

/// 家工科力学教学基地系列课程教材

结构力学与有限元法

主 编 王世忠

副主编 孟庆元 高维成

哈尔滨工业大学出版社

国家工科力学教学基地系列课程教材

结构力学与有限元法

主 编 王世忠

副主编 孟庆元 高维成 赵树山

哈尔滨工业大学出版社

·哈尔滨·

内 容 简 介

本书介绍结构力学的基本理论和基本方法。在保持结构力学系统的前提下,内容上作了一定的取舍;但考虑到现代科学技术的发展,又增加了一些新的章节。主要内容有:结构的组成原理、静定结构内力计算、静定结构位移计算、计算超静定结构的力法、计算超静定结构的位移法、杆件结构有限元法、弹性平面问题有限元法、空间问题有限元法、板壳有限元法和结构的稳定性计算。

在本书附录部分用最新编程语言 Visual Basic 6.0 编写了矩阵运算源程序、桁架计算源程序、刚架计算源程序和平面弹性问题源程序,介绍了十种大型通用有限元分析软件,为备课和自学提供方便。

本书遵循由浅入深的原则,突出基本概念和基本原理的叙述,结合具体结构进行理论分析,介绍解题思路 and 技巧。

本书可供机械类、兵器、飞行器、地面设施、工程力学以及其他非土建专业本科生作教材,也可供土建、桥梁、水利等专业作为教学参考书或供有关工程技术人员参考与自学之用。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学与有限元法/王世忠主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2003. 4

ISBN 7-5603-1832-0

I. 结… II. 王… III. ①结构力学 ②有限元法
IV. ①0342 ②0241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018234 号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006
传 真 0451—6414749
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 15 字数 360 千字
版 次 2003 年 4 月第 1 版 2003 年 4 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 7-5603-1832-0/O·142
印 数 1~3 000
定 价 19.00 元

前 言

结构力学在 19 世纪末就已经成为一门独立的学科,即经典结构力学。经典结构力学的研究内容主要是杆件结构的计算方法。到了 20 世纪初,由于舰船技术的发展和飞机、火箭制造的需要,又发展了板、壳和薄壁结构力学;但是,在提出结构力学的经典方法,例如力法和位移法的年代,人们还在使用计算尺和手摇计算机进行计算。当时,由于计算手段的限制,对于大型结构的分析问题,结构力学很难完成。20 世纪 50 年代以后,数字电子计算机问世,矩阵理论在结构力学中得到应用。随着结构矩阵分析法和有限元法的不断进步,结构力学的新的研究领域——计算结构力学相继产生并得到飞速发展。大型高容量、高速度数字电子计算机取代了原来的计算尺和手摇计算机,人们完全摆脱了计算手段的束缚,结构力学的应用范围迅速扩展。今天,随着计算机容量的增长和计算速度的提高,在一切复杂工程的结构分析中,结构力学都得到了应用。

结构力学是固体力学的分支,从 19 世纪末到 20 世纪初主要研究梁拱和桁架的计算,20 世纪 20 年代到 30 年代研究了刚架的计算。20 世纪 40 年代数字电子计算机出现,产生了结构矩阵分析法,即矩阵力法和矩阵位移法。从矩阵力法和矩阵位移法产生有限元法。用有限元法计算桁架、刚架、弹性力学中的平面问题、空间问题、轴对称问题和板壳问题,要比经典的力法和位移法方便得多。

力法、位移法和有限元法是一脉相承的。力法是位移法的基础,力法和位移法是有限元法的基础,力法和位移法是求解超静定问题的方法,而有限元法既可以求解超静定问题,又可以求解静定问题。可以说,有限元法源于力法和位移法,又高于力法和位移法。

不同专业的结构力学教科书中对结构力学的内容各有取舍,但力法和位移法都有介绍,可见它们在结构力学中的地位。力法和位移法不但是结构力学的核心内容,而且是后继内容如结构矩阵分析法,特别是有限元法的基础。学习了力法和位移法等基本方法,就不仅学到了结构力学的基本知识,而且获得了解题技巧。

本书力求在保持结构力学的系统性的前提下,结合专业需要和现代科学技术的发展,增加了一些新的章节。在内容安排上遵循由浅入深的原则,突出基本概念和基本原理的叙述,结合具体结构进行理论分析,介绍解题思路 and 技巧。

本书是哈尔滨工业大学国家工科力学教学基地系列课程教材之一。

本书由王世忠教授主编,邹经湘教授主审,在编写过程中得到黄文虎院士、邵成勋教授的热心指导,谨此表示诚挚的感谢。

由于水平所限,书中的不足和疏漏之处,敬请读者批评指正。

编 者
2003 年 3 月

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 结构力学的研究对象	1
1.2 结构力学的研究内容	3
1.3 结构力学的计算模型	3
1.4 结构力学的发展简史	4
第2章 结构的组成原理	8
2.1 结构的几何不变性	8
2.2 系统几何不变性的数学表示	9
2.3 瞬变系统的判断	12
2.4 结构的组成规则	14
2.5 杆件结构组成原理	18
2.6 薄壁结构的组成原理	21
习题	26
第3章 静定结构内力计算	29
3.1 静定结构的概念	29
3.2 静定桁架的内力计算	30
3.3 静定刚架的内力计算	35
3.4 静定平面薄壁结构内力计算	37
3.5 静定空间薄壁结构内力计算	42
习题	43
第4章 静定结构位移计算	47
4.1 结构位移的概念	47
4.2 实功与实功原理	48
4.3 虚功与虚功原理	51
4.4 功的互等定理与位移互等定理	54
4.5 单位载荷法和图形互乘法	55
4.6 静定杆件结构位移计算	58
4.7 静定薄壁结构位移计算	61
习题	65

第 5 章 用力法计算超静定结构	70
5.1 力法基本概念	70
5.2 力法的基本结构与相当系统	72
5.3 力法典型方程	73
5.4 用力法计算超静定梁和超静定刚架	75
5.5 用力法计算超静定桁架	84
5.6 用力法计算超静定薄壁结构	85
习题	88
第 6 章 用位移法计算超静定结构	94
6.1 位移法的基本概念	94
6.2 杆的刚度方程	96
6.3 位移法典型方程	101
6.4 基本未知量的确定	103
6.5 用位移法解超静定问题	105
习题	108
第 7 章 杆件结构有限元法	111
7.1 结构矩阵分析简介	111
7.2 有限元法原理	111
7.3 平面桁架单元刚度矩阵	114
7.4 空间桁架单元刚度矩阵	118
7.5 平面刚架杆单元刚度矩阵	119
7.6 空间刚架杆单元刚度矩阵	122
7.7 总体刚度方程及其求解	123
7.8 用虚功原理推导单元刚度矩阵	136
习题	140
第 8 章 弹性平面问题有限元法	143
8.1 两类平面问题	143
8.2 用虚功原理推导三角形单元刚度矩阵	144
8.3 等效结点载荷	149
8.4 平面问题矩形单元刚度矩阵	151
8.5 解答的收敛性	154
第 9 章 空间问题	155
9.1 引言	155
9.2 四面体单元	156

9.3 长方体单元	159
9.4 轴对称问题	161
第 10 章 板壳问题	165
10.1 矩形薄板单元刚度矩阵	165
10.2 壳体矩形单元刚度矩阵	169
第 11 章 结构的稳定性计算	171
11.1 一般介绍	171
11.2 稳定性计算的方法	171
11.3 直杆的稳定计算	174
11.4 刚架的稳定性计算	179
附录 1 矩阵运算程序	184
1.1 矩阵相乘运算源程序	184
1.2 矩阵求逆运算源程序	186
1.3 高斯消去法源程序	190
附录 2 桁架计算源程序	194
2.1 变量说明	194
2.2 输入原始数据	195
2.3 矩阵乘向量子过程	196
2.4 矩阵乘矩阵子过程	197
2.5 形成单元坐标变换矩阵子过程	197
2.6 形成局部坐标单元刚度矩阵子过程	198
2.7 形成总坐标单元刚度矩阵子过程	199
2.8 形成总刚度矩阵子过程	200
2.9 计算桁架结点位移	201
2.10 计算桁架单元内力	202
2.11 计算单元内力过程	203
附录 3 刚架计算源程序	204
3.1 标识符说明	204
3.2 输入原始数据	205
3.3 形成坐标变换矩阵子过程	206
3.4 形成局部单元刚度矩阵	207
3.5 形成总体刚度矩阵的子程序	208
3.6 计算结点位移和单元内力	209

附录 4 弹性平面问题计算源程序	211
4.1 变量说明	211
4.2 输入原始数据	211
4.3 形成单元刚度矩阵子过程	212
4.4 形成总体刚度矩阵子过程	214
4.5 输入结点载荷	215
4.6 边界条件处理	215
4.7 计算结点位移	216
4.8 计算单元内力	216
附录 5 大型通用有限元分析软件介绍	217
5.1 ANSYS 结构分析软件	217
5.2 MSC.NASTRAN 结构有限元分析软件	217
5.3 MSC.MARC 有限元软件系统	217
5.4 ABAQUS 有限元力学分析软件	218
5.5 ADINA System 结构工程软件	218
5.6 I-DEAS 有限元分析软件	219
5.7 COSMOS 有限元分析软件	219
5.8 LMS/FALANCS 疲劳寿命分析软件	219
5.9 FLUENT 5.4 流体分析软件	220
5.10 DADS/Basic 机械系统仿真软件	220
附录 6 杆端弯矩和杆端剪力	221
习题答案	225
参考文献	230

第1章 绪 论

1.1 结构力学的研究对象

1.1.1 什么是结构

结构力学是研究结构的组成原理及其在载荷作用下的内力和变形计算的科学,它是固体力学的一个分支。结构力学的研究对象就是结构。那么什么是结构呢?结构是在构造物中承受载荷、起骨架作用的部分,例如厂房的梁和柱是承受载荷、起骨架作用的,而门和窗不承受载荷,如图 1.1 所示。桥梁的桥墩、桥身是承受载荷的,如图 1.2 所示;车辆的底盘和车身是承受载荷的;飞机的机身、导弹的弹身都承受着空气动力、发动机推力和重力等载荷。

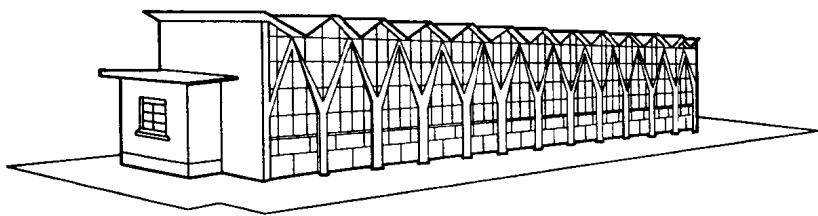


图 1.1 房屋

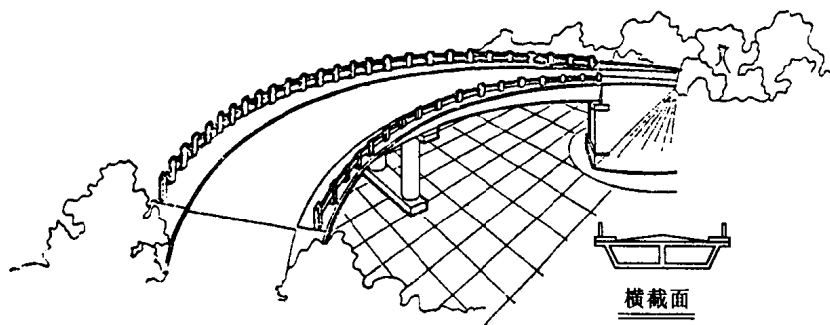


图 1.2 桥梁

1.1.2 结构的分类

(1)按照几何形状分类

按照几何形状分类,结构可以分为杆件结构、板壳结构和块体结构。

①杆件结构。

杆件是长度远大于宽和高(或直径)的构件,杆件结构是由杆件组成的结构。按照杆件的

连接方式,杆件结构又分为桁架结构、刚架结构和网架结构,如图 1.3 所示。桁架结构是由杆件铰接而成的结构;刚架结构是由杆件刚接而成的结构。

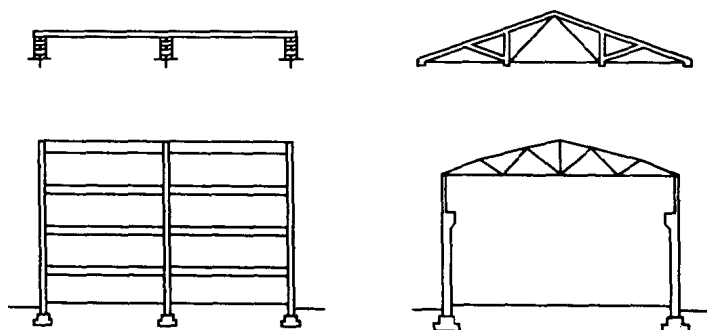


图 1.3 杆件结构

②板壳结构。

板是厚度远小于长和宽(或直径)的构件。按照中面的几何形状,板又分为薄板和薄壳。薄板是中面为平面的板;薄壳是中面为曲面的板。因为板壳结构是由薄板和薄壳组成的,所以板壳结构又称薄壁结构。

③块体结构。

块体是长、宽、高各方向尺寸都相当的构件。在工程结构中,块体结构应用很普遍,例如机器或设备的基础、堤坝和挡土墙等。

板壳结构和块体结构如图 1.4 所示。

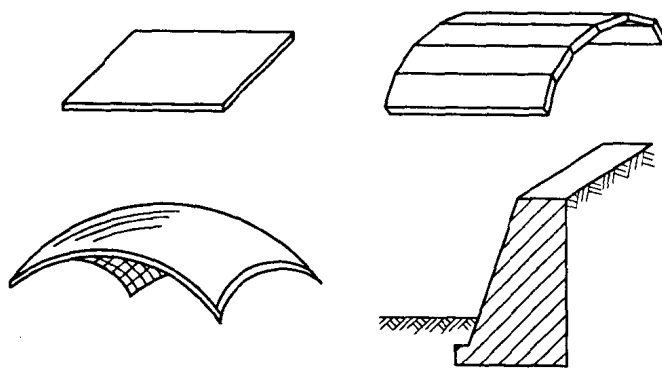


图 1.4 板壳结构和块体结构

(2)按照受力状态分类

按照受力状态分类,结构可以分为平面结构和空间结构。

- ①平面结构是所有构件的轴线和载荷的作用线都分布在同一平面内的结构。
- ②空间结构是所有构件的轴线和载荷的作用线不都分布在同一平面内的结构。

(3)按照计算方法分类

按照计算方法分类,结构可以分为静定结构和超静定结构。

- ①静定结构是只用静力平衡方程就能求出全部支反力和全部内力的结构。
- ②超静定结构是只用静力平衡方程不能求出全部支反力和全部内力的结构。

1.2 结构力学的研究内容

结构力学的研究内容包括四个方面:

- ①结构的组成原理——研究物体怎样组合起来,才能成为可以承担载荷的结构。
- ②结构内力的计算——研究静定和超静定结构内力的计算方法,用来解决结构的强度设计或强度校核问题。
- ③结构位移的计算——研究静定和超静定结构变形的计算方法,用来解决结构的刚度计算问题。
- ④结构的稳定性计算——研究临界载荷的计算方法,给出结构不改变其承载方式的临界状态。

1.3 结构力学的计算模型

1.3.1 什么叫计算模型

在计算中,人们为了抓住主要矛盾和主要因素而对实际结构进行简化,这样经过简化的结构叫做实际结构的计算模型,如图 1.5 所示。

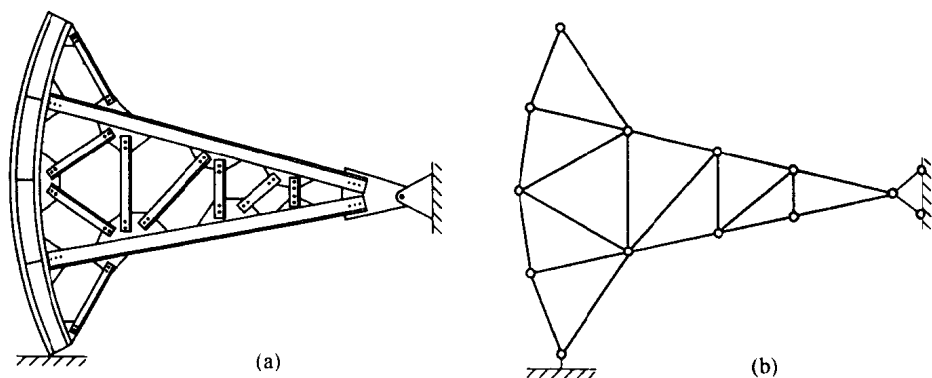


图 1.5 计算模型

1.3.2 结构力学中采用的计算模型

①桁架——由杆件铰接而成的结构。为了简化计算,认为在桁架上只在结点处承受载荷,称为结点载荷,而把非结点载荷也转化为结点载荷,叫做等效结点载荷;因此,桁架上的杆件就只承受轴向内力,这就给桁架计算带来了极大的方便。

②刚架——由杆件刚接而成的结构。为了简化计算,认为刚架在承载变形过程中,各杆之间在连接处的夹角保持不变。

③空间网格结构——由多根杆件按照某种有规律的几何图形通过结点连接起来的空间结构。空间网格结构通常可分为双层(也可为多层的)平板型网格结构(简称网架结构),单层和双层的曲面型网格结构(简称网壳)。双层网架和双层网壳可假设为铰接杆系计算模型,即结点为铰接,杆件只承受轴向力,按小挠度、弹性理论计算;而单层网壳结点应假设为刚接。

④薄壁结构——由杆和板组成的结构。为了简化计算,认为薄壁结构在承载时,杆子只承受轴向力,板只承受剪力。

1.4 结构力学的发展简史

结构力学是人类在构筑房屋、宫殿,兴修水利、堤堰,建造桥梁、铁路,制造机器、设备,设计车辆、轮船、飞机乃至航天器的过程中,逐渐形成和积累起来的科学。如图 1.6、图 1.7 和图 1.8 所示,结构都与结构力学相关。

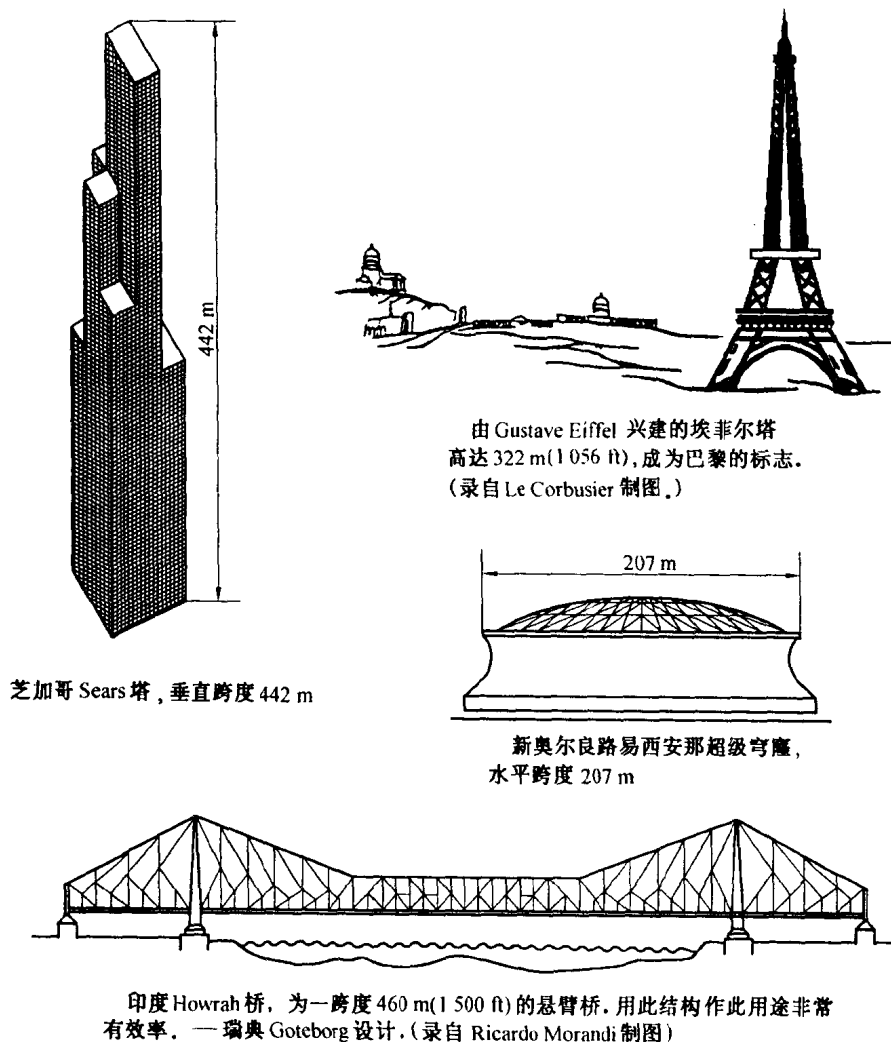
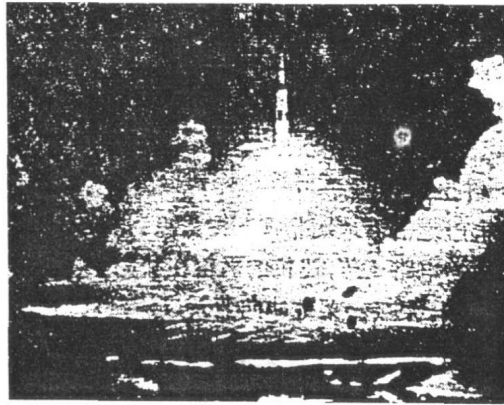


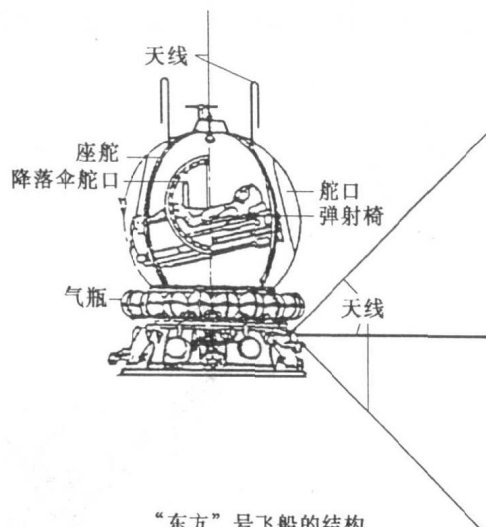
图 1.6 建筑结构

最初,结构力学只是力学的一部分。由于建筑、交通、航海、航空和航天事业的推动,结构力学逐渐分离出来,到 19 世纪末成为一门独立的学科。概括地说,从 19 世纪末到 20 世纪初,结构力学主要研究梁、拱和桁架的计算理论。从 20 世纪 20 年代到 30 年代集中地研究了刚架计算理论,也就是说,20 世纪 30 年代以前,结构力学主要研究杆件结构的计算问题。这属于经典结构力学的范畴。20 世纪 30 年代以后,由于船舶和飞机性能的不不断提高,火箭和导弹技

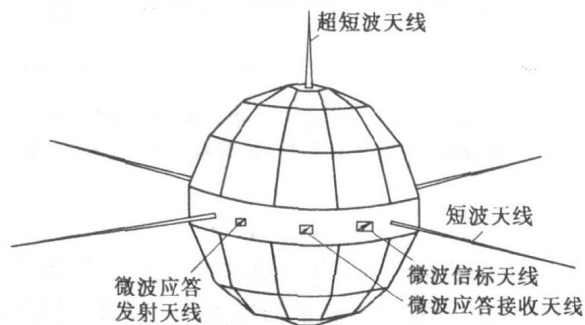
术的发展,人们大量地研究了板、壳和薄壁杆件的计算理论,相应地出现了船舶结构力学、飞机结构力学和火箭结构力学。它们在经典结构力学的基础上又为结构力学引入了板、壳和薄壁杆理论。



人类第一艘载人航天器在起飞

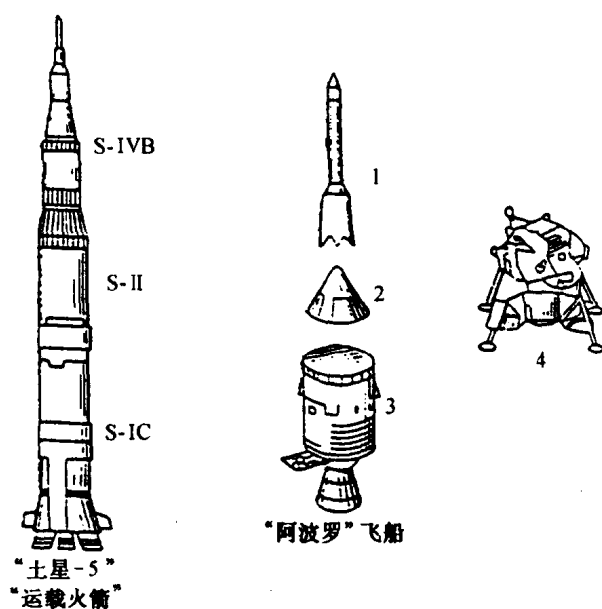


“东方”号飞船的结构

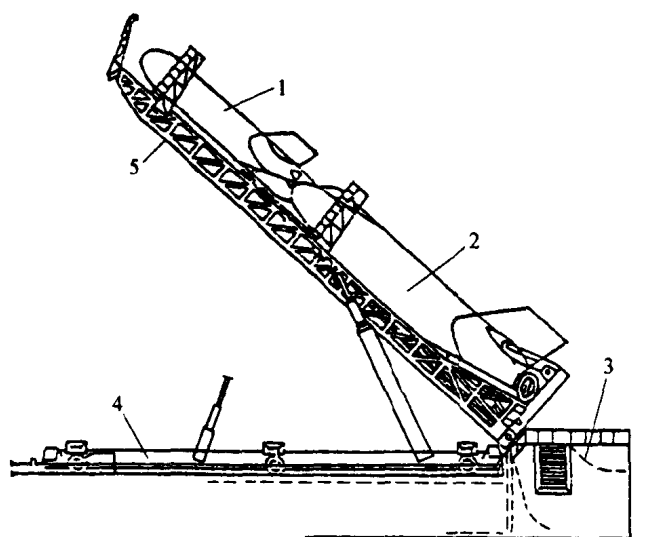


东方红1号卫星

图 1.7 火箭与卫星



“土星”号运载火箭和“阿波罗”号飞船
1- 运载火箭“土星-5”；2- 指挥舱；3- 动力装置；4- 登月舱



两级倾斜发射和水平着陆的2级多次性使用航天器
1- 轨道级；2- 加速级；3- 吸流反射器；4- 运载车辆；5- 发射导轨

图 1.8 航天设备

20 世纪 50 年代,电子计算机的出现推动了结构力学的进一步发展,许多过去无法解决的问题都得到了解决,并且为结构力学提出了新的研究方向。人们把矩阵理论和有限元法应用于结构力学,开辟了计算结构力学的新领域。

在奠定结构力学基础理论的研究中,下列科学家做出了卓越的贡献:

①意大利科学家伽利略(Galileo 1564 ~ 1642)关于梁问题的研究;

②俄国科学家欧拉(L. Euler 1707 ~ 1783)关于柱稳定性问题研究并求得各种支承情况下柱的临界载荷。

他们是早期有贡献的科学家。到了19世纪后期,铁路交通和建筑结构的发展,涌现出一批科学家。其中著名的有:

③克莱普伦(B. P. E. Clapeyron 1799 ~ 1864)提出三弯矩方程式;

④马克斯威尔(J. C. Maxwell 1831 ~ 1879)提出位移互等定理和超静定结构的解法;

⑤卡斯奇梁诺(A. Castigliano 1847 ~ 1884)创立了计算弹性位移的卡斯奇梁诺定理。

20世纪以来超静定结构理论,弹性稳定性理论,特别是薄壁结构理论由于飞机结构的需要得到迅速发展。其中:

⑥前苏联的伽辽金(В. Н. Галеркин)发表了一系列关于薄壁结构的研究论文;

⑦金尼克(А. Н. Динник)院士对杆件弹性稳定问题进行了卓有成效的研究;

⑧符拉索夫(В. Г. Власов)对开剖面限制扭转问题和结构稳定性理论有重要研究论文;

⑨乌曼斯基(А. А. Уманский)、康恩(С. Н. Кан)等,对飞机结构计算做出了贡献;

⑩我国科学家钱学森博士关于壳体皱折理论的研究,对结构力学理论做出重要贡献。

其他学者还有卡曼(T. Karman)、古德(W. Godby)、铁摩辛柯(S. Timoshenko)等也做出了贡献。

我国的万里长城、大运河和都江堰等古代工程是举世闻名的。在河北省赵县,有一座安济桥,俗称“赵州桥”,它始建于公元605 ~ 618年,经过了1000多年洪水、地震的考验,至今雄姿依旧。它比欧洲直到19世纪才兴建的同类桥早1200多年,表现了我国古代劳动人民在结构力学方面的卓越才能。

在当代,我国自己设计建造了北京人民大会堂、南京长江大桥等现代建筑;自己制造了万吨水压机和万吨远洋轮船;自己设计、制造、发射和回收卫星。兴建中的跨世纪壮举——三峡水利枢纽工程,显示了我国人民的科学胆识和气魄。图1.9为我国自己设计的黑龙江省速滑馆穹顶网架结构。

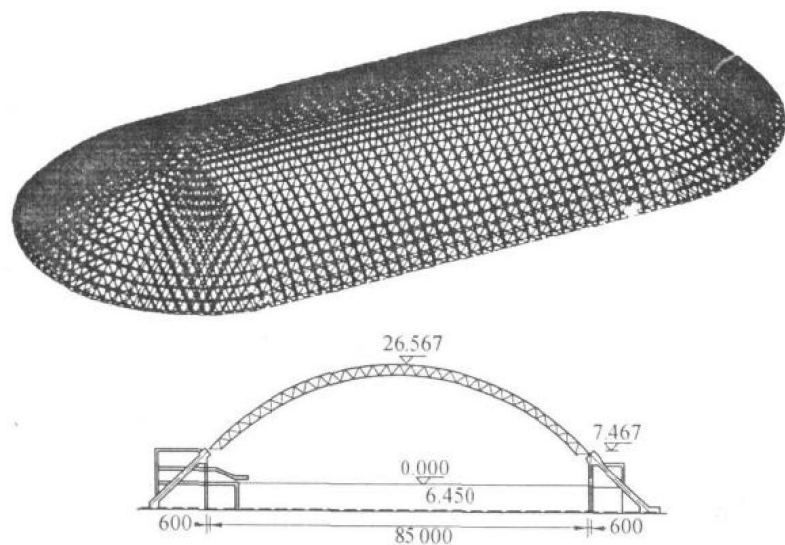


图 1.9 黑龙江省速滑馆穹顶网架结构

第2章 结构的组成原理

2.1 结构的几何不变性

2.1.1 什么是结构的几何不变性

为了研究结构的组成原理,需要介绍结构的几何性质。我们把按照一定方式组合起来的构件的全体叫做系统。按照几何性质,可以把系统区分为:几何可变系统、几何不变系统和几何瞬变系统。

首先建立几何不变性的概念。什么是结构的几何不变性呢?

当不考虑弹性变形时,结构在载荷作用下保持其几何形状不变的性质,叫做结构的几何不变性。

2.1.2 几何可变系统

这是指受载后,构件还没有产生弹性变形,其几何形状就发生显著变化的系统。几何可变系统是不能承力的系统,如图 2.1(a)所示。

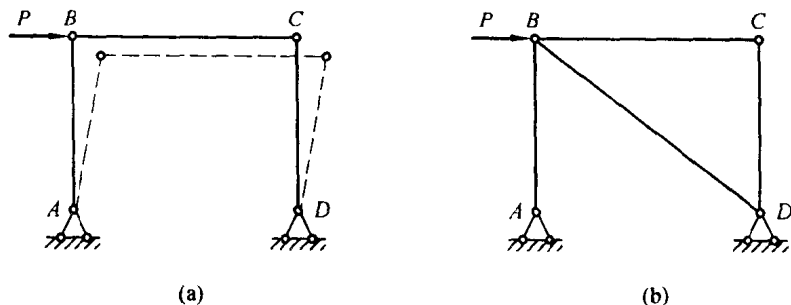


图 2.1 几何可变系统与几何不变系统

2.1.3 几何不变系统

这是指受载后,各构件虽然产生弹性变形,但其几何形状只产生微小变化的系统,如图 2.1(b)所示。几何不变系统是能承力的系统。

2.1.4 几何瞬变系统

受载后,几何形状首先产生明显的变化,然后由于变形构件之间的牵扯而使变形不再扩大的系统叫做几何瞬变系

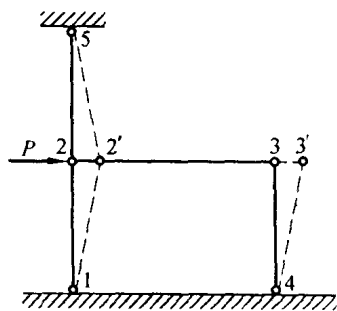


图 2.2 几何瞬变系统

统,如图 2.2 所示。按照几何不变性要求,不允许把几何瞬变系统作为结构。

2.2 系统几何不变性的数学表示

2.2.1 自由度的概念

分析系统的几何不变性要用到自由度的概念。什么是自由度呢?自由度是在给定的坐标系中,确定物体位置的独立坐标的数目。由理论力学知道,在平面坐标系中,自由质点有两个自由度,自由刚体有三个自由度。在空间坐标系中,自由质点有三个自由度,自由刚体有六个自由度。如图 2.3 所示。

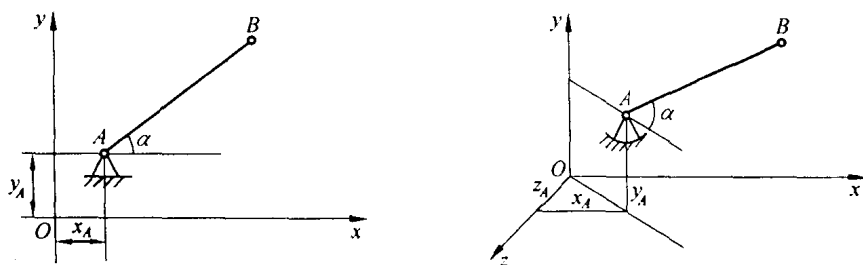


图 2.3 平面坐标系和空间坐标系

2.2.2 约束的概念

什么是约束呢?在理论力学中,把限制某物体运动的其他物体叫做约束;在分析力学中,把限制物体运动的几何条件和运动条件叫做约束。例如:

$$x_A^2 + y_A^2 = l^2, \omega = \frac{d\theta}{dt} = C$$

在理论力学中,我们已经熟悉的约束有绳索链条、光滑接触、轴承、铰链等约束形式。它们提供的约束反力的作用线分别是:绳索链条,力沿中线;光滑接触,垂直切面;轴承、铰链,力分两边,如图 2.4 所示。但有一种特殊情况,轴承、铰链的约束反力不用力分两边,那就是大家熟知的“二力杆”。

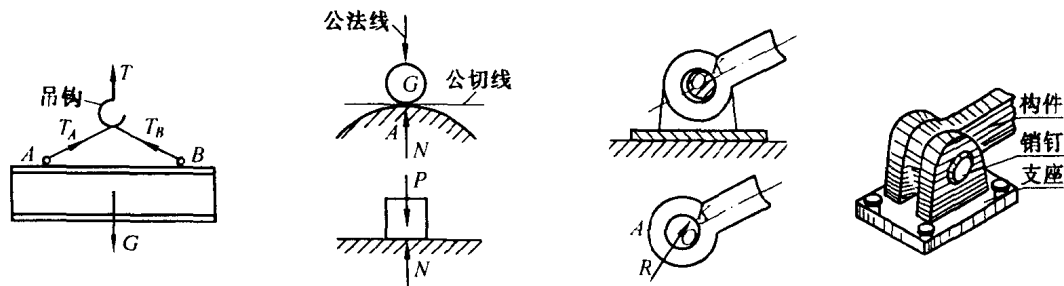


图 2.4 绳索链条,光滑接触,轴承、铰链约束