

本書遵照教育部專科學校課程標準編著

材 料 力 學

編 著 者

彭耀南 左學炯 廖年欣

(全一冊)

興業圖書股份有限公司印行

本書遵照教育部專科學校課程標準編著

材 料 力 學

編 著 者

彭耀南 · 左學炯 · 廖年欣

興業圖書股份有限公司出版

版權所有・翻印必究

中華民國六十七年二月一日

材 料 力 學

全一冊 定價 平裝特價 120 元
精裝特價 150 元

編 著 者：彭耀南・左學炯・廖年欣

發 行 人：王 志 康

內政部登記證內版台業字第一七九四號

出 版 者：興業圖書股份有限公司

發 行 所：興業圖書股份有限公司

臺南市勝利路一一八號

電 話 三 七 三 二 五 三 號

郵 撥 南 字 三 一 五 七 三 號

學校團體採用購買另有優待

序 言

力學乃一切工程科學之基礎，而大小結構及機械，經外力之分析後，所以滿足其強度與剛性，得以達成其工作之任務者，悉唯材料力學是賴。故三十年以來，工程技術之進步，雖“一日千里”一詞猶不足形容於萬一，然基礎則一。因之材料力學為工程科系必修之重要課程，國外學者之致力於此，著書以垂示後學者，頗不乏人；我國大專院校，亦多採用之以授學子，只以文字之異，程度之殊，收效亦不一。

編者從諸賢之後，系列教席有年，嘗思採衆書之長，葺為專書，以資講授，今當付梓，謹贅數言，倘有時賜教言，正其謬誤者，當禱祀求之也：

一、 本書適用於每週四至六小時之課程，斟酌實際授課時數亦可自行略去較艱深部分。

二、 本書博採下列諸書

Timoshenko : Strength of Materials Part I. II.

Timoshenko and Young : Elements of Mechanics
of Materials

Timoshenko and Gere : Mechanics of Materials

Hartog : Strength of Materials

Higdon, Ohlsen : Mechanics of Materials

Popov : Mechanics of Materials

F. Panlilio : Elementary Theory of Structural
Strength

林柏堅 高等材料力學講義

4/16/25/03

符 號 表

A	面積，作用（力或力偶），常數
a, b, c	尺度，距離，常數
C	積分常數，形心
c	自梁中性軸至外表面之距離
D	位移
d	直徑，距離，尺度
E	彈性模數
e	偏心距，尺度，距離
F	力，撓性係數
f	剪流，塑性彎曲之形狀因數
f_s	剪形狀因數
G	剪彈性模數
g	重力加速度
H	距離，力，馬力
h	高度
I	平面面積之慣性矩（二次矩）
I_x, I_y, I_z	對 x, y ，及 z 軸之慣性矩
I_1, I_2	主慣性矩
I_{xy}	平面面積對 x 及 y 軸之慣性積
J	極慣性矩，扭轉常數
K	容積彈性模數，柱之有效長度因數
k	$\sqrt{\frac{P}{EI}}$ 之符號
L	長度，跨距
M	彎曲力矩，反作用力偶
M_p	梁之塑性彎矩

M_y	梁之降服彎矩
N	軸向力
n	安全因數，比值，每分鐘之轉數
O	坐標系之原點
P	集中力，軸向力，載荷
P_{cr}	柱之臨界載荷
P_u	極限載荷
P_w	工作或容許載荷
P_y	降服載荷
p	壓力
Q	集中力，平面面積之一次矩
q	單位距離之載荷
q_u	極限載荷
q_y	降服載荷
R	反作用，半徑
r	半徑，環動半徑 ($r = \sqrt{\frac{I}{A}}$)
S	力，截面或剖面模數，剪心，剛性係數
s	距離，沿曲線之長度
T	溫度，扭矩
T_u	極限扭矩
T_y	降服扭矩
t	厚度
U	應變能
u	單位容積之應變能
V	容積，剪力
v	撓度，速度
W	重量，工作

x, y, z	直角坐標，距離
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	形心坐標
α	角度，熱膨脹係數，比值
α_s	剪力係數
β	角度
γ	剪應變，單位容積之重量
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	在 xy, yz, zx 平面之剪應變
γ_θ	斜軸上之剪應變
δ, Δ	撓度，變位，伸長量
ϵ	法線應變
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	在 x, y 及 z 向之法線應變
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主法線應變
ϵ_r	降服應變
ϵ_θ	斜軸之法線應變
θ	角度，單位長度之扭角，梁軸之轉角
θ_P	主平面或主軸之位角
θ_s	最大剪應力平面之位角
k	$k = \frac{1}{\rho}$ 曲率
λ	距離
ρ	半徑，曲率半徑，極坐標之徑向距離
μ	蒲松比
σ	法線應力
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	垂直於 x, y ，及 z 軸平面上之法線應力
σ_θ	斜面上之法線應力
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主應力
σ_{cr}	柱之臨界應力 ($\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A}$)
σ_r	殘餘應力

σ_u	極限應力
σ_Y	降服應力
τ	剪應力
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	作用於 x, y, z 平面，平行於 y, z, x 軸之剪應力
τ_θ	斜面上之剪應力
τ_u	極限剪應力
τ_Y	降服剪應力
ϕ	扭角
ω	角速度

目 錄

第一章 拉力、壓力與剪力

1-1	概說	2
1-2	應力與應變	2
1-3	抗拉試驗	3
1-4	虎克定律	5
1-5	軸向載荷之形變	8
1-6	靜力不定結構	9
1-7	熱應力	15
1-8	極限設計或塑性分析	18
1-9	剪應力及剪應變	19
1-10	應變能	22

第二章 應力與應變之分析

2-1	斜面上之應力	32
2-2	雙軸向應力	35
2-3	純 剪	38
2-4	雙軸向應力之莫氏圓	40
2-5	平面應力	43
2-6	平面應力之莫氏圓	48
2-7	三軸向應力	52
2-8	平面應變	54

第三章 扭 轉

3-1	圓軸之扭轉	63
3-2	扭轉圓件之設計	66

2 目錄

3 - 3	空心圓軸之扭轉	69
3 - 4	圓棒之非彈性扭轉	70
3 - 5	薄壁管之扭轉，剪流	73
3 - 6	閉圈螺旋彈簧	78
3 - 7	扭轉之應變能	82

第四章 剪力與彎矩

4 - 1	導言	90
4 - 2	支座的習用圖示法	90
4 - 3	載荷之習用圖示法	92
4 - 4	梁之分類	94
4 - 5	反作用力之計算	96
4 - 6	梁內之內力	100
4 - 7	載荷、剪力與彎矩之關係	103
4 - 8	剪力圖及彎矩圖	109
4 - 9	解題的步序	113

第五章 梁之應力

5 - 1	導言	122
5 - 2	彎曲分式	124
5 - 3	梁斷面的形狀	130
5 - 4	梁之剪應力	133
5 - 5	組合梁的應力	144
5 - 6	梁之主應力	147
5 - 7	非稜柱梁的應力	149
5 - 8	複合梁	157
5 - 9	彎曲和扭轉的合併	163
5 - 10	彎曲和軸向載荷的合併	165

第六章 梁之應力（續論）

6-1	塑性彎曲	175
6-2	兩種材料之梁	181
6-3	非對稱彎曲	184
6-4	薄壁開放截面梁之應力	193
6-5	彎梁之彎曲	201

第七章 梁之撓度

7-1	彈性曲線之微分方程式	210
7-2	面積矩法	216
7-3	重疊法	220
7-4	共軛梁法	222
7-5	彎曲之應變能	225
7-6	能量法—卡氏定理	229
7-7	剪應力的效應	234

第八章 靜力不定梁（超靜定梁）

8-1	導言	249
8-2	面積矩法	249
8-3	疊合法	259
8-4	三彎矩公式	262
8-5	卡氏定理	270
8-6	塑性分析	275
8-7	積分法解超靜定梁	281

第九章 柱

9-1	彎矩與軸向力同時作用	286
-----	------------	-----

4 目錄

9 - 2	承受偏心載重的短柱.....	289
9 - 3	斷面的核心.....	293
9 - 4	歐拉公式.....	298
9 - 5	承受偏心壓力的長柱.....	306
9 - 6	臨界應力.....	311
9 - 7	柱之經驗公式.....	313
9 - 8	偏心載荷柱之設計.....	316

第十章 強度學說

10 - 1	載重種類及材料強度.....	324
10 - 2	吊桿承受落體衝擊產生之應力及應變.....	330
10 - 3	簡支梁承受動載重之應力.....	334
10 - 4	材料破壞學說.....	335
10 - 5	最大主應力說.....	336
10 - 6	最大應變說.....	337
10 - 7	最大剪應力說.....	338
10 - 8	總應變能說.....	338
10 - 9	形變應變能說.....	340
10 - 10	八面體剪應力說.....	343
	附錄.....	351

1

拉力、壓力與剪力

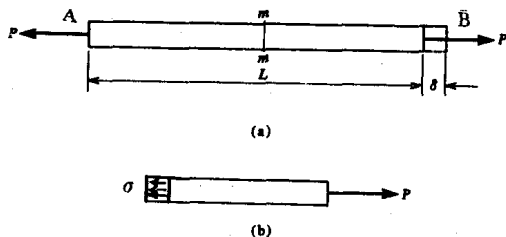
1 - 1	概 說.....	2
1 - 2	應力與應變.....	2
1 - 3	抗拉試驗.....	3
1 - 4	虎克定律.....	5
1 - 5	軸向載荷之形變.....	8
1 - 6	靜力不定結構.....	9
1 - 7	熱應力.....	15
1 - 8	極限設計或塑性分析.....	18
1 - 9	剪應力及剪應變.....	19
1 - 10	應變能.....	22

1—1 概說

材料力學之主要目的在研究加於彈性物體之載荷與物體所生內力及誘生形變間之關係，此等物體包括軸向載荷之棒，扭轉之軸，彎曲之梁，柱，或受合併，載荷之結構。就研習方法言，理論分析與實驗結果乃同屬重要，如對於材料之性質不予了解，則吾人導演所得之方程式或公式將無從運用，此等性質自有賴於實驗，且工程上甚多重要問題無法以理論方法求之者，則實驗尤為必需，溯自伽俐略時代以來，對於材料力學卓有貢獻者頗不乏人，此等前輩之研究使今日之工程科學具有發展之基礎，始能設計製成空前龐大而複雜之結構與機械，安全而性能優越，例如達文西（1452—1519）與伽俐略（1564—1642）以實驗決定鋼絲，棒及梁之強度，雖以今日之標準觀之，並無充分之理論以解釋其試驗結果，反之名數學家歐拉（1707—1783）求得柱之數學理論及柱之臨界載荷，多年後始以實驗證明其結果。

1—2 應力與應變 (stress, strain)

於稜柱桿 AB 之一端 B （圖 1-1 a）施以垂直載荷 P ，則桿受軸向拉力作用而略有伸長 δ ，設於與軸垂直方向取斷面 mm ，將桿一部隔離為分離體（圖 1-1 b），則左段在 mm 作用於右段之力與 P 平衡，此力如浸沒水中之水壓力平均分佈於斷面，力之強度，即單位面積之力，謂之應力，以希臘字母 σ 表之，因假設為平均分佈，則合力等於力之強度 σ 與面積之乘積，又因與 P 平衡，則大小相等，方向相反，且共線。



第 1-1 圖 受拉力之稜柱桿

由是

$$P - \sigma A = 0$$

$$\therefore \sigma = \frac{P}{A} \quad (1-1)$$

此式示應力單位爲力以面積除之，一如磅／平方英寸 *psi*，或仟磅／平方英寸，*ksi*，*kips / per sq. in*

若棒被 P 力拉長，則謂之拉應力，如力反向，棒被壓縮，則謂之壓應力。

爲滿足應力 σ 平均分佈於斷面而 (1-1) 式得以成立起見，軸向力 P 之作用線必通過斷面之形心，否則棒將有彎曲。

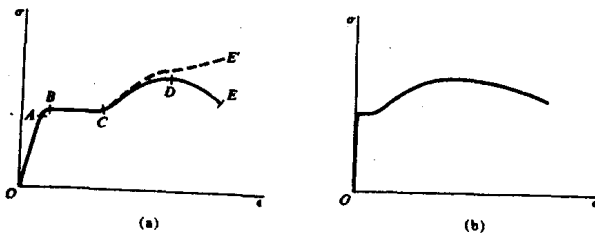
設以 δ 表 P 力所生之總伸長量，則單位長度之伸長謂之應變，以 ϵ 表之。

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (1-2)$$

棒受拉力，應變謂之拉應變，棒因而伸長，棒受壓縮，則爲壓應變，棒因而壓短。

1-3 抗拉試驗 (Tensile test)

一特定材料應力與應變間之關係，以抗拉試驗定之，置圓棒形之樣品於試驗機，加以拉力，力漸次增大時，其伸長量及力之大小予以



第1-2圖 鋼之應力-應變圖 (a)示意圖 (b)依比例

測記，應力自力之大小除以橫斷面積，應變則自伸長量除以原長得之，由是可得該材料之應力—應變圖。(stress-strain diagram)。

結構鋼應力—應變圖之標準形如圖 1-2 b 所示

橫軸示軸向應變，直坐標示應力，曲線 $OABCDE$ 示二者間之關係：

自 O 至 A 應力與應變互成正比，關係為直線，超過 A 點，二者之直線關係不復成立，故 A 點之應力謂之比例限度，即應力與應變互成正比之最高應力，在低碳鋼此值在 $30,000 \text{ psi}$ 至 $36,000 \text{ psi}$ 之間，高碳鋼則遠高於此。

A 點以後如載荷增大，則應變之增加將比應力之變化為速，至 B 點則雖將拉力保持於不變，仍將有顯著而急速之伸長，此種現象稱為材料之降服， B 點所示之應力則謂之降服點或降服應力。(yield-point) BC 區內之材料變為“塑性”而不復為彈性，因塑性而生之伸長約為比例限度時伸長之 10 或 15 倍。

在 C 點，材料開始因“應變硬化”(strain Hardening)而對於載荷之增加有更大之抗力，此時應變隨應力之增大而增大，至 D 達最高值， D 點之應力謂之極限應力或極限強度，樣桿之繼續伸長隨載荷之減小而發生，至 E 點而桿裂斷。

桿在伸長之中，側向之縮小同時產生，桿之橫斷面積因而減小，此現象在 C 點以前對應力—應變圖並無影響，但在 C 點以後，斷面減小，將增加應力之計算值，此斷面減小之現象謂之“頸縮”設用此小面積以計算應力 σ ，則 $\sigma-\epsilon$ 曲線當循 CE' 線，稱為真實應力—應變曲線，反之，如用原面積以計算應力，則 $\sigma-\epsilon$ 曲線當依 DE 線，而 $OABCDE$



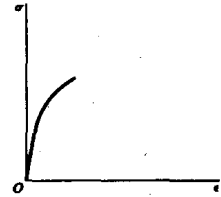
第 1-3 圖 拉力桿之頸縮

曲線謂之公稱或習用應力—應變曲線，極限應力以後 D 至 E 點應力之降低，非因材料本身強度之損降，乃因面積之減小。

有顯明降服點如鋼與多種鋁合金者，在破裂前可承受極大之變形

，此類材料，稱為延性材料；反之，鑄鐵，混凝土，玻璃及若干合金，在極微之應變值即生裂斷，則謂之脆性材料，如第 1-4 圖所示。

彈性：(Elasticity) 第 1-2 圖及第 1-4 圖說明材料受拉力作用時，應力與應變之關係，設材料之載荷漸漸減小至消除，則受力時所生伸長變形將部份或完全消除，材料因載荷消失而恢復原狀之性質，謂之彈性，如桿之原狀完全恢復，謂之完全彈性；如原形僅部份恢復，則謂之部份彈性，部份彈性於載荷消失時遺留之變形則為永久應變，材料有完全彈性之最高應力謂之彈性限度。(Elastic limit)



第 1-4 圖 脆性材料之
應力—應變圖

工作應力 (Allowable Stress, Working Stress)

設計一機件或結構時，必使於使用時所生之應力，保持於比例限度以下，一旦載荷消除，可無永久應變；且為預防意外超載，製造之欠正確，或其他不可知之因素計，通常擇一安全因數，(Factor of safety) 以求得小於比例限度之工作應力。

此安全因數之決定，依材料之種類，載荷之為靜力或動力，結構件之形狀等而有不同，一般言之，對於有降服點之延性材料，應以其降服點為依據，脆性材料，則以其極限強度為標準，故得

$$\sigma_w = \frac{\sigma_y}{n_1} \quad \text{或} \quad \sigma_w = \frac{\sigma_u}{n_2} \quad (1-3)$$

式中 σ_y ， σ_u 分別表降伏點及極限強度， σ_w 表工作應力， n_1 ， n_2 表安全因數。

1-4 虎克定律 (Hooke's Law)

在應力—應變曲線上自 O 至 A (第 1-2 圖) 之直線部份，材料