

專 · 業 · 管 · 理 · 叢 · 書

數量方法 的 管理應用

MANAGEMENT APPLICATIONS OF
QUANTITATIVE METHODS

香港管理專業發展中心編



F229
X 353

數量方法 的 管理應用

香港管理專業發展中心編

中文大學出版社



香港管理專業發展中心

© 職業訓練局 1996

本書版權為職業訓練局所有。除獲職業訓練局書面允許外，不得在任何地區，以任何方式，任何文字翻印、仿製或轉載本書文字或圖表。

國際統一書號 (ISBN) : 962-201-718-5

出版：中文大學出版社

香港中文大學・香港 新界 沙田

承印：利高印刷有限公司

香港黃竹坑道好景工業大廈

Management Applications of Quantitative Methods
(in Chinese)

Edited by The Management Development Centre
of Hong Kong, Vocational Training Council

© Vocational Training Council, 1996
All Rights Reserved.

ISBN: 962-201-718-5

Published by The Chinese University Press,
Sha Tin, N.T., Hong Kong.
Printed in Hong Kong.

前言

「管理基礎課程」是由香港管理專業發展中心專為以中文為主要學習語言的本港在職人士設計，課程的兩大目標是：(1)為以中文為母語的兼讀學生提供實用性強的現代管理教育；(2)為課程畢業生爭取國際認可的學歷資格。「管理基礎課程」共包括以下八個科目：

- (1) 管理學原理
- (2) 管理人經濟學
- (3) 組織行為與人事管理
- (4) 數量方法的管理應用
- (5) 管理資訊系統
- (6) 香港商業法
- (7) 商業英文溝通
- (8) 督導技巧

除「商業英文溝通」一科外，全部均以中文編寫教材及講授，方便學員吸收現代財經商管知識。「管理基礎課程」已於一九九四年七月獲英國特許秘書及行政人員公會 (Institute of Chartered Secretaries and Administrators, ICSA) 正式承認與公會本身的 Foundation Programme 具同等水準，並批准給予成功修畢該課程的本港學生考試豁免的優待。

作為「管理基礎課程」中第四科的指定教科書，《數量方法的管理應用》一書的編寫以簡明為原則，着重介紹如何在商業運作中應用統計學及數量方法的知識去解決管理的問題。此外，每章的結構還包括以下特色：

- 提綱挈領地總結每章的學習重點。
- 有大量例題幫助讀者了解各方程式的應用。
- 每章末的練習幫助讀者進行自修及學習應用。

《數量方法的管理應用》一書的出版，實有賴香港管理專業發展中心諸同僚和各界友好的鼎力支持。本中心首先要致謝的是本書的撰稿人林公豫先生；林先生具多年教學經驗，是撰寫本書的最佳人選。中心的高級顧問邢宏彬先生，在為「管理基礎課程」申請專業承認的過程中作了不少有建設性的提議，為爭取課程的學歷地位而出謀獻策。

本書完稿後匆匆付印，錯漏之處在所難免，尚望學界前輩及企業先進能多加指正。

香港管理專業發展中心
一九九六年二月

緒 論

隨着工商業的不斷發展和企業管理系統的不斷革新，了解如何利用數量分析技巧和電腦技術去描述、分析以至推斷工商業出現的種種問題，已普遍受到工商界的接受和關注。事實上，無論在提高效率、合理分配資源、收集及分析各種信息、選擇投資方案、安排生產進度、控制質量、預測商業行情、確定管理決策等，都需要借助數量分析和電腦技術去建立模型及求解。因此，從事工商業的人士，有必要學習數量分析和電腦技術，提高這方面的知識和能力，以適應時代發展的需要。

本書正是針對這個需要，為幫助工商業的在職人士進修和提高對數量分析技術的認識而編寫，內容包括一般常用的基本函數、與財務分析有關的利息計算，特別是以統計學知識為主要內容。為了照顧各類讀者的需要，本書力求淺白、簡要，但卻不失內容的完整性。每章末均有內容總結、重要術語重溫及適量的習題，以鞏固讀者對內容的認識和理解。讀者只要具有中五學歷，便可自修或由教師輔導閱讀本書。

目錄

前言	xi
緒論	xiii
1 一些基本函數和應用	1
1.1 線性函數	1
1.2 一些重要的線性函數	5
1.3 多個自變量的線性函數	7
1.4 保本模型	9
1.5 線性方程組求解	13
1.6 二次函數	19
1.7 二次方程解法	22
1.8 應用	23
1.8.1 總收入函數	23
1.8.2 供求平衡	25
1.9 指數函數和對數函數	29
1.9.1 指數函數	29
1.9.2 指數運算規則	30
1.9.3 應用	31
1.9.4 對數函數	35
1.9.5 對數運算規則	36
1.9.6 運算的簡化	36

2009-10-10

2	利息和投資選擇的計算	43
2.1	利息及其計算	43
2.1.1	單利息(簡稱單利)及本利和	43
2.1.2	複利息(簡稱複利)及本利和	45
2.1.3	有效利率與名義利率	47
2.2	年金及其未來值	49
2.3	年金及其現值	54
3	數據的組織與整理	61
3.1	次數分配	61
3.2	累積次數分配	63
3.3	按特性表示的次數分配	64
3.4	區間的上界、下界及區間的長度說明	65
3.5	次數分配的圖形表示	67
3.5.1	條形圖	67
3.5.2	折線圖	68
3.5.3	累積次數分配的拱形圖	69
3.5.4	按特性表示的次數分配統計圖	69
4	中心趨勢及離散度的量度	75
4.1	中心趨勢的描述	75
4.1.1	平均值	75
4.1.2	中位數	76
4.1.3	眾數	77
4.1.4	加權平均值	78
4.2	離散度的描述	80
4.2.1	平均離差	80
4.2.2	變異數	81
4.2.3	標準差	81
4.3	已分組的數的平均值計算	83

4.4	已分組的數的變異數計算	84
4.5	切貝舍夫定理	86
4.6	標準分	86
5	概率原理和計算	95
5.1	集合的概念和表示方法	95
5.2	集合的運算	96
5.2.1	交集	97
5.2.2	聯集	97
5.2.3	餘集	98
5.3	集合運算的一些規則	98
5.4	一些計算技巧	99
5.4.1	階乘	99
5.4.2	排列	99
5.4.3	組合	102
5.5	樣本空間與事件	104
5.6	幾種不同的概率	107
5.6.1	古典概率	107
5.6.2	統計概率	108
5.6.3	主觀概率	109
5.7	概率計算的一些基本規則	110
5.8	條件概率	114
5.9	聯合概率	116
6	貝氏概率計算公式及其應用	125
6.1	貝氏概率計算公式	125
6.2	貝氏概率計算公式的意義	127
6.3	概率樹	129
6.4	應用	131

7	幾種重要的離散概率分布	137
7.1	離散隨機變量	137
7.2	離散概率分布	138
7.3	概率分布的圖形表示	139
7.4	幾種常用的離散概率分布	139
7.4.1	二項分布	139
7.4.2	二項分布圖形	142
7.4.3	二項分布表	143
7.4.4	超幾何分布	145
7.4.5	泊松分布	146
7.4.6	泊松分布圖形	147
7.4.7	泊松分布表	150
7.5	期望值	152
7.6	變異數	154
7.7	關於二項分布、超幾何分布和泊松分布的 期望值與變異數	155
7.8	二項分布與超幾何分布的關係	156
7.9	二項分布與泊松分布的關係	157
8	正態分布	163
8.1	連續隨機變量	163
8.2	連續概率分布	163
8.3	正態分布	165
8.4	標準正態分布	166
8.5	二項分布的正態分布近似	174
9	簡單隨機抽樣與樣本分布	179
9.1	總體與樣本	179
9.2	隨機數和簡單隨機抽樣	179
9.3	樣本分布	182

9.4	總體平均值與樣本分布平均值的關係及 總體變異數與樣本分布變異數的關係	183
9.5	中心極限定理	184
9.6	關於 $\bar{p}$ 的樣本分布	185
10	統計推斷(一)：估計	191
10.1	關於平均值的區間估計	191
10.2	確定估計平均值的樣本大小	195
10.3	小樣本的平均值估計	196
10.4	變異數的估計	199
10.4.1	大樣本($n \geq 30$)情形	199
10.4.2	小樣本($n < 30$)情形	200
10.5	比率的估計	202
10.6	確定比率估計的樣本大小	204
11	統計推斷(二)：假設檢定	211
11.1	兩種類型的錯誤	212
11.2	犯上各種類型錯誤的概率	212
11.2.1	犯上第一種錯誤的概率	212
11.2.2	犯上第二種錯誤的概率	213
11.3	假設檢定的一般程序	215
11.4	關於平均值的假設檢定	216
11.5	關於比率的假設檢定	217
11.6	關於變異數的假設檢定	219
11.7	關於兩個總體平均值之差的檢定	219
11.8	關於兩個總體比率之差的檢定	222
11.9	關於兩個總體變異數之比的檢定及 F 分配 ...	224
12	適合度的檢定	235
12.1	多個比率之差異的檢定	235

12.2	變量獨立性的檢定	237
12.3	適合度的檢定	239
13	線性迴歸與相關分析	247
13.1	資料分布圖	247
13.2	線性迴歸模型	248
13.3	最小平方法	250
13.4	線性迴歸的統計分析	252
13.4.1	估計	252
13.4.2	檢定	253
13.5	相關性	254
14	時間序列與指數	259
14.1	時間序列	259
14.2	時間序列的組成	259
14.3	時間序列的模型	260
14.4	長期趨勢	261
14.4.1	線性方程趨勢	261
14.4.2	二次方程趨勢	265
14.4.3	指數函數長期趨勢	266
14.4.4	移動平均法	269
14.5	季節變化指數	271
14.6	週期性變化	274
14.7	指數	274
14.7.1	物價指數	274
14.7.2	加權平均指數	276
15	線性規劃	285
15.1	問題的建立	285
15.1.1	生產問題	285

15.1.2 混合物的混合問題	287
15.1.3 剪裁問題	288
15.2 線性規劃的一般形式	290
15.3 圖解法	291
15.4 單純形法	293
附錄：統計數據表	305
表一：複利因子 $(1+i)^n$	306
表二：現值因子 $(1+i)^{-n}$	308
表三：年金終值因子 $S_{n i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	310
表四：積聚基金因子 $\frac{1}{S_{n i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$	312
表五：年金現值因子 $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	314
表六：自然對數 $\ln x$	318
表七：二項分布	320
表八：泊松分布	326
表九：標準值分布	332
表十：t 分配	333
表十一：卡方分配 (χ^2 分配)	334
表十二：F 分配	336
英漢詞彙對照	341
參考書目	345

一些基本函數和應用

本章將介紹商業管理中所遇到的一些函數關係及其計算方法，例如線性函數、二次函數、指數函數及對數函數等。

1.1 線性函數

現實中存在着許多變量(variable)，而變量與變量之間往往有依從關係，即一個變量的變化會引致另一個變量產生變化。例如商品成本變化引致價格變化、產量增加引致成本增加、銷售量增加使總收入增加等。在數學上，這些變量之間的關係是用函數表示的，最簡單的函數是線性函數(linear function)，其一般形式為：

$$y = a + bx \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

其中 a 、 b 是常數， x 稱為自變量(independent variable)，而 y 則隨着 x 的變化而變化，也即 x 取的數值不同， y 取的數值也隨之不同，所以 y 稱為因變量(dependent variable)。通常，這因變量 y 稱為 x 的函數(function of x)，並寫作 $f(x)$ ，即：

$$y = f(x) = a + bx$$

例 1

$$\text{設 } y = f(x) = 3 + 5x$$

$$\text{當 } x = 0 \text{ 時, } y = 3 + 5(0) = 3$$

$$x = 1 \text{ 時, } y = 3 + 5(1) = 8$$

$$x = 2 \text{ 時, } y = 3 + 5(2) = 13$$

在解決實際問題時， x 可能有一個規定的取值範圍，例如 $x \geq 0$ 、 $x_1 \leq x \leq x_2$ 等。這些規定的取值範圍稱為函數 y 的定義域。若無特別規定，即 x 可取任意值，這時 x 的定義域為 $-\infty < x < \infty$ 。

線性函數 $y = a + bx$ 有一個主要特點，就是 x 每增加一個單位（不一定是 1，只是取一相同增量），記為

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

則 y 也得到一個增量 $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$

只要 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \cdots = \Delta x_n = \Delta x$ ，則也有

$$\Delta y_1 = \Delta y_2 = \cdots = \Delta y_n = \Delta y$$

這是很明顯的，因為當 $x = x_{i-1}$ 時， $y_{i-1} = a + bx_{i-1}$

$$x = x_i \text{ 時, } y_i = a + bx_i$$

$$\text{而 } \Delta y_i = y_i - y_{i-1} = (a + bx_i) - (a + bx_{i-1}) = b(x_i - x_{i-1}) = b\Delta x_i$$

$$\text{即 } \Delta y_i = b\Delta x_i$$

類似的還有： $\Delta y_{i+1} = b\Delta x_{i+1}$

$$\Delta y_{i+2} = b\Delta x_{i+2}$$

$$\vdots$$

$$\Delta y_n = b\Delta x_n$$

因而，若 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \cdots = \Delta x_i = \cdots = \Delta x_n = \Delta x$ ，則

$$\Delta y_1 = \Delta y_2 = \cdots = \Delta y_i = \cdots = \Delta y_n = \Delta y, \text{ 即}$$

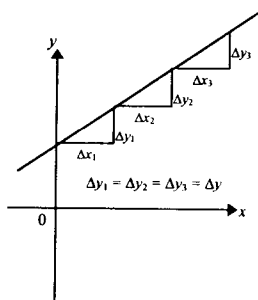
$$\Delta y = b\Delta x \dots\dots\dots (1.2)$$

或

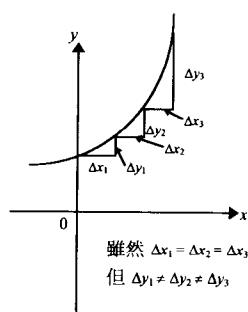
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = b \dots\dots\dots (1.3)$$

(1.2)式說明了前面提到的線性函數的特點，就是當 x 取一相等的增量 Δx 時，對應的 y 的增量 Δy 是保持相等的，即總是相差於 $b\Delta x$ 。或者按(1.3)式表示，即函數增量與自變量增量的比是一常數 b 。

上面所分析的線性函數特點，以圖形顯示可見線性函數的圖形是一條直線，因為只有直線才具有這個特點，而曲線是沒有這特點的(參看圖 1.1 及 1.2)。

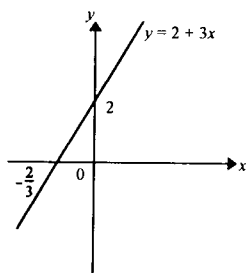


■ 1.1

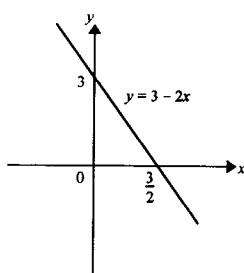


■ 1.2

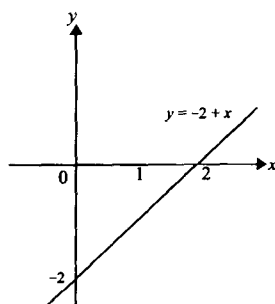
由於有兩個點便可決定一條直線，所以畫出線性函數的直線圖形的最簡單辦法，就是找出這條直線與 x 軸($y = 0$)和與 y 軸($x = 0$)的兩個交點，然後通過這兩個點便可畫出該直線了(參看圖 1.3 至 1.6)。



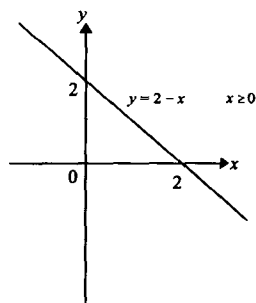
■ 1.3



■ 1.4



■ 1.5



■ 1.6

從上面圖形可知，在 $y = a + bx$ 中的 a 是直線與 y 軸相交點的坐標（因 $x = 0$ 時 $y = a$ ），我們稱它為與 y 軸的越距，而 x 的係數 b ($b = \frac{\Delta y}{\Delta x}$) 可確定這條直線的傾斜方向，我們稱之為斜率(slope)。當 $b > 0$ ，則 y 隨着 x 的增加而增加，如圖 1.3 和圖 1.5 所示。當 $b < 0$ 則 y 隨着 x 的增加而減少，如圖 1.4 和圖 1.6 所示。

由於線性函數 $y = a + bx$ 在圖上是一條直線，所以 $y = a + bx$ 也稱為直線方程式。直線方程式有時也寫成更一般的形式如：

$$Ax + By = C \dots\dots\dots (1.4)$$

(1.4) 式也可寫成 (1.1) 式的形式，這時

$$y = \frac{C}{B} - \frac{A}{B}x$$

亦即越距 $a = \frac{C}{B}$ ，斜率 $b = -\frac{A}{B}$ 。(1.4) 式也稱為含有兩個未知數的線性方程式，或線性函數的隱式表示。

例 2

試畫出 $2x + y = 4$ 的圖形，並指出該直線的斜率。