工 学 校 教 材

数 学

上 册

兴平化工技校
王向东 主编

化 学 工 业 出 版 社

内 容 提 要

本教材系由化工部教育司委托化工技校基础课教材编委会组织编写的。教材立足于目前技校教学改革的要求，对传统的数学课教材的内容作了必要的调整和修改，力图使之更能适应后继课程教学的需要和培养新型人材的需要。本教材分上、下两册出版。上册包括：初中有关知识的复习，幂函数、指数函数和对数函数，三角函数和反三角函数，复数，方程组的行列式解法，立体几何，直线及二次曲线等初等数学的基本内容。

本教材可作为技工学校各化工类专业的数学教科书，亦可作为职业中学和职工培训的数学教材。

技工学校教材

数 学

上 册

兴平化工技校

王向东 主编

责任编辑：徐世峰

封面设计：任 辉

化学工业出版社出版

（北京和平里七区十六号楼）

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本787×1092 1/32 印张13 1/2 字数298千字

1989年11月第1版 1989年11月北京第1次印刷

印 数 1—10.520

ISBN 7-5025-0657-8/G·169

定 价4.80元

前　言

本教材是根据化工部1988年颁发的化工技工学校《数学教学大纲》、由无机教材编委会具体组织、本着改革精神编写的。

教材分上、下册。上册包括：代数、立体几何、解析几何；下册包括：微积分、常微分方程。总课时拟订为198学时，上册讲授130学时，下册讲授68学时，两学期讲完。

教材以打好基础为目的，加强了基础知识的掌握、基本技能的培养等方面的内容。并在第〇章简要复习了初中的部分重要内容。为了保证学生在规定时间内学好基础内容，未将参数方程、极坐标等列入本教材，并将指数方程和对数方程、三角函数的和差化积和积化和差、三角方程、复数等章节作为选学内容（在书中用※标示出来）。为了强调和体现教材知识性和实用性的有机统一，以便更符合学生的认识水平和接受能力，在不破坏数学体系的前提下，对教材深度的确定、层次的编排等方面作了一些探索性的改革。微积分所取的内容，基本上满足了专业课和专业技术对高等数学的要求，并可为学生今后进一步的提高打下一定的基础。常微分方程简介作为部分专业的选学内容。

在编写过程中，力求做到理论联系实际，尽量符合培养中级工的需要，并注意文字通俗易懂、详略得当、重点突出，便于学生接受。尽量使作业编排比较精练，分练习和习题两类，便于选用。

本教材适应于招收初中毕业生三年制技工学校各专业。下册可单独作为招收高中毕业生的技校各专业的教材。也可作为职业高中和职工培训的数学教材。

本教材由陕西兴平化工技校王向东和李丰主编。王向东编写第〇、一、二、七、八、十、十一共七章，李丰编写其余各章。南京化学工业公司技校杜德有主审第十二章～第十七章；吉林化学工业公司技校徐春晖主审第九章～第十一章，其余各章由重庆市化工技校郝一夫主审。参加审阅的有：四川化工总厂技校李正维，湖南岳阳设备安装技校孙长春，太原化工技校王红平，北京有机化工厂技校邢淑燕。

这次编写工作，由于时间比较紧促，编者水平有限，缺点和错误在所难免，恳切地希望广大读者批评指正，以便今后进一步的修改和完善。

编者

一九八八年九月

目　　录

第〇章　指数　对数

不等式（复习）

第一节　指　　数

一、指数的概念

1．正整数指数幂

n 个相同的因子 a 的积叫做**a的n次幂**，记为a^n。即

$a^n=a\cdot a\cdot a\cdots a$　（n是正整数）

2．零指数幂

任何一个非零实数的零指数幂等于 1 。即

$$a^0=1 \qquad (a\neq 0)$$

3．分数指数幂

正数的正分数指数幂表示一个根式，它的根指数是分指数的分母，根底数的幂指数是分指数的分子。即

$$a^{m/n}=\sqrt[n]{a^m} \qquad (a>0,\ m、n \text{是正整数})$$

4．负指数幂

任何一个非零实数的负指数幂等于把幂指数变号后所得的幂的倒数。即

$$a^{-a}=\frac{1}{a^a} \qquad (a\neq 0)$$

例 1　计算下列各式：

（1）$(-2)^5$；　　（2）$(3\sqrt{2})^0$；

（3）-0.6^0；　　（4）10^{-3}；

（5） $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$。

解：（1） $(-2)^5=(-2)(-2)(-2)(-2)$

$(-2)=-32$；

（2） $(3\sqrt{2})^0=1$；

（3） $-0.6^0=-1$：

（4） $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}=0.001$；

（5） $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}=32$。

例 2 把下列各分式化为“整式”形式：

（1） $\frac{a}{3bc^2}$；　　（2） $\frac{3}{2a^{-3}bc^{-2}}$；

（3） $\left(\frac{y}{x}\right)^{-2}$。

解：（1） $\frac{a}{3bc^2}=\frac{1}{3}ab^{-1}c^{-2}$。

注意：数字系数习惯上不写成负指数幂的形式。

（2） $\frac{3}{2a^{-3}bc^{-2}}=\frac{3}{2}a^3b^{-1}c^2$。

（3） $\left(\frac{y}{x}\right)^{-2}=x^2y^{-2}$。

为了便于记忆，这种变形可以归纳为：分子的因子移至分母，或分母移至分子，其指数变号。

例 3 计算下列各值：

（1） $8^{2/3}+8^{-2/3}-(0.001)^{1/3}$；

（2） $\left(1\frac{7}{9}\right)^{1/2}+(-2.3)^0-\left(2\frac{10}{27}\right)^{-2/3}+(0.125)^{-1/3}$。

解： （1） $8^{2/3}+8^{-2/3}-(0.001)^{1/3}=\sqrt[3]{8^2}+\frac{1}{\sqrt[3]{8^2}}-\sqrt[3]{0.001}$

$$=4+\frac{1}{4}-0.1=4.15$$

（2） $\left(1\frac{7}{9}\right)^{1/2}+(-2.3)^0-\left(2\frac{10}{27}\right)^{-2/3}+(0.125)^{-1/3}$

$$=\sqrt{\frac{16}{9}}+1-\frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{64}{27}\right)^2}}+\frac{1}{\sqrt[3]{0.125}}$$

$$=\frac{4}{3}+1-\frac{9}{16}+\frac{1}{0.5}$$

$$=3\frac{37}{48}。$$

二、科学记数法

科学记数法是把一个数记成$\pm a\times10^n$的形式（n为整数，$1\leqslant a<10$）。用科学记数法表示位数较多的数，读、写、计算与记忆都很方便。

例 4 用科学记数法表示下列各数：

1000000； -20000； 4300000；

-920000； 34.45。

解： $1000000=1\times10^{6}$； $-20000=-2\times10^{4}$；

$4300000=4.3\times10^{6}$； $-920000=$

-9.2×10^{5}；

$34.45=3.445\times10^{1}$。

从例 4 可以看出，用科学记数法把一个绝对值大于 1 的数表示成 $\pm a\times10^{n}$的形式时，n 是一个非负整数，n 等于原数整数部分的位数减 1 。

例 5 用科学记数法表示下列各数：

0.07； -0.000035； 0.0000000271。

解： $0.07=7\times0.01=7\times10^{-2}$；

$-0.000035=-3.5\times0.00001=-3.5\times10^{-5}$；

$0.0000000271=2.71\times0.0000000$

$=2.71\times10^{-8}$。

从例 5 可以看出，用科学记数法把一个绝对值小于 1 的数表示成 $\pm a\times10^{n}$的形式时，n 是一个负整数，它的绝对值等于原数中第一个非零数字前面所有零的个数（包括小数点前面的那个零）。

三、指数的运算法则

1. $a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n}$ （$a>0$，m、n 是有理数）；

2. $(a^{m})^{n}=a^{mn}$ （$a>0$，m、n 是有理数）；

3. $(ab)^{n}=a^{n}b^{n}$ （$a>0$，$b>0$，n 是有理数）。

例 6 计算下列各式，并且把结果化成只含有正整数指数的形式：

（1） $(2a^{2/3}b^{1/2})(-6a^{1/2}b^{1/3})\div(-3a^{1/6}b^{5/6})$；

（2） $(p^{1/4}q^{-3/8})^{8}$；

（3） $\sqrt[4]{\left(\frac{16m^{-4}}{81n^4}\right)^3}$。

解： （1） $(2a^{2/3}b^{1/2})(-6a^{1/2}b^{1/3})\div(-3a^{1/6}b^{5/6})$

$$=4a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}}$$

$$=4ab^0=4a;$$

（2） $(p^{1/4}q^{-3/8})^8=(p^{1/4})^8(q^{-3/8})^8$

$=p^2q^{-3}$

$=\frac{p^2}{q^3}$；

（3） $\sqrt[4]{\left(\frac{16m^{-4}}{81n^4}\right)^3}=\left(\frac{2^4m^{-4}}{3^4n^4}\right)^{3/4}$

$=\frac{2^3m^{-3}}{3^3n^3}=\frac{8}{27m^3n^3}$。

例 7 利用分指数幂计算下列各式：

（1） $\frac{a^2\cdot\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt[10]{a^7}}$；

（2） $(\sqrt[3]{5}-\sqrt{125})\div\sqrt[4]{5}$；

（3） $\sqrt[3]{xy^2(\sqrt{xy})^3}$。

解： （1） $\frac{a^2\cdot\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt[10]{a^7}}=\frac{a^2\cdot a^{3/5}}{a^{1/2}\cdot a^{7/10}}$

$$=a^{2+\frac{3}{5}-\frac{1}{2}-\frac{7}{10}}$$

$$=a^{7/5}=\sqrt[5]{a^7}=a\sqrt[5]{a^2};$$

(2) $$(\sqrt[3]{5}-\sqrt{125})\div\sqrt[4]{5}=(5^{1/3}-5^{3/2})\div5^{1/4}$$
$$=5^{1/3-1/4}-5^{3/2-1/4}=5^{1/12}-5^{5/4}=\sqrt[12]{5}-5\sqrt[4]{5};$$

(3) $$\sqrt[3]{xy^2(\sqrt{xy})^3}=[xy^2(xy)^{3/2}]^{1/3}$$
$$=[x^{1+\frac{3}{2}}\cdot y^{2+\frac{3}{2}}]^{1/3}$$
$$=[x^{5/2}\cdot y^{7/2}]^{1/3}=[x^{5/2}]^{1/3}\cdot[y^{7/2}]^{1/3}$$
$$=x^{5/6}\cdot y^{7/6}=y\sqrt[6]{x^5y}。$$

除特殊情况外，利用分指数幂进行根式的乘法、除法、乘方和开方运算比较方便，所以在进行根式运算时，一般都化为分指数幂进行运算。

习　题　一

1．计算下列各式的值：

(1) $(-3)^3+3^{-3}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}-\left(-\frac{1}{3}\right)^3+(-3)^0$；

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$；

(3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3/2}+[(0.75)^0]^{-3}-\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\div2\frac{7}{9}+\left[125^{2/3}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+343^{1/3}\right]^{1/2}$

(4) $\left(\frac{b}{2a}\right)^3\div\left(\frac{2b^2}{3a}\right)^0\times\left(-\frac{b}{a}\right)^{-3}$。

2．计算：

(1) $(9a^2b^{-2}c^{-4})^{-1}$；

（2） $5a^{-2}b^{-3}\div 5^{-1}a^{2}b^{-3}\times 5^{-2}ab^{4}c$；

（3） $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-2}+b^{-2}}$；

（4） $(x+x^{-1})(x-x^{-1})$。

3．用科学记数法表示下列各数：

3200； 3200000； 0.00032； 0.00000032；

5430； 543； 54.3； 5.43；

0.543； 0.000543，

4．一个氧原子的质量约2.657×10^{-26}kg，一个氢原子的质量约1.67×10^{-27}kg，一个氧原子的质量约是一个氢原子质量的多少倍。

5．指出下列各式中 x 的值：

（1） $\dfrac{1}{8}=2^{x}$； （2） $1=10^{x}$；

（3） $0.1=10^{x}$； （4） $3.4=3.4\times10^{x}$；

（5） $0.34=3.4\times10^{x}$； （6） $3400=3.4\times10^{x}$；

（7） $\dfrac{1}{64}=2^{x}$； （8） $10=0.1^{x}$。

6．计算：

（1） $\sqrt{\dfrac{0.49\times121}{361\times0.81}}$；

（2） $\sqrt[6]{8^{5}}\div\sqrt{8}\times\sqrt[3]{8}\div\left(\dfrac{1}{8}\right)^{0}$；

（3） $\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^{3}\times\sqrt[3]{\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2}}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5/6}$ 。

7．化简：

（1） $(27a^{5/2}\sqrt{ab^{-1/2}\sqrt[4]{b^{4/3}}})^{1/3}$；

（2） $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1/2}\cdot\dfrac{(\sqrt{4ab^{-1}})^{3}}{(10^{-1})^{-2}(a^{3}b^{-4})^{1/2}}$。

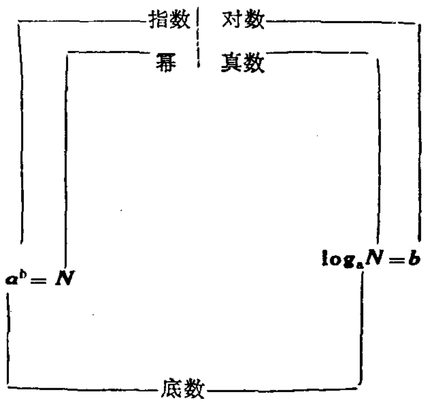
第二节 对　　数

一、对数的概念

1．对数的定义

如果$a^b=N$（$a>0$，$a\neq1$），那么b**叫做以** a **为底**N **的对数**，记作 $\log_aN=b$，其中 a 叫 做底数（简称为底），N叫做**真数**。

指数式$a^b=N$中的底数、指数、幂与对数 式 $\log_aN=b$中的底数、对数、真数之间的关系表示如下：



例 1　把下列指数式改写成对数式：

（1）　$2^3=8$；　　　　　　（2）　$3^{-2}=\frac{1}{9}$。

解：（1）$2^3=8$可写成$\log_28=3$；

（2）　$3^{-2}=\frac{1}{9}$　可写成　$\log_3\frac{1}{9}=-2$。

例 2　把下列对数式改写成指数式：

（1）　$\log_5 625=4$；　（2）　$\log_{10}0.01=-2$。

解：（1）　$\log_5 625=4$　可写成　$5^4=625$；

（2）　$\log_{10}0.01=-2$　可写成　$10^{-2}=0.01$。

在对数式$b=\log_a N$中，知道了a、b、N三个数中的任意两个数，即可求出第三个数。

例 3　以64为底，什么数的对数等于$-\frac{2}{3}$？

解：设所求的真数为N，根据题意有

$$\log_{64}N=-\frac{2}{3},$$

写成指数式，得

$$N=64^{-2/3},$$

所以
$$N=(2^6)^{-2/3}=2^{-4}=\frac{1}{16}。$$

例 4　以什么数为底，8的对数等于6？

解：设所求的底数为a，根据题意有

$$\log_a 8=6,$$

写成指数式，得

$$a^6=8,$$

所以
$$a=\pm\sqrt[6]{8}=\pm\sqrt{2},$$

因为底数不能为负数，因此，$a=\sqrt{2}$。

例 5　求以9为底27的对数。

解：设所求的对数为b，那么由题意可得，

$$b=\log_9 27$$

写成指数式，得

$$9^b=27$$

即
$$3^{2b}=3^3,\ 2b=3,$$