

刘岳元 冯铁城 刘应中 编



# 水动力学基础

上海交通大学出版社

责任编辑：程锡林

封面设计：朱天明

ISBN7-313-00262-9/TK·7 科目：217-342

定价：4.35 元

# 水动力学基础

刘岳元 冯铁城 刘应中 编

上海交通大学出版社

## 内 容 提 要

本书是全国高等院校船舶工程专业教材编审委员会推荐出版的流体力学课程的教材,适合于船舶及海洋工程专业及相近专业本科学使用。

本书的主要内容有: 导论, 流体运动学及本构方程式, 力学基本定律在水动力学中的应用, 流体静力学, 流体的旋涡运动, 平面势流理论, 空间势流及机翼理论, 水波理论基础, 粘性流体力学, 相似理论, 湍流, 边界层理论。

本书叙述深入浅出, 层次分明, 物理概念清晰。各章均有一定数量的例题及难易适中的习题, 便于读者复习和自学。

本书也可供从事上述专业的科技人员参考。

### 水动力学基础

出 版: 上海交通大学出版社  
(淮海中路 1984 弄 19 号)

发 行: 新华书店上海发行所

印 刷: 常熟市印刷二厂

开 本: 787 × 1092(毫米)1/16

印 张: 22

字 数: 538000

版 次: 1990 年 2 月 第 1 版

印 次: 1990 年 3 月 第 1 次

印 数: 1—1400

科 目: 217—342

ISBN 7—313—00262—9/TK·7

定 价: 4.35 元

# 前 言

本书是全国高等院校船舶工程专业教材编审委员会推荐出版的流体力学课程的教材,适合于船舶及海洋工程专业本科学生使用。鉴于上述专业的实际需要,本书仅讨论不可压缩流体,故定名《水动力学基础》。

对于船舶及海洋工程专业的学生来说,《水动力学基础》是一门重要的基础课程,几乎所有与船舶原理及海洋工程结构动力性能有关的后继课程,都是以它作为基础知识的。学生对这门课程内容掌握的情况,不仅会影响到各门后继课程的学习,而且还会在一定程度上影响到学生对专业的兴趣。作者从多年的教学实践中了解到,学生普遍反映这门课程的内容多而抽象,公式多而繁复,部分学生尤其对习题感到困惑。因此作者深深感到,要想激发出学生对水动力学这门课程的学习热情,有一本深入浅出,循循善诱,物理概念清晰的教材是重要的。

另一方面,近十多年来船舶原理,特别是海洋工程有关领域的迅速发展,也反过来给水动力学提出了新的研究课题,并推动了它的发展。目前,船舶及海洋工程水动力学正在自成体系,并作为流体力学这门学科的一个新的分支开始登上舞台,特别是随着测试技术、流态显示技术以及计算技术的进步,人们在流体力学的研究中取得了不少新成果和开辟了不少新领域,与此同时,许多观念或概念得到了澄清甚至更新,其中尤为突出的是粘性流体力学方面的飞跃发展。虽然我们不可能在本书的有限篇幅中来介绍这些新知识和新成果,但我们认为有必要对流体力学这门课程的教学内容作一些最低限度的补充和更新,务使这门课程不致与船舶及海洋工程科学的发展潮流脱节过远。

鉴于上述两方面的考虑,我们在编写本书时力求注意到:(1)既考虑到船舶及海洋工程专业的实际需要,又照顾到水动力学自身体系的完整性,使本书也能适用于其它一些相近专业;(2)内容深入浅出,突出物理概念,即使一些数学公式,也尽可能给予流体力学的解释,以加深理解;(3)为了减轻学生作业上的困难,各章都附有一定数量的例题,其中多数例题都有一定的典型性,对书中的内容起有补充作用,习题部分经过筛选,务使切合教学内容,难易适中;(4)力求做到思路清晰、重点突出,以利于自学。

本书的雏形是作者们合编的《水动力学基础》讲义(上海交通大学教材科1985年印刷),使用两年后,于1987年由刘岳元进行了全面改写,并再次印刷。这次正式出版时由刘岳元、冯铁城两人分工进行了修改和整理,最后由刘岳元统一定稿。由于时间紧迫及编者水平所限,书中不妥之处乃至错误在所难免,如蒙指正不胜感激。另外,部分内容或习题引自国内出版的有关著作,编者谨在此向有关作者表示感谢。对船舶工程专业教材编审委员会和上海交通大学出版社的支持和帮助,我们也表示衷心的感谢。

编者谨识

1989年3月

2186197103

# 目 录

<b>第 1 章 导 论</b> .....	( 1 )
§ 1.1 水动力学的研究对象及其在船舶和海洋工程中的应用 .....	( 1 )
§ 1.2 流体的宏观模型及物理性质 .....	( 2 )
§ 1.3 作用在流体上的力的分类 .....	( 9 )
习 题 .....	( 13 )
<b>第 2 章 流体运动学及本构方程</b> .....	( 15 )
§ 2.1 描述流体运动的两种方法 .....	( 15 )
§ 2.2 轨迹线、流线和条纹线 .....	( 21 )
§ 2.3 流体微团的运动 .....	( 26 )
§ 2.4 流体无旋运动的一般性质 .....	( 30 )
§ 2.5 应力 本构方程 .....	( 38 )
习 题 .....	( 46 )
<b>第 3 章 力学基本定律在水动力学中的应用</b> .....	( 48 )
§ 3.1 系统和控制体 .....	( 48 )
§ 3.2 连续方程式 .....	( 49 )
§ 3.3 不可压缩平面流动的流函数 .....	( 52 )
§ 3.4 运动方程式 .....	( 56 )
§ 3.5 理想流体运动的 Euler 方程式 .....	( 59 )
§ 3.6 Euler 方程的积分 .....	( 61 )
§ 3.7 边界条件 .....	( 63 )
§ 3.8 Bernoulli 定理的应用 .....	( 66 )
§ 3.9 动量定理及动量矩定理 .....	( 76 )
§ 3.10 正交曲线坐标系 .....	( 81 )
习 题 .....	( 85 )
<b>第 4 章 流体静力学</b> .....	( 90 )
§ 4.1 流体静力学基本方程式及其应用 .....	( 90 )
§ 4.2 静止流体对平板的作用力 .....	( 95 )
§ 4.3 静止流体对曲面的作用力 .....	( 99 )
§ 4.4 潜体及浮体的平衡及稳定性 .....	( 102 )
习 题 .....	( 105 )
<b>第 5 章 流体的旋涡运动</b> .....	( 109 )
§ 5.1 涡量场 .....	( 109 )
§ 5.2 Kelvin 环量定理 .....	( 111 )

§ 5.3	Helmholtz 定理	(113)
§ 5.4	旋涡的形成及 Bjerkness 定理	(114)
§ 5.5	涡量输运方程及 Helmholtz 方程	(116)
§ 5.6	由涡量场及散度场确定速度场	(118)
§ 5.7	涡群的运动	(123)
§ 5.8	Rankine 组合涡	(125)
	习 题	(128)
<b>第 6 章</b>	<b>平面势流理论</b>	(131)
§ 6.1	平面势流问题的提法	(131)
§ 6.2	复势的简单性质	(132)
§ 6.3	若干简单解析函数所代表的流动	(134)
§ 6.4	势流的叠加	(140)
§ 6.5	对称薄物体的无环量绕流	(149)
§ 6.6	保角变换法	(151)
§ 6.7	作用在物体上的流体动力和力矩	(163)
§ 6.8	Kármán 涡街	(167)
	习 题	(170)
<b>第 7 章</b>	<b>空间势流及机翼理论</b>	(174)
§ 7.1	空间势流问题的提法	(174)
§ 7.2	空间势流问题的奇点法	(177)
§ 7.3	圆球在静止流体中的运动	(181)
§ 7.4	势流的动能	(187)
§ 7.5	速度势的分解与广义附加质量	(190)
§ 7.6	机翼的几何参数及气动特性	(193)
§ 7.7	三维有升力物体定常绕流的一般性质	(195)
§ 7.8	大展弦比机翼的升力线理论	(196)
§ 7.9	环量积分——微分方程式及其解法	(200)
§ 7.10	展弦比的换算	(204)
	习 题	(207)
<b>第 8 章</b>	<b>水波理论基础</b>	(208)
§ 8.1	波动现象的数学描述	(208)
§ 8.2	水波问题的数学提法	(209)
§ 8.3	长峰规则波	(212)
§ 8.4	简单波的叠加	(218)
§ 8.5	波浪能量的传播及兴波阻力	(223)
§ 8.6	不规则波的概念	(226)
	习 题	(228)
<b>第 9 章</b>	<b>粘性流体动力学</b>	(230)
§ 9.1	粘性流体运动的基本性质	(230)



§ 9.2 层流与湍流 .....	(233)
§ 9.3 N.S.方程的精确解 .....	(234)
§ 9.4 低速流 N.S.方程的线性近似解 .....	(242)
习 题 .....	(247)
<b>第 10 章 相似理论</b> .....	(249)
§ 10.1 相似现象 相似常数及相似准数 .....	(249)
§ 10.2 粘性不可压缩流体运动的相似条件 .....	(251)
§ 10.3 因次分析法 .....	(256)
§ 10.4 相似理论及因次分析法的应用 .....	(258)
习 题 .....	(260)
<b>第 11 章 湍流</b> .....	(262)
§ 11.1 由层流至湍流的转变 .....	(262)
§ 11.2 湍流的随机性 .....	(263)
§ 11.3 湍流平均运动的基本方程式 .....	(264)
§ 11.4 混合长度理论 .....	(268)
§ 11.5 光滑圆管内的湍流 .....	(271)
§ 11.6 粗糙度的影响 .....	(277)
§ 11.7 管路计算 .....	(283)
§ 11.8 湍流的测量 .....	(285)
习 题 .....	(287)
<b>第 12 章 边界层理论</b> .....	(289)
§ 12.1 边界层的概念 .....	(289)
§ 12.2 边界层方程式 .....	(291)
§ 12.3 平板层流边界层 Blasius 相似解 .....	(296)
§ 12.4 边界层动量积分方程式 .....	(305)
§ 12.5 层流边界层的稳定性 .....	(312)
§ 12.6 平板湍流边界层 .....	(318)
§ 12.7 边界层分离及形状阻力 .....	(332)
§ 12.8 边界层控制 .....	(337)
习 题 .....	(339)
主要参考书目 .....	(341)



# 第1章 导 论

本章将主要介绍流体的连续介质模型及易流动性、粘性、可压缩性等物理性质。

## § 1.1 水动力学的研究对象及其在船舶和海洋工程中的应用

自然界中的物体可以分为固体、液体和气体三类。固体在某种状态下具有一定的形状,微小的外力不易使其变形。它既能承受法向力(包括压力与拉力),也能承受切向力。液体和气体则不然,它们没有一定的形状,它们的形状随放置它们的容器的形状而改变。它们只能承受压力而不能承受拉力,也不能承受切向力。不管这种切向力是多么微小,都将使它们产生连续变形,这种连续不断的变形称为流动。正因为这个缘故,我们把液体和气体统称为流体(fluid)。空气和水是最常见的流体。

从受力与变形的关系来看,固体与流体的区别在于:

(1) 在弹性限度内,固体的变形与作用力成正比,遵守所谓 Hooke 定律。固体受力发生变形后,将达到静态平衡,变形不再继续增大。而对于流体,则是变形速度(变形率)与应力成正比,两者之间遵守所谓 Newton 内摩擦定律。作用在流体上的力不论多么微小,却都能使它们产生任意大的变形,因此对于流体来说,变形的大小是没有意义的。这一特性是固体与流体最主要的区别。

(2) 固体的应变与力的作用时间无关,只要不超过弹性极限,当应力去除时,变形也就消失,物体恢复到原来的形状。流体则不同,只要有应力作用,它就将继续流动,应力消失时,它不能恢复原来的形状。

当然,虽同是流体,液体与气体也有所不同。液体虽无一定的形状,却有一定的体积,它的压缩性很小。此外在液体与空气的交界处有一自由表面。至于气体,它既没有一定的形状,也没有一定的体积,它容易膨胀或压缩,也没有自由表面。以水为主要研究对象的力学称为水动力学(hydrodynamics),以空气为主要研究对象的力学称为空气动力学(aerodynamics)。两者合起来统称为流体力学(fluid mechanics)。虽然水和空气各有特点,但如不考虑空气的压缩性和水的自由表面,则两者便有大致相同的运动规律,也就无需把水和空气分开。本书虽名曰“水动力学基础”,但所述基本原理也适用于低速流动的空气。

人类的生活离不开空气和水,因此人类自古以来一直在跟空气和水打交道。河中的水是怎样流的,风是怎样吹的,流水作用在桥墩上的力有多大,狂风怎样把屋顶吹掉,鸟又为什么能在空中飞翔,……等等,这些问题里都包含了许多流体力学的原理。人类在与空气和水打交道的过程中积累了丰富的感性知识,但把这些知识作为一门科学来研究,则是从公元二百多年前 Archimedes(B.C.278-212)关于浮力的研究开始的,至今还流传着他利用浮力理论解决金皇冠掺银问题的故事。

自 17 世纪开始,流体力学得到了比较迅速的发展。由于 Newton, Bernoulli, Euler, d'Alembert, Lagrange 等人的努力,初步勾划出了古典流体力学这门学科的雏型。值得一

提的是, 这些流体力学的先驱者同时又都是成就卓越的数学家。18 世纪最突出的成就是由 Navier, Hagen, Poiseuille, Stokes 等人创立了粘性流体力学。自此, 这门学科的研究对象变得更为接近实际。从 19 世纪至 20 世纪初, 有关流体的旋涡运动的几个定理的提出, 使得古典流体力学的体系逐步趋于完善, 也正是在这一时期, 流体力学与航空、造船等工程实际的联系也更为紧密了。在这一时期作出重要贡献的学者有 Helmholtz, Thomson (Lord Kelvin), Kirchhoff, Rayleigh, Froude, Mach, Reynolds, Joukowski, Kutta, Boussinesq 等人。边界层理论的创始人 Prandtl 以及 Taylor, von Kármán 等人则是近代流体力学的奠基人。在我国, 著名力学家周培源、钱学森、郭永怀等也先后在近代流体力学的发展中作出过重要贡献。流体力学这门学科发展至今, 其应用基本上已渗入自然科学及工程技术的各个领域, 同时, 解决各类实际问题的需要, 又反过来促使流体力学这门学科的发展, 并使其不断派生出新的分支。若以研究对象分类, 目前就有理想流体力学、粘性流体力学、压缩性流体力学、非 Newton 流体力学、电磁流体力学、稀薄气体力学、生物流体力学等等。若以研究手段来分, 流体力学曾被划分为理论流体力学和实验流体力学两个分支, 在流体力学的整个发展过程中, 这两个分支总是相辅相成地向前发展的。自本世纪 50 年代起, 随着电子计算机的出现以及与此相应的计算技术的不断进步, 又崛起了一个新的分支——计算流体力学。这一新的分支的历史虽然还不长, 但其解决实际工程技术问题的能力, 以及到目前为止所取得的巨大成果却使它愈来愈受到人们的注目。

尽管目前流体力学所涉及的范围极广, 但这门学科的基本任务仍不外乎是:

(1) 研究流体的运动规律(宏观规律)。

(2) 研究由于流体的运动, 作用在放置于流体中的物体上的力或物体在流体中运动时所受到的作用力。

(3) 研究流体与物体之间的相互作用。这是因为在流体中运动的物体, 由于受到流体的作用要发生运动状态的改变, 反之, 物体的运动也将使流体的运动状态发生改变。

本书是为高等工业院校的船舶及海洋工程专业的学生编写的, 因此我们的兴趣自然就集中在上述的(2)和(3)方面, 我们将着重讨论水对物体(船舶、海洋结构物)的作用力以及由此而引起的物体的运动。说得更具体一些, 我们将讨论浮力、升力、阻力(兴波阻力、摩擦阻力、形状阻力)、螺旋桨推力及转矩等的起因和一般的计算方法。

## § 1.2 流体的宏观模型及物理性质

### 1. 流体的连续介质(continuous medium)假设

从近代物理学的观点来看, 一切物质都是由大量作不规则运动的分子或原子构成的, 流体当然也不例外。由于分子或原子的不断运动, 且相互间存在着间隙, 因此从微观的角度来看, 流体的物理量(如质量、密度、速度等)的分布, 在空间上和时间上都是不连续的。如果我们从分子结构的角来描述流体的运动, 那就需要对其中的每一个分子写出它的运动方程式。如在所考虑的范围, 流体包含  $N$  个分子, 每个分子有 3 个自由度, 则描述这部分流体的运动就需要有  $3N$  个方程式。以空气为例, 在  $0^\circ\text{C}$  时 1 大气压下  $1\text{cm}^3$  体积内含有  $2.69 \times 10^{19}$  个分子, 要描述这  $1\text{cm}^3$  内空气的运动就需要有  $8.07 \times 10^{19}$  个方程。这是一个庞大的天文数字, 要解

这么多方程在数学上的困难是无法逾越的。事实上,我们也根本没有必要这样做,因为流体力学研究的只是流体的宏观运动,我们只需要知道流体中某些位置上速度、加速度、密度、压力等物理量的平均值就足够了。那么,对于具有分子结构的流体来说,如何来定义其内部一点上的物理量的平均值呢?下面就以密度为例来说明这一问题。

设有一团体积为  $V$ , 总质量为  $M$  的流体。这时商  $M/V$  一般就被定义为这团流体的平均密度。为了定义  $V$  内一点  $A$  上的密度,包含  $A$  点作一系列微小体积元  $\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_i, \Delta V_{i+1}, \dots$ 。这些体积元满足  $\Delta V_{i+1} < \Delta V_i$ , 即后一个体积元包含在前一个体积元之内 (图 1.1(a))。  $\Delta V_i$  内包含的分子的质量为  $\Delta M_i$ 。根据上面的定义,  $\Delta V_i$  内流体的平均密度即

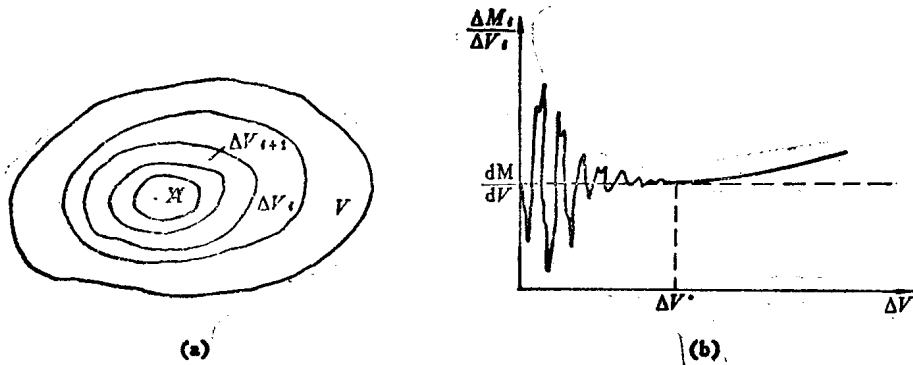


图 1.1

为  $\Delta M_i/\Delta V_i$ 。对于相对较大的体积元  $\Delta V$  来说,其平均密度  $\Delta M/\Delta V$  一般将是  $\Delta V$  的函数(除非在所考虑的整个范围内密度是均匀的)。随着  $\Delta V$  的减小,密度的变化将愈来愈小,并将达到一个极限值(稳定值)。而且当体积元  $\Delta V$  继续收缩到  $\Delta V^0$  时,平均密度不再发生变化。这说明在体积  $\Delta V^0$  内还含有足够多的分子数,部分分子的进出并不影响到  $\Delta V^0$  内的平均特性。当体积元从  $\Delta V^0$  再度收缩时,密度值又再次出现波动,而且随着  $\Delta V$  趋近于 0,密度的波动也愈来愈大。这说明这时  $\Delta V$  内的分子数已减小到这样的程度,随机进出这一体积的分子数已不能随时平衡。在  $\Delta V = 0$  的极限情况,平均密度或是为 0 ( $A$  点恰好位于分子间的空隙)或是趋于无限大 ( $A$  点恰好与某一分子重合)。由此可见,若从流体的分子结构来考虑,我们只能给出  $\Delta V^0$  范围内密度的平均值。 $\Delta V^0$  便是能给出稳定的平均特性的最小体积。在流体力学中,  $\Delta V^0$  内所包含的全部流体分子称为流体质点,它在几何上被看作是无限小。

所谓连续介质假设,在数学上就是将  $\Delta V^0$  时的差商  $\Delta M/\Delta V$  向左外插至  $\Delta V = 0$  (如图 1.1(b)虚线所示),并用微商来代替差商,即

$$\lim_{\Delta V \rightarrow \Delta V^0} \frac{\Delta M}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{dM}{dV} = \rho_A. \quad (1.2.1)$$

从物理上看,连续介质假设就是不考虑流体的分子结构,而把流体看作是一种在一定范围内均匀、密实而连续分布的介质\*,或说流体是由连续分布的流体质点构成的。

上面的讨论虽然是针对密度,但同样也适用于速度、温度等其它物理量。有了连续介质假

\* 引入连续介质假设,并不等于说在任何情况下都不考虑流体的分子结构。例如,当我们解释流体的粘性系数随温度的变化趋势时,仍然要考虑流体的分子、原子结构的,因为流体的粘性本身就是分子间动量交换的宏观表现。

设,流体的物理量就成了空间位置和时间的连续可微函数,就易于对它进行数学处理。连续介质假设的重要性就在于此,它是流体力学中引进的第一个重要假设。

那末,体积 $\Delta V^0$ 在现实中究竟能否被看作是无限小的几何点呢?仍以空气为例,前已提到在 $0^\circ\text{C}$ 时1大气压下, $1\text{ cm}^3$ 的空气中含有 $2.69 \times 10^{16}$ 个分子,则可算出边长为 $10^{-3}\text{ mm}$ 的立方体内仍包含有 $2.69 \times 10^7$ 个分子,这仍是一个庞大的数目,这么多分子足以使得物理量达到稳定的平均值。而这立方体的体积却只有 $10^{-9}\text{ mm}^3$ 。在对空气流动进行实验测量时,这一体积完全可以被看作是一个无限小的几何点。因此空气可以被看作是连续介质,水也同样如此。

必须强调指出的是,连续介质假设是一个具有相对意义的假设。它的适用与否要看问题的特征尺寸与分子的平均自由程之间的关系而定。对于气体,其适用的大致界限为

$$\frac{l}{L} < \frac{1}{5}, \quad (1.2.2)$$

式中: $l$ 为气体分子的平均自由程; $L$ 为气体流经的圆管直径或置于气流中的球体的直径。例如,当研究在高空稀薄气体中飞行的火箭时,连续介质假设就不再适用,因为在稀薄气体中,分子的平均自由程很大(其值与气体的密度成反比),以致它几乎与火箭的特征尺寸具有大致相同的量级。但若像地球这样大的物体在稀薄气体中运动,则又可把气体视为连续介质。

## 2. 流体的易流动性(fluidity)

前已指出,流体与固体的主要区别就在于它的流动性。把一杯水倒在玻璃板上,水就很快铺开,把扇子一挥就会形成风,这些都是流体的易流动性的例子。

就微观上来说,流体的流动性与分子的结构以及分子间的作用力有关。固体的分子间作用力最强,分子只能在其平衡位置附近作微小振动,所以固体具有一定的形状,并可承受拉力、压力和剪切力的作用。气体的分子间的作用力最弱,分子接近于可以自由运动,所以气体既没有一定的形状,也没有一定的体积。液体的分子间的作用力介于固体和气体之间,液体和气体都不能承受拉力和剪切力。它们一旦受到剪切力的作用,不管这个剪切力是多么微小,它们都将发生连续不断的变形,直到剪切力消失为止。

有些物质如沥青(pitch)介于固体与液体之间,用榔头敲打沥青块,可以把它敲碎,这时它象是固体,把沥青装在竹筐里,经过很长的时间后,它会从筐眼中流出,这时它又象是流体。流体力学不研究这类具有双重性质的物质,而只研究空气和水那样的“纯粹流体”。

## 3. 流体的粘性与理想流体(ideal fluid)

流体的粘性是流体的固有属性之一。前已指出,流体不能承受剪切力,无论多么小的剪切力都能使流体产生连续不断的变形。但这并不是说流体在发生变形时其内部不会产生对于变形的抗力。当相邻两层流体之间发生相对运动时,在两层流体的接触面上就会产生抗力。与固体不同的是,这种抗力与流体的变形速度成比例。流体的这种抵抗变形的特性就称为粘性。

实际上,运动着的流体内部是存在剪切应力的。举例说,如果我们将存有水的圆筒形容器静止放置一段时间,则其内部的水亦是静止的。但当我们使圆筒绕其中心轴转动时,由于筒壁的牵连,筒内原来静止的水也会转动起来,并最后与圆筒一起以同一角速度旋转。看上去就像凝固了的一样。如果水换成比较粘的油,则圆筒的转动还会更快地传递给油。这个例子说

明,流体在运动时其内部不仅能产生剪切应力,而且这一应力的大小与流体的种类有关。

最早对流体的粘性进行定量研究的是 Newton,其实验的示意图如图 1.2 所示。

相距为  $b$  的上下两平行平板之间充满均质粘性流体。两平板的面积均为  $A$ ,其值足够大,以致可略去平板四周边界的影响。将下板固定不动,而以力  $F$  拖动上板使其作平行于下板的匀速直线运动。实验发现:

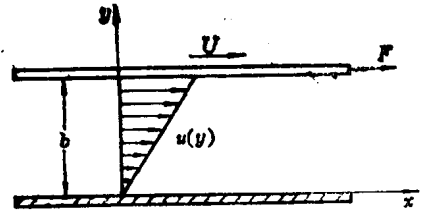


图 1.2

(1) 由于流体的粘性,与平板直接接触的流体质点将与平板一起移动而无滑移,因此与上板接触的流体质点速度为  $U$ ,而与下板接触的流体质点速度为 0,测量表明两板之间的速度呈线性分布,即

$$u(y) = \frac{U}{b}y. \quad (1.2.3)$$

(2) 比值  $F/A$  与  $U/b$  成正比:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{U}{b} \quad (1.2.4)$$

式中:  $\mu$  为比例系数,称为动力粘性系数,简称粘性系数(coefficient of viscosity); 比值  $F/A$  也就是流体内部的剪切应力。对于如图 1.2 的坐标系,它一般用  $\tau_{yx}$  来表示,即表示作用在垂直于  $y$  轴的面上而方向与  $x$  轴一致的剪切应力。以后进一步的实验表明,当两板间具有其它速度分布  $u(y)$  时,有

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}. \quad (1.2.5)$$

由于上板的移动作用于下板的剪切应力为

$$\tau_0 = \mu \left( \frac{du}{dy} \right)_{y=0}. \quad (1.2.6)$$

(1.2.5)式称为 Newton 剪切应力公式,或称为 Newton 内摩擦定律。粘性系数  $\mu$  是流体粘性大小的一种量度,它是与流体物性有关的物理常数,其单位可由(1.2.5)式直接导出。在国际单位制(SI制)中

$$[\mu] = \text{牛顿} \cdot \text{秒}/\text{米}^2 = \text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = \text{帕} \cdot \text{秒} = \text{Pa} \cdot \text{s};$$

在工程单位制中

$$[\mu] = \text{公斤力} \cdot \text{秒}/\text{米}^2 = \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2;$$

$$1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.101972 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2.$$

在研究流体的运动时,还常采用所谓运动粘性系数,其定义为

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (1.2.7)$$

式中:  $\rho$  为流体的密度。国际单位制中,  $\nu$  的单位为  $[\nu] = \text{米}^2/\text{秒} = \text{m}^2/\text{s}$ 。把  $\nu$  称为运动粘性系数的原因是,因为它只与运动学有关的因次长度  $[L]$  及时间  $[T]$  有关。另外,以空气和水为例,水的  $\mu$  是空气的 60 倍(在  $15^\circ\text{C}$  时),而空气的  $\nu$  却是水的 12 倍,因而从某种意义上来说,  $\nu$  比  $\mu$  更能反映出粘性对流体运动的影响。

实验表明,粘性系数  $\mu$  主要与温度有关,而与压力的关系不大。但须指出,液体与气体的

粘性系数随温度变化的趋势是不同的。一般液体的  $\mu$  和  $\nu$  随温度的升高而减小，而气体的  $\mu$  和  $\nu$  则随温度的升高而增大(见图 1.3)。液体和气体的粘性系数随温度呈不同变化规律的原因可借助于流体的分子结构来解释。流体之所以会有粘性，原因就在于分子的热运动，由此引起流体各部分之间的动量交换。对于气体，分子的平均自由程较大，分子间的动量交换与分子的热运动有关，而热运动是随温度的升高而加剧的。与此相反，液体的平均自由程较小，动量交换与分子间相互接触的时间有关，温度愈高，热运动愈剧烈，分子之间接触的时间就愈短，分子间的内聚力也愈小，粘性系数也随之减小(见表 1.2)。

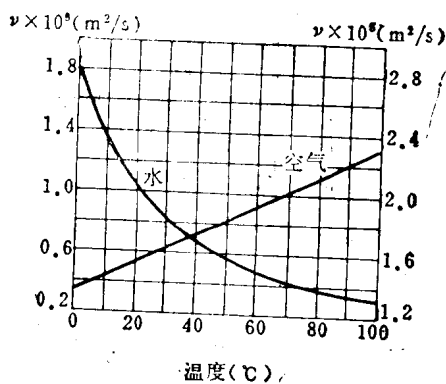


图 1.3

表 1.1 水的粘性系数及在 1 个大气压下的密度

温度(°C)	0	5	10	15	20	25	30
$\mu \times 10^3 (\text{Pa} \cdot \text{s})$	1.792	1.519	1.308	1.140	1.005	0.894	0.801
$\rho (\text{kg}/\text{m}^3)$	999.8	1000.0	999.7	999.1	998.2	997.0	995.7

表 1.2 空气的粘性系数及在 1 个大气压下的密度

温度(°C)	0	5	10	15	20	25	30
$\mu \times 10^5 (\text{Pa} \cdot \text{s})$	1.725	1.747	1.770	1.795	1.820	1.842	1.865
$\rho (\text{kg}/\text{m}^3)$	1.293	1.270	1.247	1.226	1.205	1.184	1.165

空气和水是最重要的两种流体，它们的粘性系数都比较小，是所谓的薄流体(thin fluid)。在许多情况下，它们在运动过程中的粘性力与惯性力、重力等相比较小，即使略去不计也不致引起太大的误差，然而此时问题却可以大大简化。我们把略去粘性影响的流体 ( $\mu = 0$ ) 称为理想流体。它是为简化问题而提出的一种假想的流体，在现实中是不存在的。与理想流体成对应的是实际流体或称粘性流体。

虽然理想流体只是一种假想的流体，但研究理想流体决不是脱离现实。以水对物体的绕流为例，实践表明，除了物体近旁极薄的一层边界层(见第 12 章)及物体后方的尾流需要考虑粘性影响外，其它部分均可当作理想流体来处理。

另外，由于流体的粘性只有在各部分之间产生相对运动时才表现出来，所以在研究流体的静平衡时，就没有必要区分理想流体或粘性流体。

最后还必须指出，并不是所有流体都遵守 Newton 内摩擦定律(1.2.5)式的。有些流体(如高分子溶液)的剪切应力与变形速度之间的关系不是线性的。我们把满足 Newton 内摩擦定律的流体称为 Newton 流体(Newtonian fluid)，而把不满足这一定律的流体称为非 Newton

流体(non-Newtonian fluid)。图 1.4 是 Newton 流体和各种非 Newton 流体的应力与变形速度之间的关系。

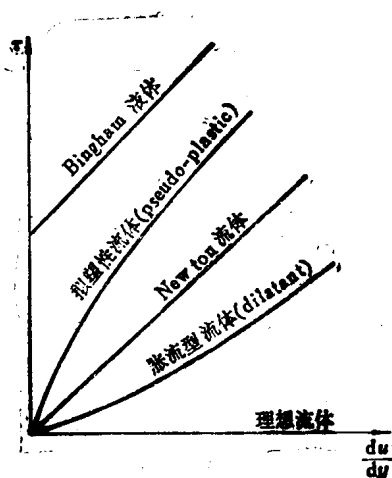


图 1.4

#### 4. 流体的可压缩性 不可压缩流体

对于流体的易流动性及粘性这两个宏观性质，我们没有强调液体与气体的差别。因为它们在这两个性质上虽然存在着程度上的差别，但总的来说还不算特别显著。对于下面所要讨论的可压缩性，液体与气体是大不相同的，必须把它们分开来讨论。

流体的压缩性是指流体的体积随压力和温度变化而变化的特性。但习惯上把体积随压力变化而变化的特性称为压缩性，而把体积随温度的变化称为膨胀性。

液体的压缩性的大小由压缩系数来量度，其定义为

$$\beta = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}, \quad (1.2.8)$$

式中： $v$  为单位质量流体的体积，即比容； $p$  为压力。压缩系数表示在温度不变时，每升高一个单位的压力，流体体积的相对缩小量。由于  $dp > 0$  时有  $dv < 0$ ，故由 (1.2.8) 式定义的  $\beta$  恒为正值。从其定义还可以看出， $\beta$  是一个有因次量，其单位为  $m^2/N$ 。

由于比容  $v$  与密度  $\rho$  互为倒数，即  $\rho v = 1$ ，微分后得  $\rho dv + v d\rho = 0$ ，液体的压缩系数又可写为

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}. \quad (1.2.9)$$

表 1.3 0°C 时水的压缩系数

大气压(atm)	5	10	20	40	80
$\beta \times 10^4 (\text{atm}^{-1})$	0.529	0.527	0.521	0.513	0.505

从表 1.3 可以看出，在 80 个大气压下，每增加 1 个大气压，水的体积仅减小万分之 0.505，可见其压缩性是很小的。其它液体也是如此。

除压缩系数外，流体的压缩性的大小还可以用所谓体积弹性模数(bulk modulus)来量度，其定义为  $\beta$  的倒数：



$$E = \frac{1}{\beta} = \rho \frac{d\rho}{d\rho} \quad (1.2.10)$$

体积弹性模数的单位为  $\text{N/m}^2$ 。在常温 ( $10^\circ\text{C}$ ) 下水的体积弹性模数  $E_{\text{水}} = 2.1 \times 10^9 \text{N/m}^2$ 。流体的  $E$  值愈大, 就愈不容易被压缩。

液体的膨胀性通常用体积膨胀系数  $\beta_t$  来表示, 其定义为

$$\beta_t = \frac{1}{v} \frac{dv}{dT} \quad (1.2.11)$$

它表示在压力不变时, 温度每升高  $1\text{K}$  时流体体积的相对增加量。  $\beta_t$  也是有因次量, 它的单位是  $1/\text{K}$ 。

表 1.4 1 工程大气压下水的膨胀系数

温度(K)	274~283	284~293	313~323	333~343	363~373
$\beta_t \times 10^4 (\text{K}^{-1})$	0.14	1.5	4.22	5.56	7.19

从表 1.4 可以看出, 水的膨胀系数是很小的。其它液体也有类似的特性。

对于气体, 我们同样可以定义压缩系数和体积弹性模数等。但与液体不同的是, 气体的密度随压强的变化是和热力过程密切相关的。当气体的压强或温度改变时, 都将引起密度的变化, 三者之间的关系可用完全气体的状态方程(单位质量的完全气体)来表示:

$$pv = RT \quad \text{或} \quad \frac{p}{\rho} = RT \quad (1.2.12)$$

式中:  $p$  为绝对压强 ( $\text{N/m}^2$ );  $T$  为绝对温度 ( $\text{K}$ );  $v$  为比容 ( $\text{m}^3/\text{kg}$ );  $R$  为气体常数 ( $\text{N}\cdot\text{m}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ )。对于空气,  $R = 287.3 \text{N}\cdot\text{m}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 。

气体在状态变化过程中, 若温度保持不变, 则称为等温过程。由状态方程可得

$$pv = \frac{p}{\rho} = C \quad (1.2.13)$$

这说明在等温过程中, 单位质量完全气体的体积与压力成反比, 而密度与压力成正比, 此即 Boyle 定律。

若状态变化过程中, 压强保持不变, 则称为等压过程。由状态方程可得

$$\frac{T}{v} = C \quad (1.2.14)$$

这说明在等压过程中, 单位质量完全气体的体积与温度成正比, 密度与温度成反比, 此即 Gay-Lussac 定律。

若气体在状态变化过程中与外界不进行热交换, 则称为绝热过程。由热力学可知, 在绝热过程中

$$pv^\kappa = C \quad (1.2.15)$$

式中  $\kappa = c_p/c_v$  称为绝热指数, 是定压比热与定容比热之比, 对于空气  $\kappa = 1.4$ 。

下面来计算空气在绝热过程中的体积弹性模数。

对(1.2.15)式进行微分, 得

$$pv^\kappa \kappa^{-1} dv + v^\kappa dp = 0$$

或

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{\kappa} \frac{dp}{p}$$

体积弹性模数

$$E_{\text{空气}} = -\frac{v dp}{dv} = \frac{\kappa p}{dp} dp = \kappa p$$

当在 1 个标准大气压下进行绝热压缩时,

$$E_{\text{空气}} = 1.4 \times 1.013 \times 10^5 = 1.418 \times 10^5 \text{Pa}$$

常温下水的体积弹性模数  $E_{\text{水}} = 2.1 \times 10^9 \text{Pa}$ , 可见空气的压缩性要比水大得多。

从上面的讨论可以看出, 液体的压缩系数和体积膨胀系数都是很小的, 一般都可以略去其压缩性, 而把它们看作是**不可压缩流体**(incompressible fluid)。

一般来说, 气体不能当作不可压缩流体来处理。但若气体的流速较低, 由压力差引起的密度变化也比较小, 例如, 若飞机的飞行速度低于 70 m/s, 则其周围大气的密度变化将小于 2%, 这时也可近似地把大气看作是**不可压缩的**。对于高速流动的空气, 则必须考虑压缩性的影响。

在(1.2.13)式和(1.2.15)式中, 密度仅为压力的函数, 更一般地, 可以写作  $\rho = f(p)$ 。这样的流体称为**正压流体**(barotropic)。密度随压力和温度两者而变的流体称为**斜压流体**。 $\rho = \text{const}$  的不可压缩均质流体也属于正压流体。引入正压流体的概念, 可使问题的数学处理变得简单, 而且在大多数情况下也是符合实际情况的。

### § 1.3 作用在流体上的力的分类

如前所述, 流体力学的中心任务之一便是研究流体对物体的作用力。我们解决这一问题的方针一般总是先以流体为对象, 研究流体的受力情况, 然后再以物体为对象, 运用作用与反作用原理, 求出流体对于物体的作用力。

作用在流体上的力按其物理成因, 有惯性力、重力、粘性力、压力、电磁力等等, 但这些力对流体的作用方式不外乎有以下三种类型: (1) 质量力(body force); (2) 表面力(surface force); (3) 线力(line force)。

#### 1. 质量力

质量力亦称**体积力**。在流体内部取一以封闭曲面  $S$  为界面的体积  $\tau$  为分离体, 作用在  $\tau$  内各流体质点上的力称为质量力。属于这一类型的力有重力、电磁力(当电介质在电场中流动时)以及一般意义下的**惯性力**(包括离心力)。

质量力的大小用力的空间分布的密度矢量来表示。今在  $\tau$  内任取一点  $M(x, y, z)$ , 包围  $M$  点作一微小体积元  $\Delta \tau$ , 其内流体质量为  $\Delta m$ , 作用在  $\Delta \tau$  内所有流体质点上的质量力的合力为  $\Delta \mathbf{f}$  (见图 1.5), 则  $M$  点质量力分布的密度矢量的定义为

$$\mathbf{F}(x, y, z, t) = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta m} = \frac{1}{\rho} \lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta \tau} = \frac{1}{\rho} \frac{d\mathbf{f}}{d\tau} \quad (1.3.1)$$

作用在有限体积  $\tau$  上的质量力的总矢量为