江西省高等院校《工科数学》系列教材

# 概率论与数理统计习题精选

第二版

GAILÜLUNYU
SHULITONGJI
XITIJINGXUAN

主　编　段五朵　饶安妮
主　审　刘南根

江西高校出版社

等院校《工科数学》系列教材

# 概率论与数理统计习题精选

第二版

主　编　段五朵　饶安妮
主　审　刘南根

江西高校出版社

概率论与数理统计习题精选（第二版）
主编　段五朵　饶安妮

江西高校出版社
（江西省南昌市洪都北大道96号）
邮编：330046　电话：(0791)8512093，8504319
各地新华书店经销
江西恒达科贸有限公司照排部照排
南昌市红星印刷厂印刷

1999年12月第2版　1999年12月第1次印刷
850mm×1168mm　1/32　6.125印张　164千字
印数：1～7600册

定价：8.50元
ISBN 7-81033-517-0/O·22
（江西高校版图书如有印刷、装订错误，请随时向承印厂调换）

## 内容提要

本书包含概率论的基本概念、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、样本及其分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等内容的172道例题，每章后均有一份目标检测题，作为自我检查之用。本书是高等工科院校各专业学生学习《概率论与数理统计》课程的复习辅导书，也可作为自学和报考硕士研究生的参考用书。

# 前 言

本书是按照全国工科数学课程教学指导委员会提出的“数学课程基本要求”(概率论与数理统计部分)而编写的,它包含概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、样本及其分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析等内容,共有附详细解答过程的172道例题,每章末尾各有一份目标检测题,作为自我检查用.全书选题力求题型全面,内容分布广泛,难度适中,题目具有一定的典型性和启发性;它是对教材内容的补充和深化,对解题能力的培养将会起到很好的作用.

本书第一版于1995年出版,经历了几年的教学实践,根据在教学中积累的经验,以及使用本书的同行们提出的宝贵意见,在保持原书的基本框架的基础上对部分内容作了修改,成为本书第二版.参加本书编写的有段五朵(第一、二、六章)、聂龙云(第三章)、徐平生(第四章)、饶安妮(第五、七、八章)、吴世玕(第九章)、朱旭生(第十章).由段五朵、饶安妮对全书进行统稿,刘南根审定.

由于编者水平有限,书中缺点、错误在所难免,恳请读者批评指正.



编 者

1999年5月

# 目　　录

# 第一章　概率论的基本概念

## 例题选讲

**例 1**　写出下列随机试验 $E$ 的样本空间及给定事件 $A$ 所包含的样本点：

(1) $E$：将 $a,b$ 两个球随机地放到三个盒子中去(每盒可以容纳任意多个球)，观察球的分布情况；

$A$："第一个盒子中至少有一球".

(2) $E$：在 1,2,3,4 四个数中可重复地取两个数，观察先后取出的数；

$A$："取出的两个数中，一个数是另一个数的两倍".

(3) $E$：对某一目标接连进行 $n$ 次射击；

$A$："至少有一次击中目标".

[解]　(1) 两个球随机地放到三个盒子中，每种放法为一个样本点. 球在三个盒子中的分布情况可分为两类：两球放在同一盒子中，其余两个盒子是空的；两球分别放在不同的盒子中，另外一个盒子是空的.

两球放在同一盒中，不同的放法有 3 种，即 $(ab,-,-)$，$(-,ab,-)$，$(-,-,ab)$，其中 $(ab,-,-)$ 表示球 $a$ 和球 $b$ 放在第一个盒子中，第二、三个盒子中没有球；其余类推.

两球分别放在不同的盒子中，其放法有 6 种，即 $(a,b,-)$，$(b,a,-)$，$(a,-,b)$，$(b,-,a)$，$(-,a,b)$，$(-,b,a)$. 故样本空间为：

$\Omega=\{ab,-,-)$，$(-,ab,-)$，$(-,-,ab)$，$(a,b,-)$，$(b,a,-)$，$(a,-,b)$，$(b,-,a)$，$(-,a,b)$，$(-,b,a)\}$.

事件 $A$ 用样本点表示就是：$A=\{(ab,-,-),(a,b,-),(b,a,-),(a,-,b),(b,-,a)\}$.

(2) 在1,2,3,4四个数中可重复地取两个数，是指第一次取出的数是1,2,3,4四个数中任意一个，第二次取出的数也是1,2,3,4四个数中任意一个.若以 $(i,j)$ 表示第一次取出的数为 $i$，第二次取出的数为 $j$ 这结果，则样本空间 $\Omega=\{(i,j)\mid i,j=1,2,3,4\}=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}$，$A=\{(1,2),(2,1),(2,4),(4,2)\}$.

(3) 这里只规定试验的条件，没有明确试验的目的，样本空间的选择可根据问题要求而定.结合事件 $A$ 的含义，我们可以用两种方法来确定样本空间 $\Omega$.

(i) 每次射击命中目标记为1，没有命中目标记为0，则样本点可用 $n$ 维向量 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 表示，其中 $x_i=0$ 或1.例如 $(1,0,0,\cdots,0)$ 表示第一次命中目标，其余各次没有命中目标，其余类推.于是得到样本空间为

$\Omega=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mid x_i=0\text{ 或 }1,i=1,2,\cdots,n\}$，$\Omega$ 中包含 $2^n$ 个样本点.

$$A=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mid x_i=0\text{ 或 }1,\text{且}\sum_{i=1}^{n}x_i\geqslant 1\}.$$

显然 $A=\Omega-\{(0,0,\cdots,0)\}$，$A$ 包含 $2^n-1$ 个样本点.

(ii) 观察 $n$ 次射击中命中目标的次数，则试验可能的结果有 $n+1$ 个，若用"$i$"表示"$n$ 次射击恰有 $i$ 次命中目标"，"$i$"就是样本点，$i=0,1,2,\cdots,n$.样本空间 $\Omega=\{0,1,2,\cdots,n\}$.$A=\{1,2,\cdots,n\}$.

**例2** 一个工人生产了四件产品，以 $A_i$ 表示他生产的第 $i$ 件产品是正品 $(i=1,2,3,4)$.试用 $A_i(i=1,2,3,4)$ 表示下列事件：

(1) 没有一件产品是次品；

(2) 至少有一件产品是次品；

(3) 恰有一件产品是次品；

(4) 至少有两件产品不是次品．

[解](1){没有一件产品是次品} = {四件产品都是正品} = {$A_1,A_2,A_3,A_4$ 同时发生} = $A_1A_2A_3A_4$;

(2){至少有一件产品是次品} = $\overline{\{没有一件产品是次品\}}$ = $\overline{A_1A_2A_3A_4} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \overline{A_4}$;

(3){恰有一件产品是次品} = $\bigcup_{i=1}^{4}${第 $i$ 件产品是次品,其余各件产品为正品} = $\bigcup_{i=1}^{4}\{A_i$ 不发生且 $A_j$ 发生,$j \neq i, j = 1,2,3,4\}$ = $\overline{A_1}A_2A_3A_4 \cup A_1\overline{A_2}A_3A_4 \cup A_1A_2\overline{A_3}A_4 \cup A_1A_2A_3\overline{A_4}$;

(4){至少有两件产品不是次品} = {至少有两件产品是正品} = {$A_1,A_2,A_3,A_4$ 至少有两个发生} = $A_1A_2 \cup A_1A_3 \cup A_1A_4 \cup A_2A_3 \cup A_2A_4 \cup A_3A_4$.

**例 3** 甲从 2,4,6,8,10 中任取一数,乙从 1,3,5,7,9 中任取一数,求甲取的数大于乙取的数的概率．

[解] 用$(i,j)$表示甲取到数 $i$,乙取到数 $j$ 这一结果,则样本空间为

$\Omega = \{(i,j) \mid i = 2,4,6,8,10; j = 1,3,5,7,9\}$,这是一个古典型随机试验．

设 $A$ 表示事件“甲取的数大于乙取的数”,则

$$A = \{(2,1),(4,1),(4,3),(6,1),(6,3),(6,5),(8,1),(8,3),(8,5),(8,7),(10,1),(10,3),(10,5),(10,7),(10,9)\}.$$

由于样本点总数为 25,$A$ 所包含的样本点有 15 个,所以

$$P(A) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}.$$

**例 4** 一个教室共有 $n+k$ 个座位,随机地坐上 $n$ 个人．求其中指定的 $s$ 个座位($s < n$)都坐上人的概率．

[解] $n$ 个人坐在有 $n+k$ 个座位的教室里,每一种坐法为一个样本点,样本点总数为 $C_{n+k}^{n} \cdot n!$．由于坐法的任意性,各样本点的出现是等可能的．

坐在指定位置上的 $s$ 人是从 $n$ 个人中选出的，有 $C_n^s$ 种选法，选出的 $s$ 人坐在指定位置上有 $s!$种坐法，其余 $n-s$ 人，只能坐在未指定的位置上，坐法有 $C_{n+k-s}^{n-s}\cdot(n-s)!$种，由乘法原理即知事件“指定的 $s$ 个座位都坐上人”含有 $C_n^s\cdot s!C_{n+k-s}^{n-s}\cdot(n-s)!$个样本点．因此所求的概率为

$$p=\frac{C_n^s\cdot s!C_{n+k-s}^{n-s}\cdot(n-s)!}{C_{n+k}^n\cdot n!}=\frac{C_n^s}{C_{n+k}^s}.$$

例 5　从数字 1,2,…,9 中可重复地任取 $n$ 次，每次取一个数．求 $n$ 次所取的数的乘积能被 10 整除的概率．

[解]　因为每次取数可取到 1,2,…,9 九个数中任意一个(有 9 种取法)，所以 $n$ 次取数不同的取法有 $9^n$ 种. 每种取法为一个样本点，各样本点的出现是等可能的．

设 $A$ 为事件“取得的 $n$ 个数的乘积能被 10 整除”，$B$ 为事件“取得的 $n$ 个数中至少有一个是 5”，$C$ 为事件“取得的 $n$ 个数中至少有一个是偶数”.

注意，$n$ 次取得的数的乘积能被 10 整除，相当于取得的 $n$ 个数中至少有一个是 5，并且至少有一个是偶数．即 $A=BC$，从而所求概率为

$$\begin{aligned}P(A)&=P(BC)=1-P(\overline{BC})\\&=1-P(\overline{B}\cup\overline{C})=1-[P(\overline{B})+P(\overline{C})-P(\overline{BC})].\end{aligned}$$

若各次取数都没有取到 5，则每次取数只能从除 5 以外的 8 个数字中取(有 8 种取法)，$n$ 次取数有 $8^n$ 种不同取法，即 $\overline{B}$ 包含 $8^n$ 个样本点．

同理 $\overline{C}$ 包含 $5^n$ 个样本点，$\overline{BC}$ 包含 $4^n$ 个样本点．于是得到

$$P(\overline{B})=\frac{8^n}{9^n},P(\overline{C})=\frac{5^n}{9^n},P(\overline{BC})=\frac{4^n}{9^n}.$$

所求概率为

$$P(A)=1-\frac{8^n+5^n-4^n}{9^n}.$$

**例 6** 将一枚骰子重复掷 $n$ 次,试求掷出的最大点数为 5 的概率.

[解] 掷一次骰子有 6 种不同的结果,掷 $n$ 次骰子就有 $6^n$ 种不同结果,每一种结果为一样本点.

设 $A$ 表示事件"掷出的最大点数为 5",$A_k$ 表示事件"恰有 $k$ 次掷出的点数是 5,其它各次掷出的点数小于 5",$k=1,2,\cdots,n$,则

$$A=\bigcup_{k=1}^{n} A_k.$$

指定某 $k$ 次掷出的点数是 5,其它各次掷出的点数小于 5,有 $4^{n-k}$ 种不同的结果.由于指定方式有 $C_n^k$ 种,所以 $A_k$ 包含 $C_n^k\cdot 4^{n-k}$ 个样本点.故得 $A_k$ 的概率为

$$P(A_k)=\frac{C_n^k\cdot 4^{n-k}}{6^n},(k=1,2,\cdots,n).$$

注意 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是互不相容的,所以

$$\begin{aligned}P(A)&=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)\\&=\frac{1}{6^n}\sum_{k=1}^{n}C_n^k4^{n-k}\\&=\frac{5^n-4^n}{6^n}.\end{aligned}$$

也可直接求 $A$ 包含的样本点个数,再计算 $P(A)$.

因为 $n$ 次掷出的点数都不大于 5,有 $5^n$ 种不同结果,而 $n$ 次掷出的点数都不大于 4 有 $4^n$ 种不同结果,所以 $n$ 次掷出的最大点数为 5 有 $5^n-4^n$ 种不同结果,即 $A$ 包含 $5^n-4^n$ 个样本点.故

$$P(A)=\frac{5^n-4^n}{6^n}.$$

**例 7** 在线段[0,1]上任意投三个点 $M_1,M_2$ 和 $M_3$.试求三线段 $OM_1,OM_2$ 和 $OM_3$ 能构成三角形的概率.

[解] 设三条线段 $OM_1,OM_2$ 和 $OM_3$ 的长度分别为 $x,y$ 和 $z$,则问题可看作是向空间区域

$\Omega = \{(x,y,z) \mid 0 \leqslant x \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1, 0 \leqslant z \leqslant 1\}$ 投点的几何型随机试验，$\Omega$ 是边长为 1 的立方体(图 1－1).

“三条线段能构成三角形”这一事件可用如下的空间区域 $G$ 表示：

$G = \{(x,y,z) \mid 0 \leqslant x, y, z \leqslant 1, x+y > z, x+z > y, y+z > x\}$.

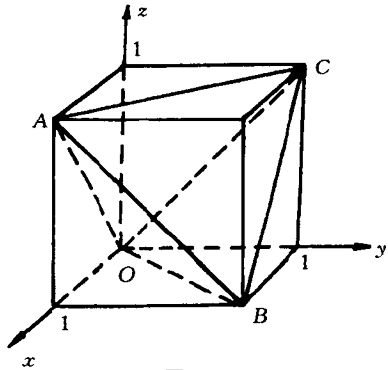


图 1－1

$G$ 是四面体 $OABC$(见图 1－1). 由于空间区域 $\Omega$ 的体积为 1，即 $\mu(\Omega) = 1$；$G$ 的体积为 $1 - 3 \times \frac{1}{3}(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1) = \frac{1}{2}$，即 $\mu(G) = \frac{1}{2}$. 故所求概率为

$$p = \frac{\mu(G)}{\mu(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

**例 8** 向正方形区域 $\Omega = \{(p,q) \mid |p| \leqslant 1, |q| \leqslant 1\}$ 中随机投一点，如果 $(p,q)$ 是所投点 $M$ 的坐标，试求：

(1) 方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个实根的概率；

(2) 方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个正根的概率 .

[解] (1) 由于方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个实根的充要条件是 $p^2 - 4q > 0$，因此事件“方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个实根”可用区域

$$A = \{(p,q) \mid |p| \leqslant 1, |q| \leqslant 1, \text{且 } p^2 - 4q > 0\}$$

来表示 . $A$ 是 $\Omega$ 的子集(图 1－2 中的阴影部分).

区域 $\Omega$ 的面积为 4，即 $\mu(\Omega) = 4$；

区域 $A$ 的面积为 $2 + \int_{-1}^{1} \frac{1}{4} p^2 \mathrm{d}p = \frac{13}{6}$，即 $\mu(A) = \frac{13}{6}$.

因为是几何型随机试验，故所求概率为

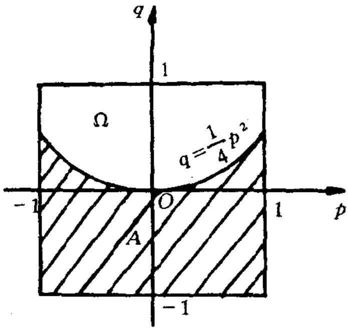


图 1-2

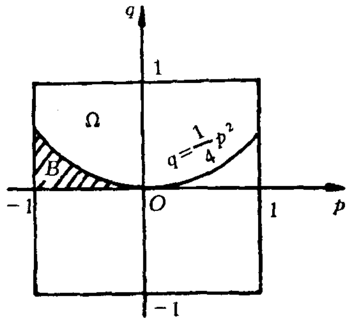


图 1-3

$$P(A)=\frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}=\frac{13}{24}.$$

(2) 由于方程 $x^2+px+q=0$ 有两个正根的充要条件是 $p^2-4q>0$，且 $p<0,q>0$，所以事件"方程 $x^2+px+q=0$ 有两个正根"可用区域

$$B=\{(p,q)\mid |p|\leqslant 1,|q|\leqslant 1 \text{ 且 } p^2-4q>0,p<0,q>0\}$$

$$=\{(p,q)\mid 0<q<\frac{1}{4}p^2,-1\leqslant p<0\}$$

来表示．$B$ 是 $\Omega$ 的子集(图 1-3 中的阴影部分)．

因为区域 $B$ 的面积为 $\int_{-1}^{0}\frac{1}{4}p^2\mathrm{d}p=\frac{1}{12}$，即 $\mu(B)=\frac{1}{12}$，故所求概率为

$$P(B)=\frac{\mu(B)}{\mu(\Omega)}=\frac{1}{48}.$$

**例 9** 设某厂生产的灯炮能使用 1000 小时以上的概率为 0.9，能使用 1500 小时以上的概率为 0.3．如果有一个灯泡已经使用了 1000 小时没有损坏，求它能使用 1500 小时以上的概率．

[解] 设 $A$ 表示事件"灯炮能使用1000小时以上"，$B$ 表示事件"灯炮能使用 1500 小时以上"，由题设条件知

$$P(A)=0.9,P(B)=0.3.$$

注意 $B \subset A$,故

$$P(AB) = P(B) = 0.3,$$

由条件概率的定义,得所求概率为

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.9} = \frac{1}{3}.$$

**例 10** 掷两颗骰子,观察它们出现的点数. 以$(i,j)$表示甲骰子出现 $i$ 点,乙骰子出现 $j$ 点这一结果,$(i,j = 1,2,\cdots,6)$,则样本空间为

$$\Omega = \{(i,j) \mid i,j = 1,2,\cdots,6\}.$$

用 $A,B$ 分别表示事件"两颗骰子出现的点数之和为 10"和"甲骰子出现的点数大于乙骰子出现的点数". 试求 $P(A \mid B)$ 和 $P(B \mid A)$.

[解] 这是古典概型,样本点总数为 36. 事件 $A,B$ 可表示如下:

$$\begin{aligned} A &= \{(i,j)) \mid i + j = 10, i,j = 1,2,\cdots,6\} \\ &= \{(4,6),(5,5),(6,4)\}, \\ B &= \{(i,j) \mid i,j = 1,2,\cdots,6 \text{ 且 } i > j\} \\ &= \{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2), \\ &\quad (5,3),(5,4),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5)\} \end{aligned}$$

下面计算 $P(A \mid B)$ 及 $P(B \mid A)$.

在缩减的样本空间 $B$ 中,$B$ 含有 15 个样本点,其中只有一个样本点$(6,4)$属于 $A$,故

$$P(A \mid B) = \frac{1}{15};$$

在缩减的样本空间 $A$ 中,$A$ 含有 3 个样本点,其中只有一个样本点$(6,4)$属于 $B$,故

$$P(B \mid A) = \frac{1}{3}.$$

**例 11** 将四个球任意放到四个盒子中,每个盒子容纳球的个数

不限,如果已知前两个球放在不同的盒子中,试求有一个盒子恰好放了三个球的概率.

［解］ 四个球任意放入四个盒子有 $4^4$ 种放法,每一种放法为一个样本点,即样本空间含有 $4^4$ 个样本点. 各样本点的出现可看作是等可能的.

设 $A$ 表示事件"前两个球放在不同的盒子中",$B$ 表示事件"有一个盒子恰好放了三个球."

可按如下方法求出事件 $A$ 所包含的样本点个数:

先从四个盒子中选取两个盒子(有 $C_4^2$ 种取法),然后将前两个球分别放在取出的两个盒子中(有两种方法),再将后面两个球放进四个盒子(有 $4^2$ 种方法),由乘法原理可知,共有 $C_4^2 \cdot 2 \cdot 4^2$ 种不同的放法,即 $A$ 包含 $C_4^2 \cdot 2 \cdot 4^2$ 个样本点.

用相同的方法可求得 $AB$ 包含的样本点数为 $C_4^2 \cdot 2 \cdot 2$. 故所求概率为

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{C_4^2 \cdot 2 \cdot 2/4^4}{C_4^2 \cdot 2 \cdot 4^2/4^4} = \frac{1}{8}.$$

**例 12** 设 $M$ 件产品中有 $m$ 件废品,从中任取两件.

(1) 在所取产品中有一件是废品的条件下,求另一件也是废品的概率;

(2) 在所取产品中有一件是正品的条件下,求另一件是废品的概率.

［解］ 设 $A_i$ 表示事件"取出的两件产品中恰有 $i$ 件是正品",则

$P(A_i) = \dfrac{C_{M-m}^i C_m^{2-i}}{C_M^2} (i = 0,1,2)$,且 $A_0, A_1, A_2$ 互不相容.

(1) 欲求的概率为 $P(A_0 \mid A_0 \cup A_1)$.

由于
$$P(A_0 \cup A_1) = P(A_0) + P(A_1) = \frac{C_m^2}{C_M^2} + \frac{C_{M-m}^1 C_m^1}{C_M^2},$$

$$P(A_0 \cap (A_0 \cup A_1)) = P(A_0) = \frac{C_m^2}{C_M^2}.$$

所以由条件概率的定义可得

$$P(A_0 \mid A_0 \cup A_1) = \frac{P(A_0 \cap (A_0 \cup A_1))}{P(A_0 \cup A_1)}$$

$$= \frac{C_m^2}{C_m^2 + C_{M-m}^1 C_m^1} = \frac{m-1}{2M-m-1};$$

(2) 欲求的概率为 $P(A_1 \mid A_1 \cup A_2)$.

由于 $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

$$= \frac{C_{M-m}^1 C_m^1}{C_M^2} + \frac{C_{M-m}^2}{C_M^2},$$

$$P(A_1 \cap (A_1 \cup A_2)) = P(A_1) = \frac{C_{M-m}^1 C_m^1}{C_M^2},$$

所以

$$P(A_1 \mid A_1 \cup A_2) = \frac{P(A_1 \cap (A_1 \cup A_2))}{P(A_1 \cup A_2)}$$

$$= \frac{C_{M-m}^1 C_m^1}{C_{M-m}^1 C_m^1 + C_{M-m}^2} = \frac{2m}{M+m-1}.$$

**例 13**　口袋中有 20 个球，其中 2 个是红球．现从袋中取球三次，每次取一球，取后不放回，求第三次才取到红球的概率．

［解］　设 $A_i(i=1,2,3)$ 表示事件"第 $i$ 次取到的球不是红球"，则 $\overline{A_3}$ 表示事件"第三次取到的是红球"，$A_1A_2\overline{A_3}$ 表示事件"第三次才取到红球". 易知

$$P(A_1) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}, \quad P(A_2 \mid A_1) = \frac{17}{19},$$

$$P(\overline{A_3} \mid A_1A_2) = \frac{2}{18} = \frac{1}{9},$$

故所求概率为

$$P(A_1A_2\overline{A_3}) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(\overline{A_3} \mid A_1A_2)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{17}{19} \cdot \frac{1}{9} = 0.089.$$

**例 14** 一批一等小麦种子中混有 2% 的二等种子，1.5% 的三等种子，1% 的四等种子，用一、二、三、四等种子长出的穗含 50 颗以上麦粒的概率分别是 0.5，0.15，0.1，0.05，求这批种子所结的穗含有 50 颗以上麦粒的概率．

［解］ 设 $A$ 表示事件"从该批种子中任选一颗种子所结的穗含有 50 颗以上麦粒"，$B_i(i=1,2,3,4)$ 表示事件"任选的一颗种子是 $i$ 等种子"，则

$$P(B_1)=1-0.02-0.015-0.01=0.955,$$

$$P(B_2)=0.02, P(B_3)=0.015, P(B_4)=0.01,$$

$$P(A \mid B_1)=0.5, P(A \mid B_2)=0.15,$$

$$P(A \mid B_3)=0.1, P(A \mid B_4)=0.05,$$

且 $B_1,B_2,B_3,B_4$ 互不相容，$\bigcup_{i=1}^{4} B_i=\Omega$，由全概率公式得所求的概率为

$$\begin{aligned}P(A) &= \sum_{i=1}^{4} P(B_i)P(A \mid B_i)\\ &= 0.955\times 0.5+0.02\times 0.15+0.015\times 0.1+0.01\times 0.05\\ &= 0.4825.\end{aligned}$$

**例 15** 乒乓球盒中有 15 只球，其中 9 只是没有用过的新球．第一次比赛时任取 3 只使用，用毕返回．第二次比赛时也任取 3 只球，求此 3 只球全是没有用过的新球的概率．

［解］ 设 $A$ 表示事件"第二次比赛时取出的 3 只球全是新球"，$B_i$ 表示事件"第一次比赛时用了 $i$ 个新球"，$i=0,1,2,3$，则

$$P(B_i)=\frac{C_9^i C_6^{3-i}}{C_{15}^3}, (i=0,1,2,3),$$

$$P(A \mid B_i)=\frac{C_{9-i}^3}{C_{15}^3}, (i=0,1,2,3),$$

且 $B_0,B_1,B_2,B_3$ 互不相容，$\bigcup_{i=0}^{3} B_i=\Omega$，由全概率公式得