机械工人技术培训辅导丛书

电工数学

（高级电工培训用）

朱丽琳　施聘贤　编

DIANGONG SHUXUE

机械工业出版社

机械工人技术培训辅导丛书

电 工 数 学

（高级电工培训用）

朱丽琳　施聘贤　编

机 械 工 业 出 版

内 容 提 要

本书是根据国家机械工业委员会《机械工人技术理论培训大纲》以及部颁高级电工等级标准要求编写的，是培训高级电工的一门基础课。

本书主要内容有《三角函数与交流电》、《矢量、复数与正弦交流电路的计算》、《微积分初步》、《逻辑代数及其应用》、《数控机床概述》等。在编写过程中注意技术工人培训的特点，坚持理论联系实际，少而精，并适当考虑教材的系统性和实用性，文字上力求通俗易懂。

本书适合机械工业和其它行业培训高级电工使用，也可供有关专业技术人员参考。

本书由朱丽琳主编，施聘贤协编，胡墨洁审稿。

电 工 数 学

朱丽琳　施聘贤　编

•

责任编辑：周衍康

封面设计：王　伦

•

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

北京市密云县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行・新华书店经售

•

开本787×1092 1/32・印张11.5・字数 252千字

1991年12月北京第一版・1991年12月北京第一次印刷

印数 00,001—3,650 ・定价：6.90元

•

ISBN 7-111-03045-1/TM・390(x)

前　言

随着机械电子行业技术工人培训工作的深入进行，机电行业的高级工培训工作在“七五”期间进行试点的基础上，将要在“八五”期间作为培训工作的重点在全国各地全面展开。为配合这一重点工作和技师、高级技师评聘工作的开展，根据上海等地区对培训高级电工采取单独开设应用数学课程效果较好的经验和一些基层培训单位教学工作的实际需要，我们组织编写了这本《电工数学》。

这本书是以原国家机械工业委员会1987年3月颁布的《机械工人技术理论培训计划、培训大纲》所订高级内外线电工、维修电工和高级有线电维修工三个工种对教学内容的要求为根本依据，吸取和借鉴了部分地区培训高级电工的经验及有关教材的优点编写而成的。这本书在复习一部分初、中级电工数学内容的基础上，对高级电工应掌握的内容紧密联系电工专业生产实践作了较为系统的阐述。为便于教学，每章都设了内容小结和练习题，使之更具有工人培训教材的特色，达到基础课为专业课服务的教学目的。

在教材的编写和出版过程中，一直得到了机械电子工业部教育司的指导和支持，部教育司还和我们共同邀请了北京、天津等地机械行业技工教育的专家对教材的内容和深度进行了审议，提出了许多宝贵意见，对进一步提高这本书的质量起了很大的作用。专家们认为这是一本实用性很强的好

书，既可作为一些地区高级电工培训教材或参考教材，也可作为专业教师和专业技术人员的参考用书。上海市机电工业管理局组织力量对本书进行了审校，机械工业出版社对这本书的出版发行也提供了方便，在此我们一并表示衷心的感谢。

组织编写这部教材，是我们的一次探索，因此在编写方法和内容上，都还有不足之处，甚至可能有错误，我们热忱地欢迎教师和学员们在使用后提出意见和批评，以便进一步修改和补充。

机电部机械中心科技编辑部

1990年12月

目　　录

第一章　三角函数与交流电

直流电的特点是电路各部分的电压和电流，它们的大小和方向都是不变的。在示波器的荧光屏上可以看到如图1-1所示的图形。有关直流电路的分析和计算，基本上可以运用代数方程来解决。

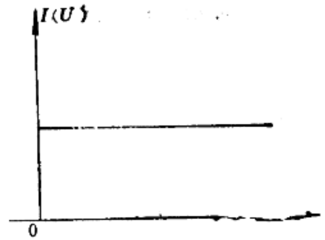

图　1-1

交流电的电流和电压的大小和方向都在不断地变化。（记号为"～"或AC），在示波器的荧光屏上可以看到如图1-2所示的图形。图1-2a电流按正弦规律变化叫正弦交流电。不按正弦规律变化的，统称非正弦交流电，如图1-2b、c、d所示。分析交流电路要应用三角函数。本章我们先讨论三角函数，然后讨论交流电路简单的计算等。

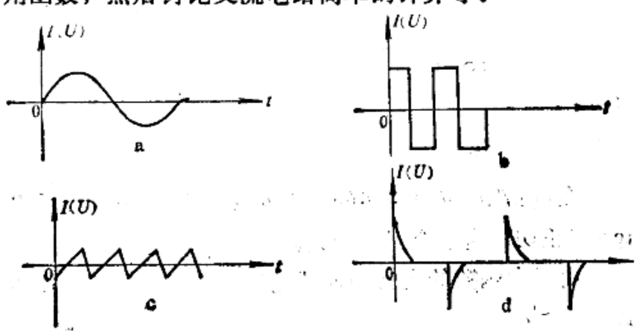

图　1-2

第一节　任意角三角函数

我们已经学习了锐角三角函数的定义及其函数值的计算。

在直角三角形ABC中，如图1-3。

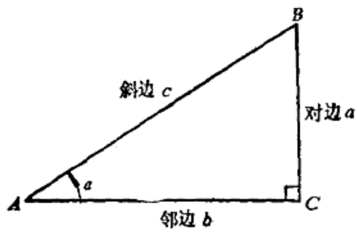

图　1-3

我们有

$$\sin\alpha=\frac{a}{c},\qquad \csc\alpha=\frac{c}{a}$$

$$\cos\alpha=\frac{b}{c},\qquad \sec\alpha=\frac{c}{b}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b},\qquad \mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}$$

在电路中，应用较多的是$\sin\alpha$（正弦）、$\cos\alpha$（余弦），$\mathrm{tg}\,\alpha$（正切）这三个三角函数。

由三角函数的定义和勾股定理，可得到下列八个三角公式

$$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\mathrm{tg}\,\alpha \qquad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\mathrm{ctg}\,\alpha$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha$$

$$1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\csc^2\alpha$$

当α为特殊角（如30°、45°、60°以及0°、90°）的三角函数值，列表1-1。

表 1-1

函数值 角 函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞不存在

任意锐角的三角函数，可查三角函数表，从表中可查出0°～90°之间角的三角函数值。

在实际工作中，我们会遇到任意钝角（大于90°）的情况。因此，在锐角三角函数的基础上，讨论任意角的三角函数。

一、角与象限的关系

1．钝角、平角、周角

大于90°且小于180°的角叫做钝角，等于180°的角叫做

平角；等于360°的角叫做周角。如图1-4所示。

图 1-4

2．角的正负

在生产实践中，我们发现：角的形成是带有方向的，例如，相互啮合的两个等径齿轮，其中一个齿轮旋转某一个角$\angle AOB$时，另一个也相应旋转同样大小的角$\angle A'O'B'$。但是，它们的旋转方向是相反的。如图1-5。

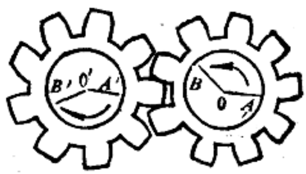

图 1-5

为了研究和解决生产实际问题的需要，我们根据形成角的旋转方向的不同，用正、负加以区别。其中$\angle AOB$的旋转方向是按逆时针旋转的，所得的角是正角。而$\angle A'O'B'$的旋转方向是按顺时针旋转的，所得的角是负角。

3．角的弧度制度量法

角有两种量度方法，即角度制和弧度制。

弧度制的度量单位为弧度。1弧度定义：与半径R等长的圆弧所对应的圆心角的大小，叫做1弧度。如图1-6。

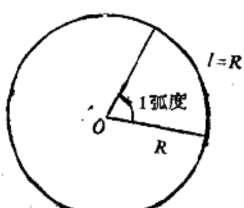

图 1-6

据此定义，可知一周角为2π弧度。

$$\because \quad \alpha\text{弧度}=\frac{l(\text{弧度})}{R(\text{半径})}$$

$$周角弧度=\frac{2\pi R}{R}=2\pi 弧度$$

所以$360^\circ=2\pi$弧度

于是，角度与弧度对应的换算关系为

$$n^\circ=n\times\frac{1}{360}弧度$$

$$n弧度=n\times\frac{180^\circ}{\pi}$$

对于几个特殊角，角度与弧度的换算值见表1-2。

表 1-2

角度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π

4．角与象限的关系

（1）若动径OP自OX轴开始旋转，终边OP终止于第一象限，则所成角α为第一象限角，图1-7a。

（2）若动径OP自OX轴开始旋转，终边OP终止于第二象限，则所成角α为第二象限角。图1-7b。

（3）若动径OP自OX轴开始旋转，终边OP终止于第三象限，则所成角α为第三象限角。图1-7c。

（4）若动径OP自OX轴开始旋转，终边OP终止于第四象限，则所成的角α为第四象限角。图1-7d。

可以看出，锐角是第一象限角；钝角是第二象限角；对于$180^\circ<\alpha<270^\circ$的角$\alpha$是第三象限角的角；大于$270^\circ$的角在第四象限。当然，动径也可以转几圈后终止在某一象限

（这是大于360°的角），也可以反转到某一象限，（这就是负角），因为象限角是由角的终边位置在哪一象限而定的，所以对于大于360°的角和负角，同样可以根据象限角的意义，来确定这个角是属于哪一象限的。另外，当动径和x轴或y轴重合时，这样的角不属于任一象限。

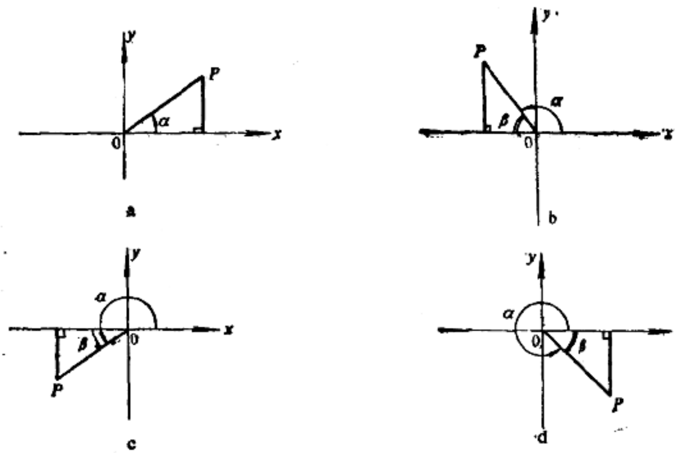

图 1-7

二、任意角三角函数

对于任意角三角函数，可以仿照锐角三角函数来定义，如P是动径$0P$上一点P，自P向$0X$轴作轴线，图1-7。令$0P=r$，（相当于锐角三角形的斜边），垂线长为y，（相当于锐角三角形的对边）。投影长为x，（相当于锐角三角形的邻边）。则：

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$$

可以看出：

在第一、二象限：$y>0$，$\sin\alpha>0$

第三、四象限：$y<0$，$\sin\alpha<0$；

在第一、四象限：$x>0$，$\cos\alpha>0$；

第二、三象限：$x<0$，$\cos\alpha<0$；

在第一象限：$x>0$，$y>0$ $\mathrm{tg}\alpha>0$；

二象限：$x<0$，$y>0$ $\mathrm{tg}\alpha<0$；

三象限：$x<0$，$y<0$ $\mathrm{tg}\alpha>0$；

四象限：$x>0$，$y<0$ $\mathrm{tg}\alpha<0$。

把上述符号关系列成表如下，见表1-3。

表 1-3

函数值	象		限	
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\mathrm{tg}\alpha$	+	−	+	−

三、任意角三角函数的计算

1．第一象限的角度为锐角，其三角函数为锐角三角函数，我们已经掌握了。对于第二、三、四象限的角的三角函数，我们要先把它们化为第一象限的角，然而求其三角函数。

2．若α为第Ⅱ象限角（$90°<\alpha<180°$）

我们先把角化成（$180°-\alpha$）的形式，其中$\alpha<90°$。如

图1-8。

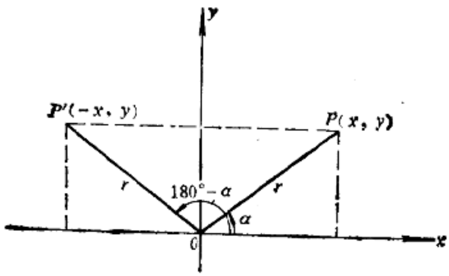

图 1-8

根据上面关于任意角三角函数的定义，从图1-8中可以得到：

$$\left.\begin{aligned}\sin(180^\circ-\alpha)&=\sin\alpha\\ \cos(180^\circ-\alpha)&=-\cos\alpha\\ \mathrm{tg}(180^\circ-\alpha)&=-\mathrm{tg}\,\alpha\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

3．若α为第Ⅲ象限角（$180^\circ<\alpha<270^\circ$）

我们先把角化成（$180^\circ+\alpha$）的形式，其中$\alpha<90^\circ$。如图1-9。

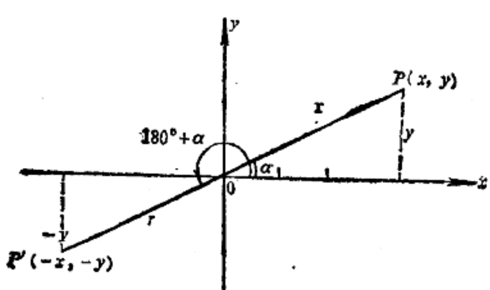

图 1-9

根据任意角三角函数的定义，从图1-9可以看出：

$$\left.\begin{aligned}\sin(180^\circ+\alpha)&=-\sin\alpha\\ \cos(180+\alpha)&=-\cos\alpha\\ \mathrm{tg}(180^\circ+\alpha)&=\mathrm{tg}\,\alpha\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

4．若α为第四象限角时，$(270^\circ<\alpha<360^\circ)$

我们也先把角α化成$(360^\circ-\alpha)$，其中$\alpha<90^\circ$，如图1-10。

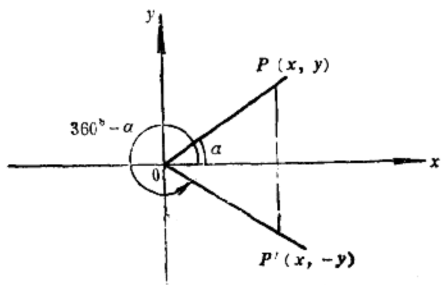

图 1-10

根据任意三角函数的定义，从图1-10可以看出。

$$\left.\begin{aligned}\sin(360^\circ-\alpha)&=-\sin\alpha\\ \cos(360^\circ-\alpha)&=\cos\alpha\\ \mathrm{tg}(360^\circ-\alpha)&=-\mathrm{tg}\,\alpha\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

上面（1）、（2）、（3）三组公式中，左、右两端的三角函数的名称是相同的，右端各三角函数前的符号与左端的角所在的象限的三角函数的符号相同。为了便于记忆，把上面符号变化规律归纳为：“符号看象限”，即由转化前原来的角所在象限的三角函数的符号，决定转化后的符号。例如，$\sin(180^\circ+\alpha)$ 转化成角α的函数时，$180^\circ+\alpha$是第三象限的角，这时正弦的符号为负，即

$$\sin(180°+\alpha) = -\sin\alpha$$

另外，上面三组公式中，曾设α为锐角。实际α为任意角时，上面的公式仍然成立。

例1　求下列各角的三角函数值

（1）$\cos210°$　　　　（2）$\sin166°$

（3）$\mathrm{tg}126°42'$　　　　（4）$\mathrm{ctg}315°14'$

解：

（1）$\cos210° = \cos(180°+30°) = -\cos30°$
$= -0.86603$

（2）$\sin166° = \sin(180°-14°) = \sin14°$
$= 0.24192$

（3）$\mathrm{tg}126°42' = \mathrm{tg}(180°-53°18')$
$= -\mathrm{tg}53°18' = -1.3416$

（4）$\mathrm{ctg}315°14' = \mathrm{ctg}(360°-44°46')$
$= -\mathrm{ctg}44°46' = -1.0082$

5．$K\cdot360°+\alpha$角的三角函数与角α的三角函数的关系

根据任意角的三角函数的定义，可以知道，所有终边相同的角的三角函数值是相同的。如图1-11中角390°和角30°的终边相同，所以它们的三角函数值也相同。即

$$\sin390° = \sin30°$$

$$\cos390° = \cos30° \qquad 等等$$

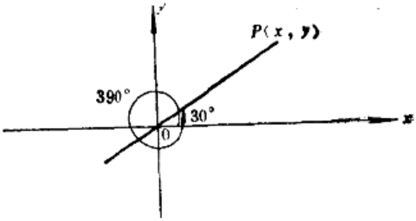

图　1-11