高等学校教学用書

天文学習題和練習彙編

Б. А. 伏龍佐夫—維廉米諾夫著

高等教育出版社

高等学校教学用書

天文学習題和練習彙編

Б. А. 伏龍佐夫—維廉米諾夫著
胡拒剛　桑志治合譯
周　正　校　訂

高等教育出版社

本書系根据苏联國家技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的伏龍佐夫-維廉米諾夫（Б. А. Воронцов-Вельяминов）編"天文学習題和練習彙編"第三版（1953年）譯出。原書經苏联高等教育部審定为綜合大学和师范大学教学参考書。

每章都有引言，扼要提示本章計算与解題所需的知識和公式。每章的習題和練習分为二大組，第一組的比較基本和淺些，第二組較深些，但仍大致符合苏联师范学院底教学大綱。

本書由浙江师范学院物理系胡艳剛、桑志治兩同志合譯，華东师范大学数学系周正同志校訂。

天文学習題和練習彙編

Б. А. 伏龙佐夫-維廉米諾夫著

胡艳剛　桑志治合譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

商務印書館上海廠印刷　新華書店總經售

書號 13010·102 開本 850×1168 1/32 印張 8 10/16 插頁 6 字數 212,000

一九五六年九月上海第一版

一九五六年九月上海第一次印刷

印數 1—4,500　定價(8) ¥ 1.20

目　　錄

第二版序言

在高等学校里，也如在中等学校里一样，解習題，特别是做練習，是具有莫大好处的。作練習不僅使学生有实地运用基本演算方法的机会，而且会使他們了解到科学家們在实际上是怎样來确定各种事实和各个量底数值的。同时，在教本中的天文学習題是極度分散的，且远不能把应該有的全都包括在內，而供作練習用的材料更是几乎完全沒有。据作者所知道，唯一的而且是極其独特的彙編，就是在 1923 年出版的，Н. П. 卡緬舍可夫教授替青年一代所著的那本“天文学習題”，这还是早在 1913 年出版的那本他所著的“宇宙学習題彙編”底改作。

本彙編適用於师范学院和綜合大学底学生，同样適用於中等学校底教师和学生。理由是很明顯的——在师范学院和綜合大学的普通天文学教程中，很注意中等学校天文学底教学大綱所包括的一切基本問題。为便於使用本彙編，特將材料按每一标題分成兩組。第一組習題中，包括了十年級学生所能接受的材料，因为他們已經具备了 Б. А. 伏龍佐夫-維耳耶米諾夫底中学課本中所介紹的天文学知識。第二組——比較深些，大致適合於师范学院底教学大綱。

每章中，習題是按照了小标題底邏輯次序而佈置的，而每小标題中，又是按照了逐步加深的程序而排列的。每章底引言都扼要地提示到那些在后文需要应用的知識和公式，这就使習題底解答要容易得多（引言中，为解答第一組習題所必需的知識，概以数字 I 表之，第二組以 II 表之）。請不要忘記，有些習題是供精确計

算用的，也有些是为了近似計算用的，因此，同一数据有时可能以不同的精确度給出。

对於最典型的習題，我們限於篇幅只介紹二个或在特殊情况下提供三題，虽然每位教师都知道，第一个典型習題要讓自己進行演算，另外也还需要准备一些典型習題給学生練習，和类同的題目供考試应用等等。不过，作者还考慮到，如果同一習題表述稍有不同(例如第 29, 30 題)，則学生們往往就無从着手了，因此，这样一些習題是有意編進去的，而每个教师应該选擇適用的形式。

当編寫本彙編的时候，作者所採用的書籍就是在本書第一版中所列举过的。在本版中，遵照了出版者底指望，將計算題删減了些。

由於許多習題是定了型的，或是所謂"自然而然的"，甚至連作者的名字也是不知道的，因此，僅当本書的作者認为某些習題是十分奇独时，才指明它底來源。多数習題是修改了的。

本彙編底作者所編寫的这批習題和練習，虽然其中註有星号(*)的只不过 300 題左右，但这些都是在已經發表过的習題当中作者所不曾見到过的。

作者从别处抄來的習題中，有 90% 以上沒有附答案。

作者謹向 П. П. 巴連拿哥教授致懇切的謝意，他替第一版中大多数的答案作了審查。也向 М. А. 拔尔契夫致懇切的謝意，他担負了艰巨的工作，審查並校正了全部彙編。

謹推荐苏俄教育部教科書出版社 1947 年出版的，П. И. 波波夫和 Н. Я. 布格斯拉夫斯基合著的那本"天文学練習"作为本彙編的补充。

Б. 伏龍佐夫-維耳耶米諾夫

於莫斯科市立 В. П. 伯焦姆金师范学院

1949 年

引　言

(怎样解天文学習題)

本彙編各章中，凡屬"第一組"标題下的習題，需要有中等学校教学大綱范圍內的知識，而在各章"第二組"标題下所編排的則是較难的習題，不过解这类習題所必需的数学和物理知識很少超出基本的三角学和物理学底范圍。

本彙編底材料，按性質分为：在天文学領域內的"思考性的"一类習題，和闡明天文学的基本方法与結果的一类練習与習題，以及在天文学的实踐中起很大作用的一类計算量值的練習。

解第一类中許多的習題时，利用天球仪（第十一章）是很方便的，必要时可用圖代替。圖，那怕是徒手制成的，亦很能促進空間的概念。在第二类的練習中，务使一些必要的測量（照片的或圖的）進行得尽可能地精密並正确。所測得的結果愈跟通用的表列数据相接近，那末通过解題对於建筑在測量精确性上的一种天文学的研究方法便領会得愈好了。大多数計算題底解能夠精确到三位有效数字，因此特別建議应用計算尺來進行运算。計算尺或对数表底应用，在解很多的習題时，确是必要的。根据較复雜的公式計算各种量值的一类習題都要求有嚴格的运算程序。一般地說，这类習題使我們在計算中养成精密性的習慣。換算坐标及計算星曆表这一类習題就是在这方面的一种最好的練習。在解这类習題时，弄清楚了一些必要的公式及其运用底程序后，便应首先作出供运算用的縱列式。这就是說，应該預先分行列出那些需要查表的或是在运算过程中得到的各量底符号。这些符号应該按运算程序一个跟一个地排列好，然后在現成的縱列式中寫下这些量底数

值。一个数字应該寫在另一个数字的下面，以便加減。所進行的計算是同样地整齐的話，以后便容易檢查或找出其中的錯誤，这是初学者必須經常这样做的。第 25 頁上給出有縱列式底作成及其填寫的例子。

任何計算都希望遵守近似值的演算規則，不必作較該習題底精确度更为精确的計算；例如，已知条件中所給的是三位有效数字的数值，若用五位对数表來進行計算便毫無意义了。同样应該注意到那些精确到 $0^\circ.1$ 的角度的，通常適用三位对数表；精确到 $0'.1$ 的角度的，通常適用四位对数表；至於精确到 $1''$ 的角度的，則宜用五位对数表。

計算时，如果是負数，应在其对数之右下角寫上記号 n（負的意思）。因为乘積（或商）底对数卽是对数之和（或差），故当奇数个的記有字母 n 的对数彼此相加（或減）时，由於所得的乘積（或商）是負的，故仍应將对数之和（或差）記以符号 n。如果相加或相減的对数（記有字母 n 者）的数目为偶数个的話，那末其和或差底对数右下角記号 n 就不需要了，因其結果是正的。应該經常設法用对数相加代替对数相減。这样可以減少錯誤。減去 $\lg a$ 完全同於加上 $\lg\frac{1}{a}$，或等於加上与 $\lg a$ 相加时成为零之补数（簡寫作 ∂on $\lg a$ 或 $\partial\lg a$）⊖。例如，$\lg(5:0.3)=\lg 5-\lg 0.3=0.699-$ $-(9.477-10)$，或換一种形式，$\lg(5:0.3)=0.699+0.523$。数字 0.523 便是对数值 $9.477-10$ 底补数。对数值 7.315 底补数便是 2.685，反之亦然。

某些習題中，必要的数字数据是沒有給出的，学生自己便应該从刊在附錄里的表中去找。多数典型性習題給有詳細的解法。

有时在不同的習題中，对於同一个量所給的数字数据是稍有不同的，不应当因此而感到惶惑。这是出於三种原因：第一，有时

⊖ 譯註：卽 a 之余对数。

候習題底含意並不在於精确的計算，而在於怎样处理这个問題，我們便給以整数的数据以簡化运算。其次，所以產生不同的数据是因为同一个名字所指的乃是稍有差異的量。例如，"年"这个字可能是指 365 天的普通曆年，或指 366 天的閏年，或指曆年底平均長度 365.25 天，或指回归年底長度 365.24220… 天（且它更在逐漸地改变着，但十分微緩）。最后，天文学是在日益進步不断改善的科学。它所研究的各量底数值，經常是重新測定，且愈來愈精确。除此以外，各科学家有时也得到稍微不同的結果，那末習題底組織者便也就有权对此或彼数据表示較大的信任。

屬於各章的第二組習題中，只是在特殊情況下才要求应用微分学，且只限於求普通的函数或对数的函数底導数。

解答某些習題，要求具备一本当年的"天文年曆"（全苏天文-測地协会高尔基城分会所編訂的）。为便於参考，最好具备一本包含有逐年不变的一些数据的所謂"常数部分"的天文曆。

第一章 內插法

I

当我們使用各种表的时候，必須善於找出随宗数（自变数）值而变动的函数（因变数）底值。

設有彼此以数学关系式相联系的兩个数，例如 $y=2x$，其中一数（如 x）底改变，將引起另一数（y）底变化。凡由我們任意改变的数称作**宗数**，因宗数的变动而变动的数，則名为**函数**。前例中的 x 卽是宗数，而 y 是函数。与宗数值 $x=1$ 相对应的函数值是 $y=2$，与 $x=3$ 相当者是 $y=6$，依此类推。

在任何函数底表中，常列有对应於一組宗数值所計算而得的函数值，这組宗数值中，組內相鄰各数常取相等的間隔。例如，对前例底函数而言，我們能算出与一組 x 值对应的各 y 值，这組 x 值中，每个值比較前一个值大了 5，我們作出一表如下：

x	y	a	
$x_1=0$	$y_1=0$		
		$a_2=10$	
$x_2=5$	$y_2=10$		
		$a_3=10$	
$x_3=10$	$y_3=20$		
		$a_4=10$	依此类推
$x_4=15$	$y_4=30$		

我們常有必要找出这样的函数值：与这函数值相对应的宗数值未曾包括在表中，而是表中所列宗数之某中間值，甚至於几乎經常如此，例如，在上面这个例子中，求与 $x=7$ 或 8 相对应的函数值。这类問題的解法称作**內插法**。例如，用表來求得所給数底对数值

时，或从其对数值求真数时，往往需用此法。在天文学中，常有必要用到内插法从曆表中來找某些数据。

設函数底改变与宗数底改变是成正比例的（如像前例一样），那末，問題就可以很簡單地解決。我們把函数底依次兩个值之差寫在鄰近的直行中，以驗証函数底变化是否正比於宗数。函数底依次兩个值之差称为第一次差，我們以 a 表示之。若函数底变化正比於宗数，則第一次差应該是不变的（全都相等）。在前例中，它們等於 10。为求函数 y 底中間值，可採用下列簡單方程式：

$$y = y_3 + a_4 \frac{x - x_3}{x_4 - x_3},$$

用这方程式可以找出这样的 y 值，这 y 值是与 x_3 和 x_4 之間的 x 值相对应的。例如，欲求与 $x=12$ 相对应的 y 值，則有如：

$$y = 20 + 10 \times \frac{12-10}{15-10} = 20 + 10 \times \frac{2}{5} = 24.$$

換句話說，所求的函数值 y 等於与距 x 最近而又小於 x 的宗数值相对应的那个函数值，加上第一次差（即函数底某一值与随后的一个数值間之差）乘一分式，此分式是宗数值底增量对表中所列兩个相鄰宗数值底差量之比。

設第一次差 a 是不相等的，那末，从这些差数中，依次相減，我們可以得到第二次差 b（表 1）。假若它們还不是常数，那末，我們可以和先前一样，从第二次差数中，依次相減，算得第三次差 c，然后第四次差 d 等等，一直到所得到的差顯示不变或变異極微为止。

表 1

x	y	a	b	c	d
x_1	y_1				
		a_2			
x_2	y_2		b_3		
		a_3		c_4	
x_3	y_3		b_4		d_5
		a_4		c_5	
x_4	y_4		b_5		
		a_5			
x_5	y_5				

在表 2 中，給出一个例子，說明連第六次差都是不恆定的；不过，第四次差已經变異極微，因此，在应用內插法的时候，从第五次差开始以后的各次差数都可以略去不計。

表 2

x	y		a	b	c	d	e	f
1.0	$+19°19'.6$ 或	$+1159'.6$	$-197'.4$					
2.0	16 2.2	962.2	-248.8	$-51'.4$				
3.0	11 53.4	713.4	-282.3	-33.5	$-17'.9$	$+0'.3$		
4.0	7 11.1	431.1	-298.2	-15.9	-17.6	$+1.5$	$+1'.2$	$-0'.3$
5.0	$+$ 2 12.9	$+$ 132.9	-298.0	$+0.2$	-16.1	$+2.4$	$+0.9$	-1.3
6.0	$-$ 2 45.1	$-$ 165.1	-284.1	$+13.9$	-13.7	$+2.0$	-0.4	
7.0	7 29.2	449.2	-258.5	$+25.6$	-11.7			
8.0	-11 47.7	$-$ 707.7						

假定要計算適合於 $x=x_1+\theta h$ 时的 y 值，式中 x_1 为表中所列与 x 最靠近的較小的一个宗数值，h 为表中所列兩个相鄰宗数值底差，θ 为眞分数。那末由內插法底原理，引出一个公式：

$$y=y_1+\theta\left\{a_2+\frac{\theta-1}{2}\left[b_3+\frac{\theta-2}{3}\left(c_4+\frac{\theta-3}{4}d_5\right)\right]\right\},$$

式中 y_1 是与 $x=x_1$ 相当的 y 值。第四次以上的各次的差用到的机会很少，因此，这公式已足夠。計算时，如果可以只用第二次或第三次差，那末，其余的差可当作零。例如，当用第三次差作內插法时：

$$y=y_1+\theta\left\{a_2+\frac{\theta-1}{2}\left[b_3+\frac{\theta-2}{3}c_4\right]\right\},$$

当用第二次差作內插法时：

$$y=y_1+\theta\left[a_2+\frac{\theta-1}{2}b_3\right]。$$

例如，我們欲按照表 2，計算与 $x=1.2$ 相当的 y 值。我們的已知条件是 $h=1.0$，$\theta=0.2$，y① $=1159'.6$。以第四次差插入后，於是得：

$$y=1159.6+0.2\left\{-197.4+\frac{0.2-1}{2}\left[-51.4+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{0.2-2}{3}\left(-17.9+\frac{0.2-3}{4}\times 0.3\right)\right]\right\}$$

① 譯註：此处 y 应是 y_1。

或

$$y=1159.6+0.2\{-197.4-0.4[-51.4-$$
$$-0.6(-17.9-0.7\times0.3)]\}=$$
$$=1159.6+0.2\{-197.4-0.4[-51.4-0.6(-18.1)]\}=$$
$$=1159.6+0.2\{-197.4-0.4[-40.54]\}=$$
$$=1159.6+0.2\{-181.2\}=1123.4;$$
$$y=1123'.4。$$

当我們完成了这項計算时，如果我們只考慮第二次差（第二次差底变異还要大）來完成这項計算，那末我們所得的是：

$$y=1159.6+0.2\left[-197.4+\frac{0.2-1}{2}(-51.4)\right]=1124'.2。$$

这数值底精确度較小，但与我們精确的計算結果相差亦不过 $0'.8$。从这个例子，我們可以看出，愈是高次的差数，对於結果的影响就愈微小，同时，当用內插法解題时，在每种已知情况中，不难确定应取到哪一次差数即屬足夠。

表 3

x \ y	36	40	44
1	210	199	187
2	405	384	360
3	573	543	510
4	701	664	624

有时，一函数同时因兩个宗数而变。例如，在表 3 內，函数 z 随变数 x 和 y 而变。

設需計算与 $x=1\frac{1}{3}$ 和 $y=37$ 相对应的 z 值。首先逐項找出与 $x=1\frac{1}{3}\left(\theta=\frac{1}{3}\right)$ 相当的 z 值，如下：

$y=36$

x	y⊖	a	b	c
1	210			
		+195		
2	405		−27	
		+168		−13
3	573		−40	
		+128		
4	701			

$y=40$

x	y⊖	a	b	c
1	199			
		+185		
2	384		−26	
		+159		−12
3	543		−38	
		+121		
4	664			

⊖ 譯註：此处 y 应是 z。

$$y=44$$

x	y ⊖	a	b	c
1	187			
		+173		
2	360		−23	
		+150		−13
3	510		−36	
		+114		
4	624			

由此找出適合於 $x=1\frac{1}{3}$ 的 z 值，如下：

y	z	a	b
36	277		
		−14	
40	263		−3
		−17	
44	246		

再一次將內插法底法則应用到这表中 $\left(\text{取 } \theta=\frac{1}{4}\right)$，便找出 z 之值如下：

$$z=277-\frac{1}{4}\times14+\frac{3}{32}\times3=274。$$

有时，需找出適合於某宗数值底函数值，但該宗数值是超出了表中所列一組宗数值底范圍的；这类問題底計算称作**外推法** (экстраполирование)。当函数与宗数成正比地改变时，外推法底公式如下：

$$y=y_1-a_2\cdot\frac{x_1-x}{x_2-x_1},$$

例如，当 x 小於表列各 x 值中第一个 x 值时，求 y 值，就得用这公式(卽后推外推法)。从我們最初所举的例中，求適合於 $x=-5$ 时的 y 值，則得：

$$y=0-10\times\frac{0-(-5)}{5-0}=-10。$$

有时也需用前推外推法，其公式如下：

⊖ 譯註：此处 y 应是 z。

$$y=y_4+a_4\cdot\frac{x-x_4}{x_4-x_3}。$$

若按此公式求適合於 $x=27$ 时的 y 值，於是得：

$$y=30+10\times\frac{27-15}{15-10}=30+24=54。$$

天文曆中，常附載有函数底小时改变量，即函数随时間的变化率，以便於內插法。

以下所提出的一些例子，僅供內插法底練習；凡無关重要、且尙为学生所不易了解的任何名詞，均列入各題底已知条件中，或列入表 II[1]

往后各部分中，許多習題的解答，都要求熟習內插法和外推法底运用。

第一組習題

1．按照表 II，用內插法求 1931 年 6 月 20 日格林尼治时 6时的时差。

2．按照表 II，确定 1931 年 6 月 29 日格林尼治时 18时 的太陽底赤緯[2]。

3．按照表 II，用內插法找出在 7 月 6 日格林尼治时 18时 的太陽底赤經。

4．插入求得 1931 年 7 月 13 日格林尼治时 $t=$1时 32分 44秒.3 时的太陽底赤經。数据可得自表 II。

5．按照表 II，插入求得 1931 年 7 月 10 日格林尼治时 $t=$ =17时 12分 30秒.4 时的太陽底赤緯。

6．按照表 II，找出 1931 年 7 月 2 日格林尼治时 $t=$4时 50分

① 表 II 以及所有用罗馬数字編号的表格，均編在書末(在附錄欄內)。

② 当計算第 2 和第 5 題时，不使用 δ 底小时改变量。

19秒.1时的时差。

7. 按照表 IX，确定 $\alpha=1$时.8，$\delta=+63°$ 处的赤經歲差值。

8. 找出 $\alpha=5$时.2，$\delta=+45°.9$ 处的歲差值。

9. 按照表 IX，确定 $\alpha=17$时.9，$\delta=+56°.9$ 处的歲差值。

10. 按照表 IX，确定 $\alpha=19$时.8，$\delta=-37°.9$ 处的歲差值。

第二章 天球

I.

天球是以观測者底眼当作中心所描繪的任意半徑的想像球体。我們把一切天体底位置投影到这球上。天球上的距离只能以角量为量度單位，如“度”。应該記得，我們所看到的月球和太陽底角直徑大約等於 $\frac{1}{2}°$。大家知道，1° 的弧長約等於圓半徑底 $\frac{1}{57}$。因而，到月球和太陽的距离就超过它們底線直徑約 114 倍。1″ 的弧長，或 sin 1″ 約等於1:206265 半徑⊖。

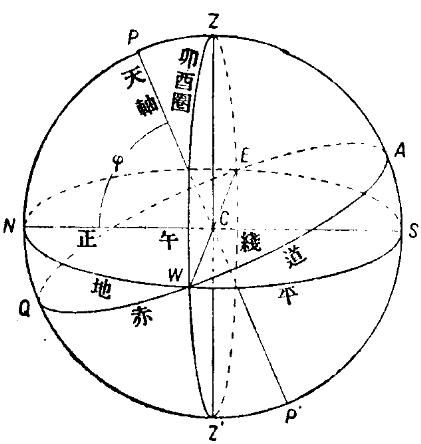

圖 1. 天球底基線和基点。

通过天球中心的鉛垂線（圖 1），交天球於**天頂**（Z）和**天底**（Z'）兩点。天頂位於观測者底头頂方向。通过天球中心的水平面交天

⊖ **譯註**：应該是 1″ 的弧長等於 1:206265 半徑，1″ 角的弧度，或 sin 1″ 等於 1:206265。