

# 结 构 动 力 学

〔美〕 约翰 M·比格斯 著

姚玲森 程翔云 译

人民交通出版社

# 结 构 动 力 学

〔美〕 约翰 M·比格斯 著

人 民 交 通 出 版 社

## 结构动力学

Introduction to Structural Dynamics

JOHN M.BIGGS

Professor of Civil Engineering

Massachusetts Institute of Technology

Copyright © 1964 by McGraw-Hill, Inc.

Printed in the United States of America

---

姚玲森 程翔云 合译

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：850×1168 印张：10.875 字数：316千

1982年2月 第1版

1982年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—6,400册 定价：2.00元

## 前　　言

本书是为了提供一本土木工程高年级大学生或一年级研究生用的、内容齐全的结构动力学教材而编写的。书中材料是以著者过去几年在麻省理工学院执教本课程所写的讲稿为基础。作者假定学生已读完正规大学本科应用力学、数学和结构方面的课程。

本书的重点是实际结构的实用分析与设计，而不是动力分析的数学技巧。全书都附有例题，以阐明理论在实际结构问题中的应用。许多材料是根据著作作为顾问工程师的经验得来的。根据这一重点，本书可适用于工作中的工程师以及旨在成为结构设计人员的大学生。

照著者的看法，有些人教结构动力学往往象是在教高等工程数学课程。这种做法使某些学生对这门课程感到不必要的困难。另一些大学生则热衷于数学运算，以致他们没有学到要完成一个优秀设计所必不可少的物理概念。在本书里，著者避开了数学上的复杂性，虽然它在深入研究中会是有用的，但对大多数设计目的说来是不必要的。

第一章和第二章，在某些方面就是通常在应用力学里所教的动力学的回顾。但除此之外，还有另外两个目的：（1）基本理论与实际结构相结合；（2）介绍通常在应用力学中涉及不到的数值分析。在叙述的次序上有些不合常规，即把数值分析放在精确解的前面。著者认为，作为自己教学经验的结果，这样的次序是可取的，因为手算的数值分析，比微分方程求解，能更快地加深对动力性能的物理“感觉”。

第三章和第四章，也许是本书的核心，因为它包括了多自由度体系的分析理论。著者没有选用目前十分流行的矩阵符号，因

为按照他自己的看法，在导论课程中这样做，从教学法来说是不明智的。对于那些喜欢用矩阵表达的教师来说，附录可能是有用的。第四章包含了各种类型梁的大量材料，因为作者相信这对结构工程师说来是特别重要的。

第五章专门论述设计的近似方法，它是在前几章介绍的理论基础上发展起来的。鉴于土木工程中的许多动力问题，均包含有不明确的荷载条件，故这些方法往往要比虽较精确但颇费时的计算方法更为适用。

第六、七、八章包括了理论对某些重要类型结构问题的应用。这些论述是不够完整的，但是作者相信，它们已足以使这些课程提供扎实的入门知识。

著者对妻子马哲里 C·比格斯 (Margaret C. Biggs) 的协助表示衷心感谢，她不仅打印了原稿，而且对写这本书始终给予了很大的鼓励。丹尼尔·贝却伦—马尔多纳多 (Daniel Beltran-Maldonado) 在制图和校对原稿方面给予了极大的帮助。

著者特别要向他的老师和同事查理 H·诺里斯 (Charles H. Norris) 教授长期给予的指教和启发致谢。

约翰M·比格斯

## 内 容 提 要

本书根据美国麻省理工学院约翰 M·比格斯教授所著的《Introduction to structural dynamics》一书译出的。

内容包括简单体系的数值分析、单自由度体系的精确分析、集中质量的多自由度体系、具有分布质量和分布荷载的结构、近似设计法、地震分析和设计、抗爆设计、承受移动荷载的梁等八章，并附有振型分析的矩阵公式和大量例题和习题。

本书第一、二、三、八章及附录由湖南大学程翔云讲师译，第四、五、六、七章由湖南大学姚玲森副教授译。

特约编辑 西安公路学院教授 何福照

## 目 录

绪 论 .....	1
符号表 .....	3
<b>第一章 简单体系的数值分析.....</b>	<b>5</b>
§1-1 概述.....	5
§1-2 单自由度弹性体系 .....	7
§1-3 两自由度弹性体系 .....	14
§1-4 有阻尼的单自由度弹性体系 .....	19
§1-5 单自由度弹塑性体系 .....	23
§1-6 数值分析的其它方法 .....	28
习题 .....	34
<b>第二章 单自由度体系的精确分析 .....</b>	<b>36</b>
§2-1 概述 .....	36
§2-2 无阻尼体系 .....	37
§2-3 各种外力的函数（无阻尼体系）.....	41
§2-4 阻尼体系 .....	51
§2-5 脉冲外力的反应 .....	57
§2-6 支承运动 .....	64
§2-7 弹塑性体系 .....	67
§2-8 无阻尼单自由度弹塑性体系最大反应的图解 .....	71
习题 .....	78
<b>第三章 集中质量的多自由度体系 .....</b>	<b>82</b>
§3-1 概述 .....	82
§3-2 自振频率的直接确定 .....	85
§3-3 特征形状 .....	89
§3-4 确定自振频率和特征形状的斯托 多 拉-菲	

昂奈洛法 .....	93
<b>§3-5 确定自振频率的瑞雷修正法.....</b>	<b>101</b>
<b>§3-6 拉格朗日方程.....</b>	<b>108</b>
<b>§3-7 多自由度体系的模态分析.....</b>	<b>113</b>
<b>§3-8 承受侧向荷载的多层刚架.....</b>	<b>122</b>
<b>§3-9 多自由度体系的弹塑性分析.....</b>	<b>136</b>
<b>§3-10 多自由度体系的阻尼 .....</b>	<b>140</b>
<b>习题 .....</b>	<b>145</b>
<b>第四章 具有分布质量和分布荷载的结构.....</b>	<b>148</b>
<b>§4-1 概述.....</b>	<b>148</b>
<b>§4-2 单跨梁-主振型.....</b>	<b>148</b>
<b>§4-3 梁的强迫振动.....</b>	<b>156</b>
<b>§4-4 变截面和变质量的梁.....</b>	<b>169</b>
<b>§4-5 连续梁.....</b>	<b>174</b>
<b>§4-6 纵横梁体系.....</b>	<b>185</b>
<b>§4-7 承受垂直荷载的板.....</b>	<b>189</b>
<b>§4-8 梁的弹塑性分析.....</b>	<b>194</b>
<b>习题 .....</b>	<b>197</b>
<b>第五章 近似设计法.....</b>	<b>201</b>
<b>§5-1 概述.....</b>	<b>201</b>
<b>§5-2 理想化体系 .....</b>	<b>203</b>
<b>§5-3 换算系数.....</b>	<b>207</b>
<b>§5-4 动力反力.....</b>	<b>220</b>
<b>§5-5 反应计算.....</b>	<b>221</b>
<b>§5-6 设计实例.....</b>	<b>226</b>
<b>§5-7 多自由度体系的近似设计 .....</b>	<b>235</b>
<b>习题 .....</b>	<b>245</b>
<b>第六章 地震分析和设计.....</b>	<b>248</b>
<b>§6-1 概述.....</b>	<b>248</b>
<b>§6-2 多自由度体系对支承运动的反应.....</b>	<b>248</b>

§6-3	多层建筑的分析.....	252
§6-4	反应谱.....	258
§6-5	地震的地面运动.....	264
§6-6	多自由度体系的地震谱分析.....	267
§6-7	实用地震设计.....	270
习题	.....	275
<b>第七章</b>	<b>抗爆设计</b> .....	<b>277</b>
§7-1	概述.....	277
§7-2	核爆炸荷载.....	277
§7-3	地面上的矩形结构.....	282
§7-4	地面上的拱和圆顶建筑.....	297
§7-5	地下结构.....	307
§7-6	地面运动.....	309
习题	.....	312
<b>第八章</b>	<b>承受移动荷载的梁</b> .....	<b>314</b>
§8-1	概述.....	314
§8-2	匀速常量力.....	314
§8-3	匀速脉冲力.....	317
§8-4	通过滚动质量的梁.....	320
§8-5	由于跳动质量通过所引起的梁的振动.....	321
§8-6	由移动车辆引起的桥梁振动.....	324
习题	.....	327
<b>附录</b>	<b>振型分析的矩阵公式</b> .....	<b>329</b>
<b>参考书目</b>	.....	<b>334</b>

## 绪 论

本课程的主题是分析和设计承受动力荷载（随时间变化的荷载）的结构。虽然，大多数土木工程结构可以适当地将荷载视作静止的来设计，但也有某些重要的例外，因而就必须要求设计人员善于区分静力荷载和动力荷载。

事实上，没有一种结构荷载（恒载可能例外）是真正静止的，因为它们必须以某种方式作用到结构上去，这就涉及到力的时间变化。然而很明显，当力的数值变化得十分慢时，就没有动力影响，并可看成是静止的。“十分慢”是没有一定界限的，荷载究竟是不是动力的问题显然是相对而言的。这就说明了，结构的自振周期是一个重要参数，如果荷载变化与自振周期相比很慢时，便可看成是静止的。自振周期，广义地解释，是结构经历一个循环的自由振动所需的时间，这里所指的自由振动是引起运动的力移开以后或力停止变化以后的一种振动。

好多年来，对于动力荷载结构设计的兴趣在不断地增长。这一点部分地是由于可以做出可能更精确设计的先进技术所引起的。而且，也由于正在尝试更大胆的结构（更大的，更轻的，等等）这一事实所引起，因为这种结构一般是更为柔性的，并且有较长的自振周期，故它们对动力影响更为敏感。必须考虑动力荷载情况的例子包括有：（1）承受由振动机械所产生交替力的结构；（2）承受移动荷载的结构，如桥梁；（3）承受如爆炸压力或阵风力之类突然加力的结构；（4）结构的支承发生运动的情况，例如在发生地震时的建筑物。

结构分析的基本原理，当然不会由于荷载是动力的而无法运用。挠度与应力之间的关系应用到动力与静力两种情况都是一样

的。动力分析主要在于确定挠度的时间变化，并由此可直接计算出应力。由于自振周期与结构的质量和刚度有关，故这两个量在动力分析中也许就更加重要。

在本课程里对结构的非弹性工作状态，即超过弹性极限的工作状态，给予了很大的注意。在动力设计中特别重要，因为将结构设计得完全保持弹性往往是不现实的，至少也是不经济的。由材料塑性变形所产生的能量吸收使得结构有可能比全部能量必须由弹性应变来吸收所要求的结构更轻些。

第一章和第二章涉及简单的动力体系，其中包括比较基本的结构动力学理论。在第三章和第四章里，把这些理论推广到更为复杂的结构体系上。第五章是介绍近似的设计方法，在实用上它往往比直接运用这些理论更适合。最后，第六、第七和第八章是包括前面几章的材料对一些重要实际问题的应用。

## 符 号 表

$A_n$	模态振幅	$I$	惯性矩
$A_{n\alpha}$	静力模态挠度	$I(t)$	惯性力
$\alpha$	常数	$i$	冲量
$a$	特征幅值, 尺寸	$\mathcal{H}$	动能
$B$	常数	$K_1, K_M, K_R, K_{LM}$	换算系数
$b$	宽度	$k$	弹簧常数
$C, C'$	常数	$L, l$	跨径
$C_d$	风压系数	$M$	质量
$c$	阻尼系数	$M$	弯矩
$c_{cr}$	临界阻尼系数	$M_p$	极限抗弯强度
$c_s$	地震速度	$m$	单位长度上的质量
$D_{ij}$	柔度系数	$N$	振型数
$D_c$	混凝土总厚度	$P$	轴向应力
$D$	常数	$p$	压力, 分布荷载
$DLF$	动荷系数	$p_d$	动压力
$d$	混凝土截面有效高 度	$p_r$	反射压力
		$p_s$	侧向超压力
$E$	弹性模量	$p_{so}$	初始侧向超压力
$F$	力	$q$	位移
$f$	自振频率, 次/秒	$R$	抗力
$(t)f$	无量纲时间函数	$R_m$	最大抗力
$G$	常数	$R$	武器的炸心距离
$g$	重力加速度	$r$	半径
$H$	常数	$S$	剪力
$h$	高度	$S_c$	净距

$T$	自振周期	$\beta$	常数, 阻尼系数 ( $c/2M$ )
$t$	时间		
$\Delta t$	时段	$\Gamma$	参与系数
$t_d$	荷载历时	$\Delta$	弹簧变形
$t_r$	施加荷载时间	$\varepsilon, \eta$	无量纲位移
$U$	冲击波的速度	$\theta$	转角
$U_c$	声速	$\Lambda$	半拱中心角
$\mathcal{U}$	应变能	$\mu$	延性系数
$u$	相对位移	$\nu$	泊松比
$\dot{u}$	相对速度	$\xi$	时间变量
$V$	剪力或反力	$\rho$	密度
$v$	速度, 位移	$\rho_s$	混凝土含钢率
$W$	重量	$\sigma$	应力强度
$\mathcal{W}$	功	$\sigma_{st}$	静力应力
$w$	单位长度上的重量	$\sigma_{sv}$	动力屈服强度
$x$	尺寸	$\sigma'_{sc}$	混凝土动力抗压强度
$Y$	武器吨位级		度
$y$	位移或挠度	$\tau$	时间变量
$\dot{y} = dy/dt$	速度	$\Phi(x), \phi(x)$	特征形状
$\ddot{y} = d^2y/dt^2$	加速度	$\phi$	特征坐标
$y_{el}$	弹性极限挠度	$\psi$	参与系数
$y_{st}$	静力挠度	$\Omega$	干扰力频率, 弧度/秒
$y_s$	支承的运动		
$z$	位移, 坐标	$\omega$	自振圆频率
$\alpha$	常数, 相位角		

# 第一章 简单体系的数值分析

## §1-1 概 述

本章讨论采用数值方法确定简单体系的动力反应 (Dynamic response)。较为惯用的精确方法则在第二章里介绍。遵循这种介绍的顺序是因为：数值分析，而不是精确解，可以认为是通用而简捷明瞭的可能方法，对于读者来说，也是最好的途径。只用到一些物理学的基本原理和最基础的数学。这样，读者就能够专心于所涉及的物理现象，而不是所使用的数学运算。希望这样强调一下将有助于增强对动力反应的物理“感觉”或直观性，这对于成功地分析更复杂的动力问题是必不可少的。读者在学习下面几节的时候必须牢记这一目的。

数值分析，即用算术程序求解运动的微分方程，要比精确的或闭合的求解问题的方法更为通用些，因为精确解仅在荷载和抗力函数表达为相当简单的数学式时才有可能。这对我们研究这类问题是一个严格的限制，因此，精确方法显然是用得有限的。

电子计算机的应用加速了结构工程师们对数值方法的采用。早些时候不可能解出的许多复杂的动力问题，现在能够相当容易地求解了。虽然，本教科书不讨论计算机的程序编制，并且只阐述手算的方法，预计在实际工作中许多这类计算还得要由电算来完成。

下面几节将讨论由弹簧与质量组成的体系。必须强调指出，这些体系不仅是单纯理论上的传统作法，而且按照这种方式加以理想化的体系是对实际结构的一个简便的描述。比如图1.1a中，

由梁支持的，并承受着动力荷载的重量  $W$ ，常可用所示的简单质量-弹簧体系来表示。图1.1b 所示的刚架结构同样如此，其中质量是沿横梁分布的，并且只考虑水平运动。为了使理想化的体系如同实际结构一样的方式工作，只需要适当地选择体系的参数。比如，弹簧常数  $k$  可以根据梁或刚架的特性来确定，因为它

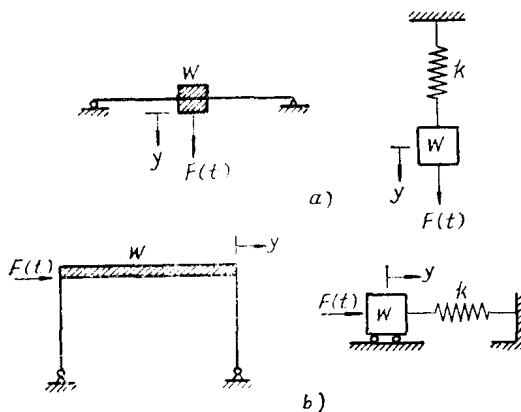


图1.1 理想化为弹簧-质量体系的结构

只是力与挠度之比。在图示的情况里，理想化体系的重量（或质量）与实际结构是一样的，因为假定结构杆件的重量是略而不计的，在其它情况下，这就不正确了。必需应用一个系数才能得到理想化体系的等效质量。如果质量在结构上是分布的，就需要这样的系数，这种情况将在以后几章里讨论。荷载-时间关系，或荷载函数，对这两种体系通常是一样的，虽然荷载的大小可能不同。理想弹簧-质量体系是这样选择的，要使质量的挠度与结构上某一重要点者相同，例如梁的跨径中点。重要的是，既要能够建立起在时间上与实际结构同样方式工作的理想体系，而且还要便于分析。

## §1-2 单自由度弹性体系

单自由度体系的定义：单自由度体系内，只可能有一种类型的运动；换句话说，在任意瞬间，体系的位置可用一个坐标来确定。图1.2a所示的就是这种体系，其中质量仅能在垂直方向移动，体系内全部质量都按同样的数值变位（弹簧假定为无质量的）。作为动力分析的例子，我们来确定由施加一个随时间变化的力而产生质量的运动。

### a. 公式的建立

第一步对质量取脱离体，如图1.2b所示。在质量上加上一些外力，本情况加了一个外力  $F(t)$  和一个弹簧力  $ky$ 。这里假定弹簧是线性的，即弹簧内的力始终等于弹簧常数乘位移。要注意，重量（或重力）在图中没有示出。这意味着，位移  $y$  是从中性位置起算的，换句话说，是从仅有重力作用时质量所处的静止位置起算的。

取出质量脱离体以后，只要应用基本公式  $F = Ma$ ，我们便可以写出运动方程式。显然， $F$  是作用于质量上力的净总和或代数和，力的正方向与位移或加速度的正方向相同。于是，这个体系的运动方程式是①：

$$F(t) - ky = M\ddot{y} \quad (1.1)$$

已知荷载函数、初始条件和其它参数之后，就可求解这个微

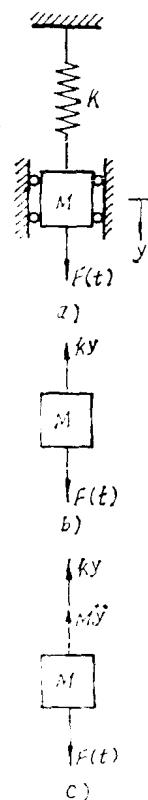


图1.2 单自由度体系-动力平衡

① 本书的  $\dot{y}$  与  $\ddot{y}$  表示位移对时间的一阶和二阶导数，换句话说，表示速度与加速度。

分方程，并确定位移随时间的变化。列出运动方程的另一个很方便的方法，是应用动力平衡的达伦培尔原理 (D'Alembert's principle)。图1.2c示出了这个方法，图中质量上加了一个附加假想力。这就是惯性力，它等于质量与加速度的乘积。要注意，这个力必须始终加在速度的相反方向，或者与正的位移反向。加上这个力以后，我们可以把图1.2c所示情况完全当作静力平衡问题来处理。这个平衡方程式是：

$$F(t) - ky - M\dot{y} = 0 \quad (1.2)$$

可以看出，此法所得出的方程式与前面所得到的完全一样。一般说来，第二种方法比较方便，尤其在包含有匀布质量时是这样。

### b. 数值积分

在研究一个特例之前，我们将一般地讨论数值积分的过程。这是一种时间从零开始分段求解运动微分方程的方法，这时位移和速度都是大抵知道的。时间的尺度被划分成许多离散的时段 (time interval)；在进行每段的计算时，将位移从一个时刻 (time station) 到下一个时刻逐次外推。适用的方法有许多，但是为了维持本章既定的原则，这里仅介绍一种较简单的方法。可以把这种方法称之为等速度法或者集中冲量 (Lumped-impulse) 法。

为了确定动力体系的位移随时间的变化关系，试假定按图 1.3 所示的进行分析。而且，还假定  $s$  时刻的位移  $y^{(s)}$  和它之前  $s-1$  时刻的位移  $y^{(s-1)}$  都已预先确定。那末，利用运动方程便可确定  $s$  时刻的加速度  $\ddot{y}^{(s)}$ 。现在的问题是要用外插法把下一时刻的位移  $y^{(s+1)}$  确定出来。按照下述不言而喻的公式可以做到这一点：

$$y^{(s+1)} = y^{(s)} + \dot{y}_{av} \Delta t \quad (1.3)$$

式中： $\dot{y}_{av}$ —— $s$  与  $s+1$  时刻之间的平均速度；

$\Delta t$ ——两时刻之间的时段。

平均速度可以用下面的近似公式表示：

$$\dot{y}_{av} = \frac{y^{(s)} - y^{(s-1)}}{\Delta t} + \ddot{y}^{(s)} \Delta t \quad (1.4)$$