



全国硕士研究生入学考试

数学考试分析

(2003 年版)

教育部考试中心



高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学考试数学考试分析:2003年版/
教育部考试中心. —北京:高等教育出版社,2002.8
ISBN 7-04-011300-7

I.全… II.教… III.高等数学-研究生-入学
考试-自学参考资料 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 051639 号

全国硕士研究生入学考试数学考试分析(2003年版)
教育部考试中心

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市东城区沙滩后街55号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	010-64014048		http://www.hep.com.cn

经 销	新华书店北京发行所
排 版	高等教育出版社照排中心
印 刷	北京市朝阳区北苑印刷厂

开 本	850×1168 1/32	版 次	2002年8月第1版
印 张	23	印 次	2002年8月第1次印刷
字 数	590 000	定 价	35.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

全国硕士研究生入学考试是国家选拔硕士研究生的主要途径,在教育类大规模、社会化全国统一考试项目中(不含博士生录用考试),就考试水准和层次来说,目前是我国最高水平的。我国招收硕士研究生是从1951年开始的,1955年教育部和高教部颁布了全国高等师范学校研究生选拔和考试办法,首次对如何组织命题队伍,如何组织评卷作出了明确规定,这标志着我国已开始正式实施研究生入学考试。1966年文化大革命开始,研究生招生考试暂停,1977年恢复。1980年是我国研究生教育具有里程碑意义的一年,政治理论课和外国语开始实行全国统一考试,“中华人民共和国学位条例”正式颁布,这标志着我国研究生教育进入规范化和制度化的新阶段。自1989年开始,研究生入学考试由原国家教委考试中心统一组织命题,现已十三年了。目前,全国统一考试的科目有政治理论,外语(英语、日语和俄语),另外工科和经济类的专业基础课数学以及医学专业基础课的中西医综合科目也从1987年起开始实行全国统考。

考试主要包括四个环节:命题、考试实施、评分和分数解释。这些环节互相制约、互相依赖,构成了一项复杂的系统工程。当然,该系统工程的成败,首当其冲乃是命题环节。命题工作又包括征题、组卷(磨题)、制定评分标准等重要步骤。对命题质量的控制就是要把握好以上步骤的质量。命制好一份试卷,不仅要靠命题教师的学术水平和教学经验,而且需要不断总结以往命题的经验,分析试题和试卷的质量。对于已经考过的试题进行分析和研究,对于提高命题水平具有重要作用。

《全国硕士研究生入学考试大纲》是教育部颁布的指导命题和

考生复习的法规性文件,它规定了考试的性质、考试内容和考试要求.随着社会主义市场经济的不断发展以及高等学校为适应 21 世纪社会主义现代化建设所需人才的素质要求而不断进行的教材建设、教学内容、教育观念等方面的改革,考试内容和考试要求也应随着形势发展不断变化.

为了进一步总结命题工作的经验,同时也是为了让社会和考生进一步了解新的考试大纲的变化,增加考试的透明度,消除考生对命题的神秘感,缓解考生在考试中的焦虑心理,有利于考生正常发挥水平,今年我们继续出版政治理论、英语和数学等考试科目的《考试分析》.

《考试分析》主要包括命题说明、试题分析、试卷分析以及考试大纲的说明等内容.在命题说明中将重点对考试大纲的修订情况和新的要求作进一步的解释,指出命题的基本原则和试卷设计的基本要求.试题分析部分主要是对近几年的试题进行分析,着重分析其命题思想、考查的知识和能力,并指出考生的典型错误.试卷分析部分主要是结合统计分析数据,对 2002 年各科试卷难度、考试内容的覆盖面、试卷结构、题型比例以及考生成绩的分布等.

编辑出版硕士研究生入学考试各科《考试分析》是命题工作的重要组成部分,它是宣传和介绍硕士研究生入学考试的一个重要途径.一些发达国家和地区的各项考试每年都对试题进行详细的分析和评价,并且出版成书,广为宣传.系统的出版研究生《考试分析》丛书,既可以完整的保存历年考试资料和研究成果,还可以为社会、考生客观、公正地研究考试提供必要的参考学习资料.

参加编写考试分析的虽然是各科学科秘书和部分命题教师,但试题和试卷是广大命题教师集体智慧的结晶,考试统计数据的收集、整理和计算工作也蕴涵了考试中心相关处室许多同志辛勤的劳动,高等教育出版社给予该书的出版工作极大的支持.在此,我们一并表示诚挚的谢意.

在编辑该书的过程中,撰写者力求保持资料的完整性和实用

性.但由于时间和经验不足,难免有疏漏和不足之处,恳请读者指正.

编者

2002年6月27日

本书中常用术语解释

1. **难度**:是反映试题(试卷)难易程度的指标.一般客观性试题用答对率(通过率),主观性试题用得分率来表示.难度 p 值在 0 到 1 之间, p 值越大,试题越容易, p 值越小,试题越难,所以事实上是容易度.

2. **区分度**:是指试题对不同考生的知识、能力水平的区分或鉴别程度.区分度高的试题能将高水平和低水平的考生区分开来.一般认为区分度在 0.3 以上的试题是好题.

3. **分半信度**:将全卷试题适当分成对等的两半,在评卷时分别评分,求出所得到的两部分分数的相关系数,这样求得半份试卷的信度,经斯皮尔曼-布朗(Spearman-Brown)公式校正,得到试卷的分半信度系数.

4. **内部一致性信度(α -信度)**:它是反映测验内部所有试题间一致性指标.一般用来弥补分半信度的不足. α -信度为信度的最低线,一般认为其数值在 0.8 以上,考试的信度比较好.

5. **平均分**:是参加考试全体考生分数的算术平均数,它反映考生成绩的集中程度,是试卷难易水平的一个重要指标.

6. **标准差**:是参加考试全体考生分数的均方差的平方根,它反映考生成绩之间的离散程度,体现考生成绩的差异.它与试卷平均分一起使用,其值越大说明考生分数分布较广,其值越小,说明考生分数集中在平均分附近,分数分布较窄.

7. **试题分类原则**:难度低于 0.3,区分度低于 0.3 的为 I 类试题;难度值处在 0.3 到 0.8 之间,区分度低于 0.3 的为 II 类试题;难度大于 0.8,区分度低于 0.3 的为 III 类试题;难度低于 0.3,区分

度大于 0.3 的为 IV 类试题;难度处在 0.3 到 0.8 之间,区分度大于 0.3 的为 V 类试题;难度大于 0.8,区分度大于 0.3 的为 VI 类试题.

目 录

一、试题分析(1997年—2002年)	1
(一) 数学一试题分析	1
(二) 数学二试题分析	141
(三) 数学三试题分析	245
(四) 数学四试题分析	346
二、《2003年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的 说明	423
(一) 函数、极限、连续	423
(二) 一元函数微分学	436
(三) 一元函数积分学	464
(四) 向量代数和空间解析几何	488
(五) 多元函数微分学	494
(六) 多元函数积分学	512
(七) 无穷级数	543
(八) 常微分方程	566
(九) 线性代数	592
(十) 概率论与数理统计	653

一、试题分析(1997年—2002年)

(一) 数学一试题分析

1. 1997年数学一试题分析

1. 填空题

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x)\ln(1+x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答 应填 $\frac{3}{2}$.

分析 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 + \cos x)\ln(1+x) \sim 2x$,

$$\text{故原式} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{2x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} x \cos \frac{1}{x}.$$

对于第一个极限, 显然 $\frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{3}{2}$;

对于第二个极限, 是有界函数乘无穷小量仍是无穷小量, 故

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} x \cos \frac{1}{x} = 0.$$

因而原式 = $\frac{3}{2}$.

本小题考查了三个知识点: 一是利用等价无穷小量化简所求极限, 二是重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, 三是有界函数与无穷小的乘积仍是无穷小. 难度值为 0.66, 区分度为 0.24, 属第 II 类试题.

(2) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3, 则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} na_n (x-1)^{n+1}$ 的收敛区间为_____.

答 应填 $(-2, 4)$.

分析 令 $y = x - 1$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} na_n (x-1)^{n+1} = \sum_{n=1}^{\infty} na_n y^{n+1}$,

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)a_{n+1}}{na_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

故幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} na_n y^{n+1}$ 与幂级数有相同的收敛半径, 即 $|y| < 3$,

所以 $-2 < x < 4$.

注意收敛区间是指开区间.

本题难度值为 0.56, 区分度为 0.42, 属于第 V 类试题.

(3) 对数螺线 $\rho = e^\theta$ 在点 $(\rho, \theta) = \left(e^{\frac{\pi}{2}}, \frac{\pi}{2}\right)$ 处的切线的直角坐标方程为_____.

答 应填 $x + y = e^{\frac{\pi}{2}}$.

分析 由于 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$, 将 $\rho = e^\theta$ 代入得

$$\begin{cases} x = e^\theta \cos \theta, \\ y = e^\theta \sin \theta. \end{cases}$$

切线斜率为 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta - \sin \theta} \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = -1$.

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $y = e^{\frac{\pi}{2}}$, $x = 0$, 故所求切线方程为

$$y = -x + e^{\frac{\pi}{2}}.$$

本小题得分率相对较低, 难点在于考生不熟悉极坐标方程与直角坐标方程之间的关系, 并疏于对此类试题的练习, 同时, 正确作答本题还要求考生知道导数的几何意义以及参数方程的求导法则, 有一定的计算量.

本题难度值为 0.31, 区分度为 0.39, 属于第 V 类试题.

(4) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & t & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, B 为三阶非零矩阵, 且 $AB = O$,

则 $t =$ _____.

答 应填 -3.

分析 由于 B 为三阶非零矩阵, 且 $AB = O$, 可见线性方程组 $Ax = O$ 存在非零解, 故 $|A| = 0$, 通过简单行列式计算得 $t = -3$.

本题主要考查齐次线性方程组存在非零解的充要条件以及行列式计算. 难度值为 0.79, 区分度为 0.29, 属于第 II 类试题.

(5) 袋中有 50 个乒乓球, 其中 20 个是黄球, 30 个是白球. 今有两人依次随机地从袋中各取一球, 取后不放回, 则第二个人取得黄球的概率是_____.

答 应填 $\frac{2}{5}$.

分析 第一个取球人从袋中取得黄球的概率为 $\frac{2}{5}$, 那么, 若将此球还回袋中, 显然第二个人取得黄球的概率仍为 $\frac{2}{5}$, 若不将此球还回袋中, 第二个人是否与第一个人“等可能”地取得黄球呢? 实际上是相同的, 若记住这一原理, 立即可以填上 $\frac{2}{5}$, 并且推而广之, 第三人、第四人, 从袋中取得黄球的概率也为 $\frac{2}{5}$. 若不知道这一结论, 则需利用全概率公式推算.

设 $A = \{\text{第一个人取出的为黄球}\},$

$B = \{\text{第一个人取出的是白球}\},$

$C = \{\text{第二个人取出的是黄球}\},$

则 $P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{3}{5}, P(C|A) = \frac{19}{49}, P(C|B) = \frac{20}{49}$. 由全概

率公式知:

$$\begin{aligned}P(C) &= P(A) \cdot P(C|A) + P(B) \cdot P(C|B) \\&= \frac{2}{5} \times \frac{19}{49} + \frac{3}{5} \times \frac{20}{49} \\&= \frac{2}{5}.\end{aligned}$$

命制本小题的目的确实希望那些对“抽签原理”熟悉的考生不用计算即可写出答案,但同时也为那些不知道这一结论的考生提供运用全概率公式较容易的求出此概率的机会,但后者显然需用较多的时间.本题难度值为 0.73,区分度为 0.44,属于第 V 类试题.

2. 选择题

$$(1) \text{ 二元函数 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ 在点}$$

$(0, 0)$ 处

- (A) 连续, 偏导数存在. (B) 连续, 偏导数不存在.
(C) 不连续, 偏导数存在. (D) 不连续, 偏导数不存在.

答 应选 C.

分析 在同济大学数学教研室主编《高等数学》书中,这是一个例题.用来说明对于一元函数而言可导一定连续,但对于多元函数而言偏导数存在但不一定连续.实际上,令 $y = kx$, 则

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y = kx}} \frac{xy}{x^2 + y^2} = \frac{k}{1 + k^2},$$

当 k 不同时, $\frac{k}{1 + k^2}$ 便不同, 故极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ 不存在, 因而 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处不连续. 但根据偏导数的定义知

$$f_x(0, 0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0 + \Delta x, 0) - f(0, 0)}{\Delta x} = 0.$$

同理, $f_y(0, 0) = 0$. 可见在点 $(0, 0)$ 处 $f(x, y)$ 的偏导数存在.

本题难度值为 0.50, 区分度为 0.28, 属第 II 类试题.

(2) 设在区间 $[a, b]$ 上函数 $f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$.

令 $S_1 = \int_a^b f(x) dx, S_2 = f(b)(b-a), S_3 = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)](b-a)$, 则

(A) $S_1 < S_2 < S_3$. (B) $S_2 < S_1 < S_3$.

(C) $S_3 < S_1 < S_2$. (D) $S_2 < S_3 < S_1$.

答 应选 B.

分析 由题目对函数 $f(x)$ 图形性态的描述, 易知 $f(x)$ 在 x 轴上方、单调下降且向上凹的, 如图 1 所示, 且 S_1, S_2 和 S_3 分别为图中所示区域的面积, 显然 $S_2 < S_1 < S_3$.

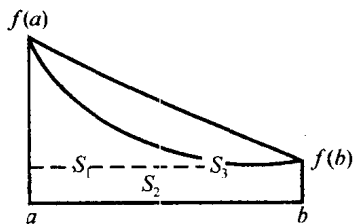


图 1

本题利用函数的导数对函数图形的描述, 非常生动地考查考生对函数性态的认识, 难度值为 0.69, 区分度为 0.29, 属于第 V 类试题.

(3) 设 $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$, 则 $F(x)$

(A) 为正常数. (B) 为负常数.

(C) 恒为零. (D) 不为常数.

答 应选 A.

分析 由于函数 $e^{\sin t} \sin t$ 是以 2π 为周期的, 因此,

$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt = \int_0^{2\pi} e^{\sin t} \sin t dt \quad (\text{为常数}) \\
 &= - \int_0^{2\pi} e^{\sin t} d\cos t \\
 &= 0 + \int_0^{2\pi} \cos^2 t e^{\sin t} dt > 0.
 \end{aligned}$$

本题主要考查周期函数的积分性质. 难度值为 0.41, 区分度为 0.32, 属于第 V 类试题.

(4) 设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$, 则三条直线

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0,$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0,$$

$$a_3x + b_3y + c_3 = 0$$

(其中 $a_i^2 + b_i^2 \neq 0, i=1, 2, 3$) 相交于一点的充要条件是

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关. (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关.

(C) 秩 $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \text{秩 } r(\alpha_1, \alpha_2)$.

(D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, α_1, α_2 线性无关.

答 应选 D.

分析 三条直线 $a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 及 $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ 有交点的充要条件是

$$\alpha_1x + \alpha_2y + \alpha_3 = 0,$$

即 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关.

为保证三条直线只有一个交点, 则它们在有交点的情况下, 两两不能重合, 即 $\alpha_1 \neq k\alpha_2$, (k 为某非零常数), 故 $r(\alpha_1, \alpha_2) = 2$, 即 α_1, α_2 线性无关.

本小题巧妙地将线性代数中向量组线性无(相)关性与解析几何中直线间的位置关系结合起来进行考查, 要求考生灵活地把握

有关概念的定义,能透过问题的表象把握解决问题的本质.难度值为 0.45,区分度为 0.25,属于第 II 类试题.

(5) 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2,则随机变量 $3X - 2Y$ 的方差是

- (A) 8. (B) 16.
(C) 28. (D) 44.

答 应选 D.

分析 一般地,若随机变量 X 和 Y 相互独立,则数学期望

$$E(aX + bY) = aEX + bEY.$$

方差 $D(aX + bY) = a^2DX + b^2DY.$

对于本题 $a = 3, b = -2, DX = 4, DY = 2.$

上述 A、B、C 三个干扰项的设置分别是针对考生平时易犯的三种错误倾向的,即误以为 $D(3X - 2Y)$ 等于 $3DX - 2DY, 3DX + 2DY$ 和 $3^2DX - 2^2DY.$

本题考查独立随机变量和的方差公式.难度值为 0.70,区分度为 0.48,属于第 V 类试题.

3. 计算 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2)dv$, 其中 Ω 为平面曲线 $\begin{cases} y^2 = 2z, \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周形成的曲面与平面 $z = 8$ 所围成的区域.

分析 平面曲线 $\begin{cases} y^2 = 2z, \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周形成的曲面方程为 $x^2 + y^2 = 2z, \Omega$ 在 xOy 平面上投影区域为圆盘 $x^2 + y^2 \leq 16.$ 利用柱面坐标计算 I 时,积分限为: $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 4, \frac{r^2}{2} \leq z \leq 8.$ 也可以用平行于 xOy 平面的截面截 Ω , 当 $0 \leq z \leq 8$ 时,截面方程为 $z = z, x^2 + y^2 \leq 2z.$

$$\begin{aligned} \text{解法 1} \quad I &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^4 r dr \int_{\frac{r^2}{2}}^8 r^2 dz \\ &= 2\pi \int_0^4 r^3 \left(8 - \frac{r^2}{2} \right) dr \end{aligned}$$

$$= \frac{1\,024\pi}{3}$$

解法 2
$$I = \int_0^8 dz \iint_{x^2+y^2 \leq 2z} (x^2+y^2) dx dy$$

$$= \int_0^8 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{2z}} r^2 \cdot r dr$$

$$= \frac{1\,024\pi}{3}$$

考生解题中典型错误有:

(1) 将积分区域定为圆柱体: $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^4 r dr \int_0^8 r^2 dz$;

(2) 将积分区域看成是旋转抛物面下侧的那一部分, 即定成

$$\int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^4 r dr \int_0^{r^2/2} r^2 dz$$

(3) 不会写旋转抛物面方程, 将积分限定为

$$\int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^4 r dr \int_{y^2/2}^8 r^2 dz$$

(4) 用旋转抛物面方程 $x^2 + y^2 = 2z$ 来替换被积函数, 即 I

$$= \iiint 2z dv, \text{ 这把曲面积分与三重积分相混淆了.}$$

(5) 少数考生丢失了体积元素 $dv = r dr d\theta dz$ 中的 r .

以上这些错误说明考生对三重积分的计算方法缺乏训练, 同时也反映部分考生空间想象能力较差, 基本功欠扎实.

4. 计算曲线积分

$$\oint_C (z-y)dx + (x-z)dy + (x-y)dz,$$

其中 C 是曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x - y + z = 2, \end{cases}$ 从 z 轴正向往 z 轴负向看 C 的方向是顺时针的.

分析 C 为一条封闭的空间曲线, 令 $x = \cos \theta, y = \sin \theta$, 则 $z = 2 - \cos \theta + \sin \theta$, 将其化为参数方程, 要利用公式正确计算出本题的曲线积分关键是确定 C 的起点和终点所对应的 θ 值 α 和 β , 根据题意, $\alpha = 2\pi, \beta = 0$. 也可以利用斯托克斯公式将曲线积分化为曲面积分, 在将曲面积分化为二重积分时注意曲面 S 的侧与曲线 C 的正向, 符合右手规则, 从而正确决定二重积分的正负号.

解法 1 令 $x = \cos \theta, y = \sin \theta$, 则

$$z = 2 - x + y = 2 - \cos \theta + \sin \theta.$$

于是

$$\begin{aligned} & \oint_C (z - y)dx + (x - z)dy + (x - y)dz \\ &= - \int_{2\pi}^0 \{2(\sin \theta + \cos \theta) - 2\cos 2\theta - 1\} d\theta \\ &= - [2(-\cos \theta + \sin \theta) - \sin 2\theta - \theta] \Big|_{2\pi}^0 \\ &= -2\pi. \end{aligned}$$

解法 2 设 S 是平面 $x - y + z = 2$ 上以 C 为边界的有限部分, 其法向量与 z 轴正向的夹角为钝角. D_{xy} 为 S 在 xOy 面上的投影区域.

记 $F = (z - y)\mathbf{i} + (x - z)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$,

$$\text{rot } F = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ z - y & x - z & x - y \end{vmatrix} = 2\mathbf{k}.$$

利用斯托克斯公式知

$$\begin{aligned} \oint_C F \cdot d\mathbf{l} &= \iint_S (\text{rot } F) \cdot d\mathbf{S} = \iint_S 2dx dy \\ &= - \iint_{D_{xy}} 2dx dy = -2\pi. \end{aligned}$$

考生典型错误有: