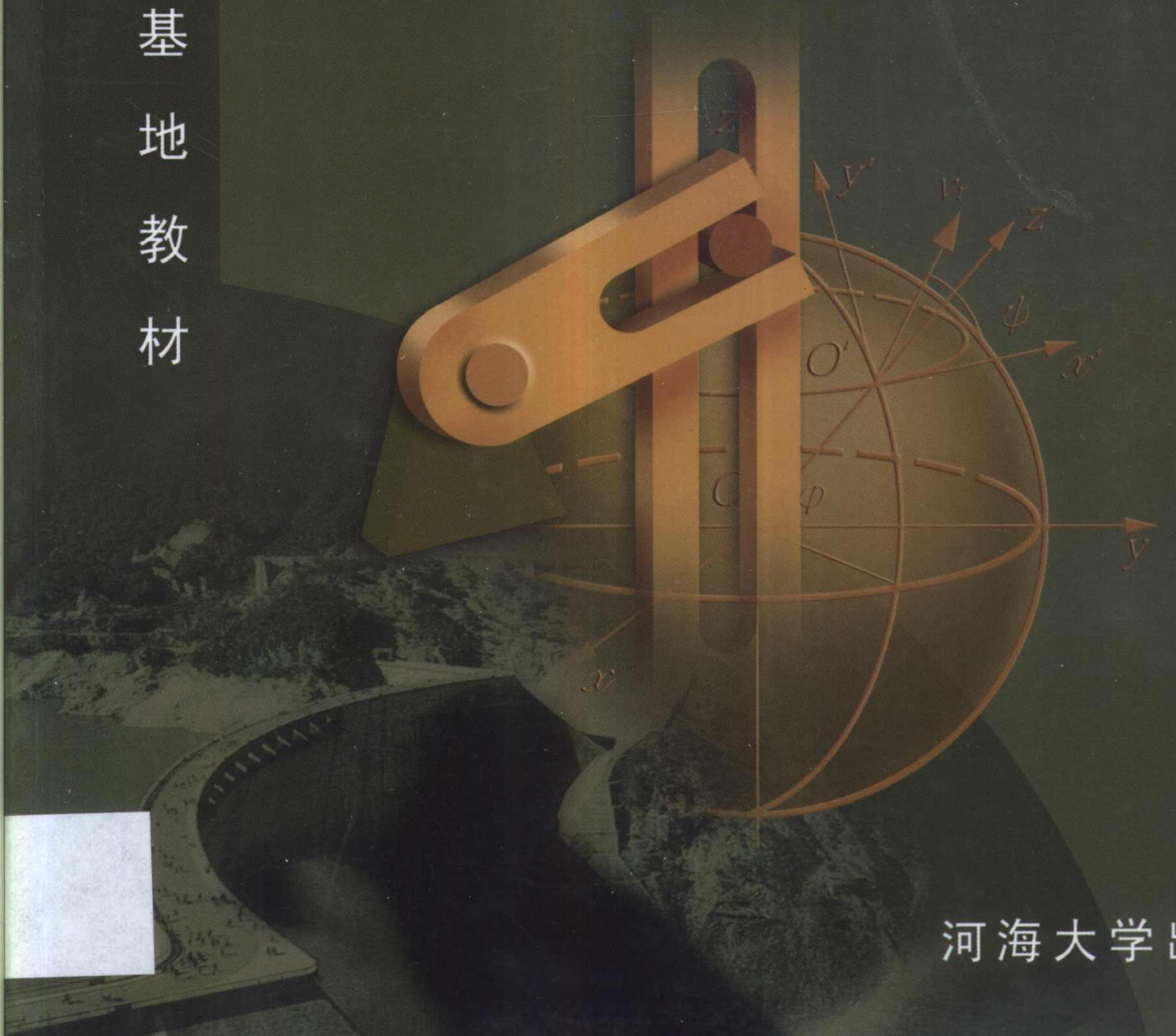
工科力学课程教学基地教材

工程力学教程之二

动力学基础

武清玺　许庆春　赵　引



河海大学出版社

170

工程力学课程教学基地教材

工程力学教程之二

动 力 学 基 础

武清玺　许庆春　赵　引

河 海 大 学 出 版 社

《动力学基础》内容提要

该教材分两篇，第一篇运动学包括点的运动、刚体的基本运动、点的合成运动和刚体的平面运动；第二篇动力学包括质点运动微分方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理和分析力学基础。

该教材可作为高等学校工科机械、土木、水利等专业多学时教材，也可作为其它专业以及职工大学、函授大学的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

动力学基础/武清玺，许庆春，赵引.—南京：河海大学出版社，2001.11

ISBN 7-5630-1672-4

Ⅰ.动... Ⅱ.①武...②许...③赵... Ⅲ.动力学-高等学校-教材 Ⅳ.O313

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 055644 号

出　版	河海大学出版社
地　址	南京市西康路 1 号(邮编：210098)
电　话	(025) 3737852(总编室)
	(025) 3722833(发行部)
经　销	江苏省新华书店
印　刷	丹阳市教育印刷厂
开　本	787 毫米×1092 毫米　1/16
印　张	18.5
字　数	460 000
版　次	2001 年 11 月第 1 版
印　次	2001 年 11 月第 1 次
定　价	30.00 元

前　言

本书为河海大学推出的面向21世纪力学系列课程教材——《工程力学教程》之二，是在按河海大学“面向21世纪力学系列课程改革小组”和河海大学“国家工科基础课程（力学）教学基地”审定的“《动力学基础》编写大纲”编写的校内教材的基础上修改、补充而成。该校内教材已经专家评审并在校内正式试用。这次编写充分考虑和采纳了专家和校内师生的诸多意见。在此特向他们致谢。

根据河海大学面向21世纪力学系列课程改革的总体思路，本书将传统动力学中的微振动理论基础一章已有机地并到《结构动力学》一书里，因此本书不再包含这部分内容。编者在编写本书时力求贯彻以下意图：

（1）对经典内容加以创新处理，使之更加精练。

（2）充分利用前修课程的基础，提高教材起点，减少教材篇幅，适应减少课内学时的需要。

（3）根据土木水利类专业人才培养的要求，调整课程教学内容的重点，由过分强调学科理论的系统性、完整性转向重视基础、突出应用、加强能力和提高综合素质的培养。

（4）贯彻启发式教学思想，充分发挥学生学习的积极性和创新精神，留出充足的思维空间供学生独立学习与思考。

（5）努力做到动力学的基本理论在质点系、刚体和变形体之间融会贯通，并引进面向21世纪的教学新内容。

本书第九、十、十一章及绪论、附录A由武清玺编写，第五、六、七、八章及附录B、C由许庆春编写，第一、二、三、四章由赵引编写，全书由武清玺负责统稿。

本书的编写，主要选材于河海大学吴永祯、程乃巽、张本梧、陈定圻教授编写的《理论力学》上、下册（华东水利学院工程力学教研室《理论力学》编写组编，高等教育出版社，1984年9月），参考了《动力学》（Ⅰ）（谢传锋主编，高等教育出版社，1999年9月），还参阅了国内外有关教材和大纲，特别是一些教改试点的教材和大纲，注意吸收了它们的许多长处。虽然如此，限于编者水平，本书仍难免有不妥或疏漏之处，欢迎读者指正。

编　者

2001年8月

目　录

绪　论

一、动力学的研究对象

动力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。

按照辩证唯物主义的观点，运动是物质存在的形式，是物质的固有属性，它包括宇宙中发生的一切现象和过程——从简单的位置变化直到人的思维活动。机械运动则是所有运动形式中最简单的一种，指的是物体在空间的位置随时间的变化。例如，车辆的行驶，机器的运转，水的流动，人造卫星和宇宙飞船的运行，建筑物的振动，等等，都是机械运动。

平衡（例如物体相对于地球处于静止的状态）是机械运动的特殊情形，自然可由动力学的理论得出解答。但由于平衡问题的研究有广泛的独立应用，现已成为一门单独的学科——静力学，故本书不作论述。

动力学研究的内容是远小于光速的宏观物体的机械运动，它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础，属于古典力学的范畴。至于速度接近于光速的物体和基本粒子的运动，则必须用相对论和量子力学的观点才能完善地予以解释。这固然说明古典力学有局限性，但是，经过长期的实践证明，不仅在一般工程中，就是在一些尖端科学技术（如火箭、宇宙航行等）中，所考察的物体都是宏观物体，运动速度也都远远小于光速，用古典力学来解决，不仅方便，而且能够保证足够的精确性，所以古典力学至今仍有很大的实用意义，并且还在不断地发展。

研究物体机械运动的普遍规律涉及到物体运动的变化，作用于物体的力以及物体的质量等，因此，动力学问题比静力学问题更为复杂。为便于"循序渐进，由浅入深"地学习，本书第一章至第五章介绍了运动学的知识，具体内容包括点和刚体在空间的位置的确定以及位置随时间变化的规律；点的运动轨迹；点和刚体运动的速度、加速度等。从第六章起再进一步研究物体的运动的变化与作用在物体上的力之间的关系，从而建立物体机械运动的普遍规律。

二、学习动力学的目的

动力学是一门理论性较强的技术基础课，学习动力学有下述任务：

（1）土木、水利、机械等工程专业一般都要接触到机械运动的问题。有些工程实际问题可以直接应用动力学的基本理论去解决，如传动机械的运动学分析；机器和机械设计中的均衡问题、振动问题和动反力问题等。至于一些比较复杂的工程实际问题，则需要用本书中的理论和其它专门知识共同来解决，如土木、水利工程中动力荷载的影响以及建筑物的抗震设计等。在许多尖端科学技术中，如人造地球卫星和宇宙火箭的发射和运行等，更包含着许多动力学问题。虽然我们不可能在动力学中讨论这些专门问题，但动力学的基本理论，却是研究这些问题的必需基础。由此可见，掌握动力学基本理论，至为重要。

（2）动力学研究力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程，如结构动力学、流体力学、飞行力学、机械原理等课程，都要用到动力学的知识，所以动力学是学习一系列后续课程的基础。

现代科学技术的发展，还使动力学的研究内容渗入到其它科学领域，形成了一些新的边缘学科。例如：动力学用于研究人体的运动而形成运动力学；动力学与固体力学、流体力学结合用来研究人体内骨骼的强度，血液流动的规律，人体的力学模型，以及植物中营养的输送问题等，形成了生物力学；还有爆炸力学、电磁流体力学，等等。总之，为了探索新的科学领域，必须打下坚实的动力学基础。

（3）动力学的理论来源于实践又服务于实践，既抽象而又紧密结合实际，研究的问题涉及面广，而且系统性和逻辑性很强。这些特点，对培养我们的辩证唯物主义世界观，培养逻辑思维和分析问题解决问题的能力，也起着重要作用。

三、动力学的研究方法

科学研究的过程，就是认识客观世界的过程，任何正确的科学研究方法，一定要符合辩证唯物主义的认识论。动力学的研究和发展也必须遵循这个正确的认识规律。

（1）通过观察生活和生产实践中的各种现象，进行无数次的科学实验，经过分析、综合和归纳，总结出力学的最基本的规律。如“力”和“力矩”的概念，“加速度”的概念；摩擦定律以及动力学三定律等都是在大量实践和实验的基础上经分析、综合和归纳得到的。

（2）在对事物观察和实验的基础上，通过抽象化建立力学模型。客观事物总是复杂多样的，当我们占有大量来自实践的资料之后，必须根据所研究的问题的性质，抓住主要的、起决定作用的因素，撇开次要的、偶然的因素，深入事物的本质，了解其内部联系。这就是力学中普遍采用的抽象化方法。例如，在某些问题中忽略实际物体受力后的变形，得到刚体的模型；在另一些问题中则忽略物体的大小和形状，得到质点的模型，等等。一个物体究竟应当作为点还是作为刚体看待，主要决定于所讨论问题的性质，而不决定于物体本身的大小和形状。例如机器上的零件，尽管尺寸不大，当要考虑它的转动时，就须作为刚体看待。一列火车的长度虽然以百米计，当我们将列车作为一个整体来考察它沿铁道线路运行的距离、速度和加速度时，却可以作为一个点来看待。即使同一个物体，在不同的问题里，随着问题性质的不同，有时要作为点，有时则要作为刚体。例如地球半径为6 370 km，当研究它在绕太阳公转的轨道上的运行规律时，可以看作点，而当考察它的自转时，却必须看作刚体。

这种抽象化的方法，一方面简化了所研究的问题，另一方面也更深刻地反映了事物的本质。正如列宁所指出的：“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开——如果它是正确的——真理，而是接近真理。物质的抽象，自然规律的抽象，价值的抽象等等，一句

话，即一切科学的（正确的、郑重的、不是荒唐的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”在这里，列宁既指出抽象的重大意义，又告诫我们，抽象必须是“科学的抽象”。如果不顾条件，随意取舍，结果就可能是“荒唐的”。

(3) 在建立力学模型的基础上，从基本规律出发，用数学演绎和逻辑推理的方法，得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论，在更高的水平上指导实践，推动生产的发展。

从实践到理论，再由理论回到实践，通过实践进一步补充和发展理论，然后再回到实践，如此循环往复，每一个循环都在原来的基础上提高一步。和所有的科学一样，动力学也是沿着这条道路不断向前发展的。

第一篇 运动学

本篇仅从几何上来研究物体的机械运动，即研究物体在空间的位置随时间的变化规律，而不涉及与运动变化有关的力和质量等有关的物理因素。物体的运动与这些物理量之间的关系将在动力学中研究。

本篇将所有的物体抽象为点和刚体两种力学模型，并对点的两种运动形式和刚体的三种运动形式分别进行分析研究。

运动学既是学习动力学的基础，又有其独立的应用。例如，在许多机构的设计中，需要对每个构件作详细的运动分析，以保证其正确的功能；对一些结构物有时也需要进行运动分析，以检查当结构的各构件作为刚体看待时，整个结构的几何形状是否是不变的。因此，学习运动学，不论对动力学研究，还是对工程应用，都具有重要的意义。

点的运动主要研究点相对某一个参考系的任意曲线运动，包括点的运动方程、运动轨迹、位移、速度和加速度等。点的运动学既是研究一般物体运动的基础，又具有独立的应用意义。描述点的运动有多种方法，本章将介绍常见的矢量表示法、直角坐标表示法和自然坐标表示法。

点的运动

§1-1　矢量表示法

设动点 M 在空间作曲线运动（curvilinear motion），如图 1-1 所示。选取参考系上某一确定点 O 为坐标原点，由 O 向动点 M 作矢量 $\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{r}$ 称为动点对于原点 O 的**位置矢**（position vector）或**矢径**。当动点 M 运动时，矢径 $\boldsymbol{r}$ 的大小和方向都随时间而变，并且是时间 t 的单值连续函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-1}$$

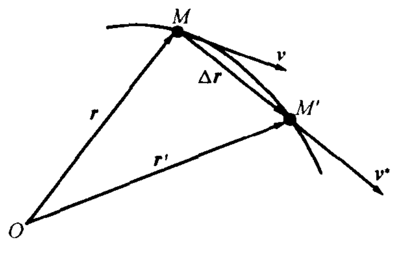


图 1-1　用矢量描述点的位置和速度

这就是**用矢量表示的点的运动方程**（equation of motion）。它表明了动点在空间的位置随时间变化的规律，又称**运动规律**。

动点 M 在空间运动时，其矢径 $\boldsymbol{r}$ 的末端描绘出的一条连续曲线，称为矢端曲线，显然，它就是动点 M 的**运动轨迹**（trajectory of motion），如图 1-1 所示。

设从瞬时 t 到瞬时 $t+\Delta t$，动点的位置由 M 改变到 M'，其矢径分别为 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{r}'$，如图 1-1 所示，在 Δt 时间内，矢径的改变量为 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}$，它表示动点在 Δt 时间内的**位移**（displacement）。

比值$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$称为动点在 Δt 时间内的平均速度 $\boldsymbol{v}^*$。当 $\Delta t \to 0$ 时,平均速度的极限值称为动点在瞬时 t 的**速度**(velocity)$\boldsymbol{v}$,即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \boldsymbol{v}^* = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\boldsymbol{r}} \tag{1-2}$$

这表明,**动点的速度等于它的矢径对于时间的一阶导数**。点的速度是一个矢量(参考附录A),它的方向沿矢径 $\boldsymbol{r}$ 的矢端曲线的切线,即沿动点运动轨迹的切线,并与动点运动的方向一致,见图 1-1。速度的大小是$|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$,表明点运动的快慢,常称为**速率**(speed rate)。

在国际单位制中,速度的单位是米/秒(m/s)。

设在瞬时 t 和$t+\Delta t$,动点分别位于 M 和M'点,它的速度为 $\boldsymbol{v}$ 和$\boldsymbol{v}'$,如图 1-2 所示。速度的改变量为 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' - \boldsymbol{v}$,比值$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为 Δt 时间内的平均加速度 $\boldsymbol{a}^*$。当 $\Delta t \to 0$ 时,平均加速度的极限值称为动点在瞬时 t 的**加速度**(acceleration)$\boldsymbol{a}$,即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \boldsymbol{a}^* = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-3}$$

这表明,**动点的加速度等于它的速度对于时间的一阶导数,也等于它的矢径对于时间的二阶导数**。点的加速度也是一个矢量。如果把不同瞬时动点的速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 的始端依次画在某一固定点 O' 上,这些速度矢的末端将描绘出一条连续的曲线,称为**速度矢端线**(hodograph of velocities),如图 1-3 所示。可见,动点的加速度方向沿着速度矢端线的切线,并指向速度矢端运动的方向。加速度的大小是$|\boldsymbol{a}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$。

在国际单位制中,加速度的单位是米/秒^2(m/s^2)。

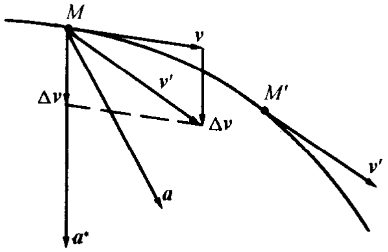


图 1-2 用矢量描述点的加速度

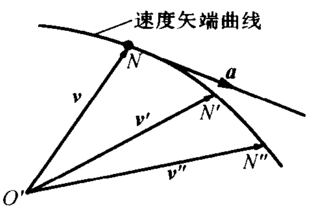


图 1-3 速度矢端曲线

§1-2 直角坐标表示法

选取一直角坐标系 $Oxyz$,则动点 M 的位置不仅可用它相对于坐标原点 O 的矢径 $\boldsymbol{r}$ 表示,还可用它的三个直角坐标 x,y,z 来确定,如图 1-4 所示。M 点运动时,三个坐标随时间而变化,都是时间 t 的单值连续函数,即

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t) \tag{1-4}$$

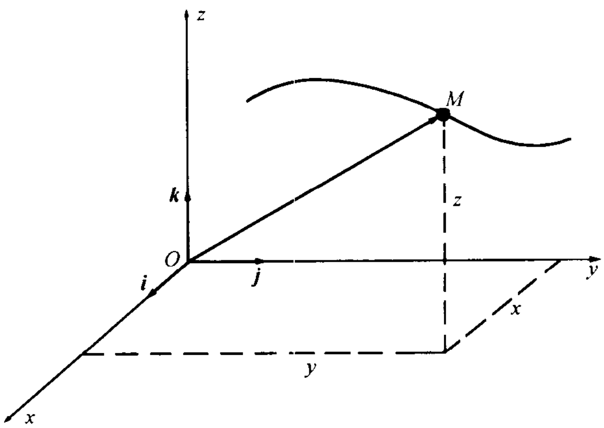


图 1-4　用直角坐标描述点的运动

这就是**用直角坐标表示的点的运动方程**。实际上,它是以时间 t 为参变量的空间曲线方程。若从式(1-4)中消去 t,可得到点的**轨迹方程**,如

$$F_1(x,y)=0,\quad F_2(x,z)=0 \tag{1-5}$$

由于图 1-4 中,M 点矢径的原点与直角坐标系的原点重合,于是有

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

利用此关系很容易由式(1-2)、(1-3)得到用直角坐标表示的点的速度和加速度的计算公式。因为单位矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为常矢量,于是有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-7}$$

由此可得速度 $\boldsymbol{v}$ 在各坐标轴上的投影

$$\left.\begin{aligned} v_x&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dot{x}\\ v_y&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\dot{y}\\ v_z&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\dot{z}\end{aligned}\right\} \tag{1-8}$$

即,点的速度在各坐标轴上的投影,等于点的相应坐标对时间的一阶导数。

由速度的投影可求出速度的大小

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1-9}$$

速度的方向由其方向余弦确定

$$\left.\begin{aligned} \cos(\boldsymbol{v},x)&=\frac{v_x}{v}\\ \cos(\boldsymbol{v},y)&=\frac{v_y}{v}\\ \cos(\boldsymbol{v},z)&=\frac{v_z}{v}\end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

同理,设

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

则有

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x} \\ a_y &= \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{y} \\ a_z &= \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{z} \end{aligned}\right\} \tag{1-12}$$

即,点的加速度在各坐标轴上的投影,等于点的速度在对应轴上的投影对时间的一阶导数,也等于点的对应坐标对时间的二阶导数。

加速度的大小和方向余弦分别为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1-13}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\boldsymbol{a}, x) &= \frac{a_x}{a} \\ \cos(\boldsymbol{a}, y) &= \frac{a_y}{a} \\ \cos(\boldsymbol{a}, z) &= \frac{a_z}{a} \end{aligned}\right\} \tag{1-14}$$

若点作平面曲线运动或点作直线运动,可将其视为作空间曲线运动的特殊情况,只需在式(1-4)中分别令 $z = f_3(t) = 0$ 或 $y = f_2(t) = 0$, $z = f_3(t) = 0$,则有关速度和加速度的公式仍然适用。

由上述可见,已知动点的运动方程式(1-4)时,通过对时间求一阶、二阶导数,可求出动点的速度、加速度;反之,已知动点的加速度和运动的初始条件,通过积分可求出动点的速度、运动方程和轨迹方程。

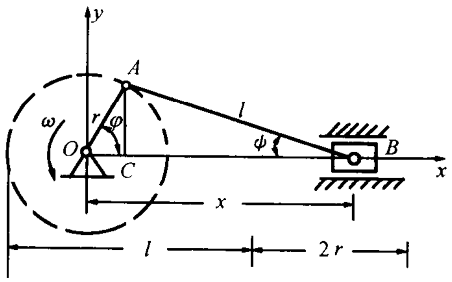


图 1-5 曲柄连杆机构

例 1-1 在图 1-5 的曲柄连杆机构中,曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴转动,在连杆 AB 的带动下,滑块 B 沿直线导槽作往复直线运动。已知 $OA = r$, $AB = l$,且 $l > r$。求滑块 B 的运动方程、速度及加速度。

解 曲柄连杆机构在工程中有广泛的应用。这种机构能将转动转换成直线平移,如压气机、往复式水泵、锻压机等;或将直线平移转换为转动,如蒸汽机、内燃机等。

滑块 B 的运动是沿 OB 方向的往复直线运动,可用直角坐标法建立它的运动方程。取 O 为原点,建立坐标系 Oxy,由 A 点向 x 轴作垂线得交点 C,则滑块 B 在任一瞬时的位置为

$$x = OC + CB = r\cos\varphi + l\cos\psi$$