

高层结构精确算法

王 磊 李家宝

上海科学技术出版社

高层结构精确计算法

王 磊 李家宝

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

本书在上海发行所发行 上海市印刷四厂印刷

开本787×1092 1/32 印张5.125 字数112,000

1981年5月第1版 1986年4月第3次印刷

印数 40,001—57,500

书号: 15119·2116 定价: 0.72 元

序 言

为了使高层建筑能抵抗由风、地震或爆炸气浪等所致的水平力(或称横向力、侧向力),在适当的地方布置平面刚度很大的钢筋混凝土墙,往往是经济合理的,这种墙称为剪力墙。剪力墙在其自身平面内的刚度一般要比刚架的刚度大几十倍至几百倍,故利用它来保证高层建筑具有足够的刚度是十分有效的。

如果建筑物的柱和墙是对称布置的,则可简化为在两个正交方向的平面结构来分析,这种平面结构可以是承受其平面内水平力的高层刚架、互联剪力墙或高层刚架-剪力墙联合体系,这就是高层建筑的二维分析。如果高层建筑内剪力墙为非对称布置,则在对称的水平力作用下将引起楼板在其自身平面内的转动和平动,在这种情况下,剪力墙承受扭矩,因此必须作三维分析。按平面结构分析高层建筑时,选取其计算简图所应注意的问题,可参阅文献[28]及其他文献,本书的重点在于讨论三种平面体系(高层刚架、互联剪力墙、高层刚架-剪力墙联合体系)的计算方法。

我国在60年代和70年代初期,对于双肢剪力墙,一般采用罗斯曼(Rosman)方法来分析,即将连系梁简化为连续弹性薄片,使连系梁的剪力连续化,从而获得近似解。对于高层刚架-剪力墙联合体系一般是按苏联的安东诺夫方法来分析,即将剪力墙与刚架之间的联系变成剪力弹性恢复,使其连续化。这类方法都是将问题归结为常微分方程及其边界条件来

KAC17-101

处理,其优点是简单实用,可以手算。但缺点是计算简图较简略,很难考虑其他较复杂的变形规律,因此计算所得的内力图不完全符合实际内力情况。

由于电子计算机的迅速发展,国外已有不少分析高层建筑与剪力墙的有限元法及有限条法,我国也有很多单位在研究应用有限单元法分析高层建筑的內力分布规律问题。

科学技术的发展总是不断地向人们提出更高的要求,从多方面来探讨高层建筑结构的合理分析方法是完全必要的。在结构分析领域内,我国曾有不少优秀的方法,其分析问题的技巧,具有较高的水平。无剪力分配法原属手算方法,但因其有精确度高并能大量减少未知量的优点,故目前国外教材仍在采用。从1973~1979年我们将无剪力分配法与电算技术相结合用于高层建筑的结构分析,做了一些工作,现将取得的一些成果整理成册。概括地说,这一方法具有如下特点:

一、在分析高层建筑结构时,无剪力分配法与有限单元法(剪力墙按平面应力问题处理,刚架按杆系结构处理)相比,其未知量可大为减少。即使是百层以上的高层建筑,也都在小容量的电子计算机(如X-2、121、108、719机等)上计算,因此经济效果显著。

二、从结构力学的角度来说,无剪力分配法属精确法,其计算结果精确可靠。在高层刚架-剪力墙联合体系中,我们发现用苏联的安东诺夫方法^[10]计算所得的内力,在底层误差较大。在高层建筑的结构设计中,对变形的计算要求严格,用无剪力分配法进行分析,当剪力墙考虑剪切变形、高层刚架考虑轴向变形时,所算得的顶层位移和各层之间的相对线位移都比较精确。

三、对于高层刚架,我们讨论了杆件轴向变形的影响(即

杆件的长度变化效应),在忽略高阶微量的影响后获得了比较规格化的基本计算公式,其特点仍然是使基本未知量尽量减少,以利于在小型电子计算机上计算。

四、T. V. 卡门^[11]曾建议将连续梁的三弯矩方程按二阶常系数差分方程来求解,这是一个概念清晰、计算简便的方法。在高层建筑中,我们用无剪力分配法导出的三转角方程和六转角方程是与三弯矩方程相类似的方程,写成矩阵形式呈带状。在对称的高层刚架、互联剪力墙中,将其三转角方程按常系数差分方程来求解时,其中的两个待定常数,一个由底层条件定出,另一个则由顶层条件定出。在不对称的高层刚架、互联剪力墙以及高层刚架-剪力墙联合体系中,利用差分式将六转角方程转换为四阶常微分方程后,再按差分方程来求解时,共有四个待定常数,其中两个由底层条件定出,另外两个由顶层条件定出。还可指出,无论带宽为多少的带状矩阵线性方程组,都可按这个方法将其转化为常微分方程来求解。

限于水平,书中错误和缺点一定不少,热忱欢迎读者批评指正。

作者 1979.7.

目 录

第一章	用于高层建筑结构计算的无剪力分配法	1
1-1	引言	1
1-2	单跨高层刚架的计算	4
1-3	互联剪力墙的计算	18
1-4	高层刚架-剪力墙联合体系的计算	27
1-5	小结	42
第二章	剪切变形的影响	46
2-1	引言	46
2-2	剪力墙单元的刚度矩阵	48
2-3	基本计算公式及算例	55
2-4	考虑剪切变形时高层刚架-剪力墙联合体系的计算	74
2-5	小结	97
第三章	轴向变形的影响	99
3-1	引言	99
3-2	基本计算公式及算例	100
3-3	公式的进一步综合	123
3-4	小结	131
第四章	按常系数差分方程求解带状系数矩阵的线性代 数方程组	132
4-1	引言	132
4-2	在对称式高层建筑结构上的应用	136
4-3	在非对称式高层建筑结构上的应用	141
参考文献		155

第一章

用于高层建筑结构计算的无剪力分配法

1-1 引 言

在高层建筑结构的设计工作中,有关内力分析的方法很多。过去,为了避免繁琐冗长的运算,曾有不少简化假定。例如,多层刚架在水平结点荷载作用下,假定反弯点位于各层柱子的中点。但是,这一假定只有在建筑物不甚高或者横梁刚度大于柱的刚度若干倍时才能认为是可行的。如果刚架层数很多,高度超过 30 m,则此项假定不能采用。近年来,由于电子计算机在结构设计中的广泛应用,因此有可能采用最少的简化假定并花费较短的时间将结构计算完成。目前又有了分析高层建筑结构与剪力墙的各种数值方法。

本书介绍的无剪力分配法,其主要特点是将杆件的转角位移方程经过处理后,使其只包含角位移未知数,而线位移未知数不出现。这样,在不对称的单跨 n 层刚架(图 1-1)中,共有 $2n$ 个 θ (角位移未知数)和 n 个 Δ (线位移未知数),利用无剪力分配法建立结构刚度矩阵(总刚度矩阵)时,因为 Δ 不出现,所以仅为 $2n$ 阶方阵。如果是对称的单跨 n 层刚架,则其结构刚度矩阵仅为 n 阶方阵。因此,结构刚度矩阵的阶数大为减少,且呈带状。在剪力墙的设计中,由于连系横梁的两端与墙体连在一起,因而加大了横梁的刚度(图 1-2b),当采用修正的横梁抗弯刚度后,用无剪力分配法进行计算,就与单跨高层刚架的分析完全一样,其总刚度矩阵大大降阶且呈

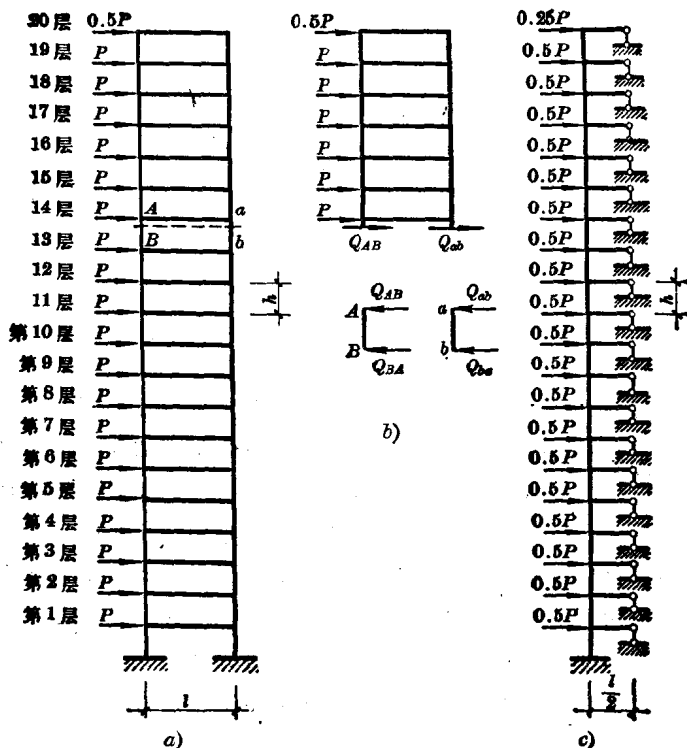


图 1-1

带状。

采用无剪力分配法对高层结构进行内力分析，其优点还在于：刚架各层梁和柱的刚度可以不等，横梁的刚度可以较小（这时柱的反弯点不会在中点附近）；剪力墙可为变截面（图 1-3a），墙也可以不到顶（图 1-3b）。另外，它还特别适合小容量电子计算机的运算，这在目前情况下，为节省电算时间，降低成本，加速计算机的周转使用，都是很有意义的。

从结构力学的角度来说，无剪力分配法是一种精确计算

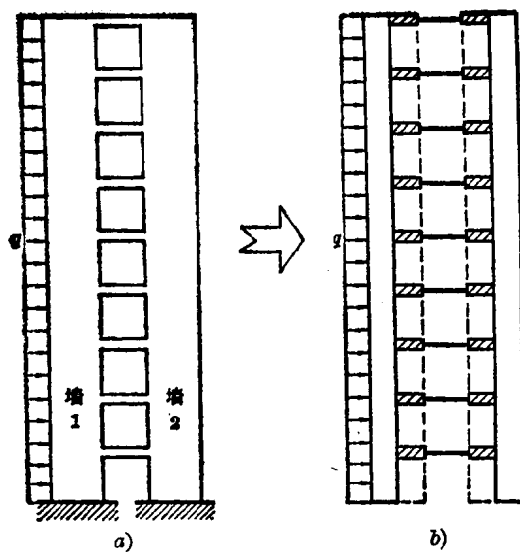


图 1-2

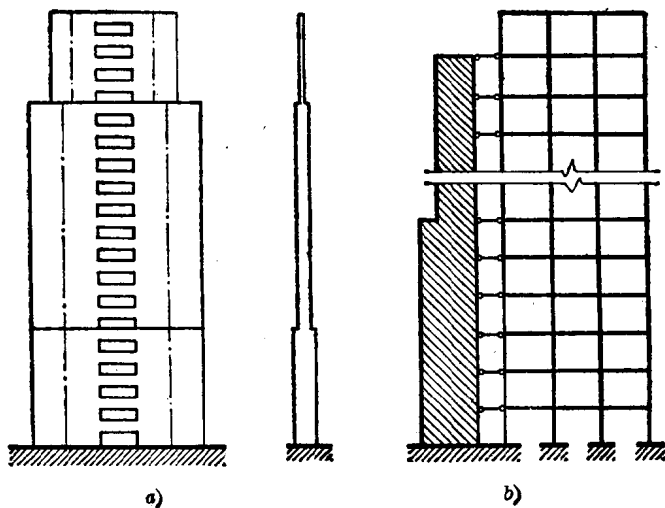


图 1-3

法。将其计算结果与文献 [10] 的结果相比较,可以发现用文献 [10] 的方法计算刚架部分的内力时,其内力分布规律是不符合实际情况的。

1-2 单跨高层刚架的计算

图 1-1a 所示单跨多层刚架,其中任一层柱 AB 、 ab 的转角位移方程为

$$M_{AB} = 4i_{AB}\theta_A + 2i_{AB}\theta_B - 6i_{AB}\beta_{AB} \quad (1-1)$$

$$M_{BA} = 4i_{AB}\theta_B + 2i_{AB}\theta_A - 6i_{AB}\beta_{AB} \quad (1-2)$$

$$M_{ab} = 4i_{ab}\theta_a + 2i_{ab}\theta_b - 6i_{ab}\beta_{AB} \quad (1-3)$$

$$M_{ba} = 4i_{ab}\theta_b + 2i_{ab}\theta_a - 6i_{ab}\beta_{AB} \quad (1-4)$$

$$Q_{AB} = \frac{6i_{AB}}{h} (\theta_A + \theta_B) - \frac{12i_{AB}}{h} \beta_{AB} \quad (1-5)$$

$$Q_{ab} = \frac{6i_{ab}}{h} (\theta_a + \theta_b) - \frac{12i_{ab}}{h} \beta_{AB} \quad (1-6)$$

式中: $i = \frac{EI}{h}$, $\beta = \frac{\Delta}{h}$, Δ 为柱两端的相对水平线位移。剪力 Q_{AB} 、 Q_{ab} 等对柱端而言均规定以向左为正。

横梁 Aa 两端无相对线位移,其转角位移方程为

$$\left. \begin{aligned} M_{Aa} &= 4i_{Aa}\theta_A + 2i_{Aa}\theta_a \\ M_{aA} &= 4i_{Aa}\theta_a + 2i_{Aa}\theta_A \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

由图 1-1b 可知,杆端剪力应与水平外荷载相平衡,即

$$Q_{AB} + Q_{ab} + \Sigma P_i = 0$$

式中 ΣP_i 为该层以上水平外荷载之总和。将式 (1-5)、(1-6) 代入则有

$$\begin{aligned} & \frac{6}{h} [i_{AB}(\theta_A + \theta_B) + i_{ab}(\theta_a + \theta_b)] \\ & - \frac{12}{h} (i_{AB} + i_{ab}) \beta_{AB} + \Sigma P_i = 0 \end{aligned}$$

因此

$$\beta_{AB} = \frac{1}{2(i_{AB} + i_{ab})} [i_{AB}(\theta_A + \theta_B) + i_{ab}(\theta_a + \theta_b)] + \frac{h}{12(i_{AB} + i_{ab})} \Sigma P_i \quad (1-8)$$

将式(1-8)代回式(1-1) ~ (1-4), 整理后得

$$M_{AB} = C_1 \theta_A + C_2 \theta_B - C_3 (\theta_a + \theta_b) - \frac{i_{AB}}{2(i_{AB} + i_{ab})} h \Sigma P_i \quad (1-9)$$

$$M_{BA} = C_1 \theta_B + C_2 \theta_A - C_3 (\theta_a + \theta_b) - \frac{i_{AB}}{2(i_{AB} + i_{ab})} h \Sigma P_i \quad (1-10)$$

$$M_{ab} = C_4 \theta_a + C_5 \theta_b - C_3 (\theta_A + \theta_B) - \frac{i_{ab}}{2(i_{AB} + i_{ab})} h \Sigma P_i \quad (1-11)$$

$$M_{ba} = C_4 \theta_b + C_5 \theta_a - C_3 (\theta_A + \theta_B) - \frac{i_{ab}}{2(i_{AB} + i_{ab})} h \Sigma P_i \quad (1-12)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{i_{AB}(i_{AB} + 4i_{ab})}{i_{AB} + i_{ab}} \\ C_2 &= \frac{i_{AB}(2i_{ab} - i_{AB})}{i_{AB} + i_{ab}} \\ C_3 &= \frac{3i_{AB}i_{ab}}{i_{AB} + i_{ab}} \\ C_4 &= \frac{i_{ab}(i_{ab} + 4i_{AB})}{i_{AB} + i_{ab}} \\ C_5 &= \frac{i_{ab}(2i_{AB} - i_{ab})}{i_{AB} + i_{ab}} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

如果是对称式单跨多层刚架, 在反对称荷载作用下, 其计算简图的半刚架如图 1-1c 所示。由于变形是反对称的, 所以

$$\theta_A = \theta_a, \quad \theta_B = \theta_b$$

又因 $i_{AB} = i_{ba}$, 故式(1-9)、(1-10)、(1-7)简化为

$$M_{AB} = i_{AB}(\theta_A - \theta_B) - \frac{1}{4} h \Sigma P_i \quad (1-14)$$

$$M_{BA} = i_{AB}(\theta_B - \theta_A) - \frac{1}{4} h \Sigma P_i \quad (1-15)$$

$$M_{Ao} = 6i_{Ao}\theta_A \quad (1-16)$$

有了以上公式, 便可按一般位移法求解各杆端内力。

[例 1-1] 设有某单跨 20 层刚架, 每层高度相同, $h=3\text{m}$, 横梁跨度 $l=4.5\text{m}$, $P=1\text{t}$ 。左柱、右柱、横梁的刚度相对比值为 $1:3:1/12$ 。结点编号: (左边, 自下而上) $n=1, 2, \dots, 20$; (右边, 自下而上) $n'=1', 2' \dots 20'$ 。固定端编号为 o 及 o' 。

解: 由式(1-13)算得

$$C_1 = \frac{1 \times (1 + 4 \times 3)}{1 + 3} = 3.25$$

$$C_2 = \frac{1 \times (2 \times 3 - 1)}{1 + 3} = 1.25$$

$$C_3 = \frac{3 \times 1 \times 3}{1 + 3} = 2.25$$

$$C_4 = \frac{3 \times (3 + 4 \times 1)}{1 + 3} = 5.25$$

$$C_5 = \frac{3 \times (2 \times 1 - 3)}{1 + 3} = -0.75$$

利用式(1-9)~(1-12)可写出(n 的取值为 $1 \sim 20$)

$$\begin{aligned} M_{n,n-1} &= 3.25\theta_n + 1.25\theta_{n-1} - 2.25(\theta_{n'} + \theta_{n-1'}) \\ &\quad - \frac{3}{8}(20.5 - n)P \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} M_{n-1,n} &= 3.25\theta_{n-1} + 1.25\theta_n - 2.25(\theta_{n'} + \theta_{n-1'}) \\ &\quad - \frac{3}{8}(20.5 - n)P \end{aligned} \quad (b)$$

$$M_{n',n-1'} = 5.25\theta_{n'} - 0.75\theta_{n-1'} - 2.25(\theta_n + \theta_{n-1}) - \frac{9}{8}(20.5-n)P \quad (\text{c})$$

$$M_{n-1',n'} = 5.25\theta_{n-1'} - 0.75\theta_{n'} - 2.25(\theta_n + \theta_{n-1}) - \frac{9}{8}(20.5-n)P \quad (\text{d})$$

由式(1-7)写出

$$M_{n,n'} = \frac{1}{3}\theta_n + \frac{1}{6}\theta_{n'} \quad (\text{e})$$

$$M_{n',n} = \frac{1}{3}\theta_{n'} + \frac{1}{6}\theta_n \quad (\text{f})$$

将式(b)中的编号 n 和 n' 均增加 1 可写出

$$M_{n,n+1} = 3.25\theta_n + 1.25\theta_{n+1} - 2.25(\theta_{n'} + \theta_{n+1'}) - \frac{3}{8}(19.5-n)P \quad (\text{g})$$

同样由式(d)可写出

$$M_{n',n+1'} = 5.25\theta_{n'} - 0.75\theta_{n+1'} - 2.25(\theta_n + \theta_{n+1}) - \frac{9}{8}(19.5-n)P \quad (\text{h})$$

结点 n 和 n' 的弯矩平衡条件为

$$\Sigma M_n = M_{n,n-1} + M_{n,n+1} + M_{n,n'} = 0 \quad (\text{i})$$

$$\Sigma M_{n'} = M_{n',n-1'} + M_{n',n+1'} + M_{n',n} = 0 \quad (\text{j})$$

将式(a)、(g)、(e)代入式(i), 将式(c)、(h)、(f)代入式(j)可得

$$1.25\theta_{n+1} + \frac{20.5}{3}\theta_n + 1.25\theta_{n-1} - 2.25\theta_{n+1'} - \frac{13}{3}\theta_{n'} - 2.25\theta_{n-1'} = \frac{3}{4}(20-n)P \quad (\text{k})$$

$$\begin{aligned}
& -2.25\theta_{n+1} - \frac{13}{3}\theta_n - 2.25\theta_{n-1} - 0.75\theta_{n+1'} + \frac{32.5}{3}\theta_{n'} \\
& - 0.75\theta_{n-1'} = \frac{9}{4}(20-n)P \quad (1)
\end{aligned}$$

式(k)、(l)适用于1、2、…19层各结点,但不适用于顶层,顶层结点的弯矩平衡方程应按以下条件导出,即由

$$\begin{aligned}
\Sigma M_n &= M_{n,n-1} + M_{n,n'} = 0 \\
\Sigma M_{n'} &= M_{n',n-1'} + M_{n',n} = 0
\end{aligned}$$

将式(a)、(c)、(e)、(f)分别代入,则得

$$\begin{aligned}
& \frac{43}{12}\theta_n + 1.25\theta_{n-1} - \frac{25}{12}\theta_{n'} - 2.25\theta_{n-1'} \\
& = \frac{3}{8}(20.5-n)P \quad (m)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{25}{12}\theta_n - 2.25\theta_{n-1} + \frac{67}{12}\theta_{n'} - 0.75\theta_{n-1'} \\
& = \frac{9}{8}(20.5-n)P \quad (n)
\end{aligned}$$

由式(k)、(l)、(m)、(n)即可写出所有结点的弯矩平衡方程,例如,由式(m)、(n)令 $n=20$, $n'=20'$, $P=1t$ 可得

$$3.5833\theta_{20} + 1.25\theta_{19} - 2.0833\theta_{20'} - 2.25\theta_{19'} = 0.1875 \quad (p)$$

$$-2.0833\theta_{20} - 2.25\theta_{19} + 5.5833\theta_{20'} - 0.75\theta_{19'} = 0.5625 \quad (q)$$

由式(k)、(l)令 $n=19$, $n'=19'$, $P=1t$ 可得

$$\begin{aligned}
& 1.25\theta_{20} + 6.8333\theta_{19} + 1.25\theta_{18} - 2.25\theta_{20'} - 4.3333\theta_{19'} \\
& - 2.25\theta_{18'} = 0.75 \\
& -2.25\theta_{20} - 4.3333\theta_{19} - 2.25\theta_{18} - 0.75\theta_{20'} \\
& + 10.8333\theta_{19'} - 0.75\theta_{18'} = 2.25
\end{aligned}$$

表 1-1

[illegible]

由式(k)、(l)令 $n=1$, $n'=1'$, $P=1t$, 并注意 $\theta_0=0$, $\theta_{0'}=0$ 得

$$\begin{aligned} 1.25\theta_2 + 6.8333\theta_1 - 2.25\theta_{2'} - 4.3333\theta_{1'} &= 14.25 \\ -2.25\theta_2 - 4.3333\theta_1 - 0.75\theta_{2'} + 10.8333\theta_{1'} &= 42.75 \end{aligned}$$

这样,即可得到一组求解各 θ 值的线性代数方程,这组方程呈阶梯形,除前两个和最后两个方程只含四个 θ 未知量外,其余每一方程都含六个 θ 未知量,故我们称之为六转角方程组。写成矩阵形式(见表 1-1),其系数矩阵(即结构刚度矩阵)呈带状,半带宽为 4。在本例中,由于各层的横梁和柱的刚度相同,所以在结构刚度矩阵中,除前两行和最后两行外,中间各行的非零元素奇数行全相同,偶数行也全相同。结构刚度矩阵为 $2n=40$ 阶方阵,根据反力互等定理,这个矩阵为一对称方阵。

表 1-1 经电子计算机解算,求得的 40 个 θ 值如表 1-2

表 1-2

θ_{20}	4.7811	$\theta_{2'}$	5.1311	θ_{19}	6.0151	$\theta_{19'}$	6.1217
θ_{18}	7.7419	$\theta_{18'}$	7.9710	θ_{17}	9.9912	$\theta_{17'}$	10.2649
θ_{16}	12.4993	$\theta_{16'}$	12.8485	θ_{15}	15.1772	$\theta_{15'}$	15.6001
θ_{14}	17.9492	$\theta_{14'}$	18.4500	θ_{13}	20.7704	$\theta_{13'}$	21.3500
θ_{12}	23.6062	$\theta_{12'}$	24.2651	θ_{11}	26.4263	$\theta_{11'}$	27.1640
θ_{10}	29.1962	$\theta_{10'}$	30.0115	θ_9	31.8691	$\theta_{9'}$	32.7592
θ_8	34.3738	$\theta_{8'}$	35.3343	θ_7	36.5977	$\theta_{7'}$	37.6211
θ_6	38.3582	$\theta_{6'}$	39.4321	θ_5	39.3578	$\theta_{5'}$	40.4618
θ_4	39.1102	$\theta_{4'}$	40.2105	θ_3	36.8174	$\theta_{3'}$	37.8610
θ_2	31.1819	$\theta_{2'}$	32.0722	θ_1	20.0432	$\theta_{1'}$	20.6601

所示,将其代回转角位移方程(a)~(f),即可求得各杆端弯矩值。柱子的弯矩图和横梁的剪力图如图 1-4 所示,由于右柱的刚度是左柱刚度的三倍,所以右柱固定端处的弯矩要比左柱大得多。图中的横梁剪力图表示各层横梁剪力的变化情况,在本例中为一连续曲线,最大剪力发生在第五层的横梁中。

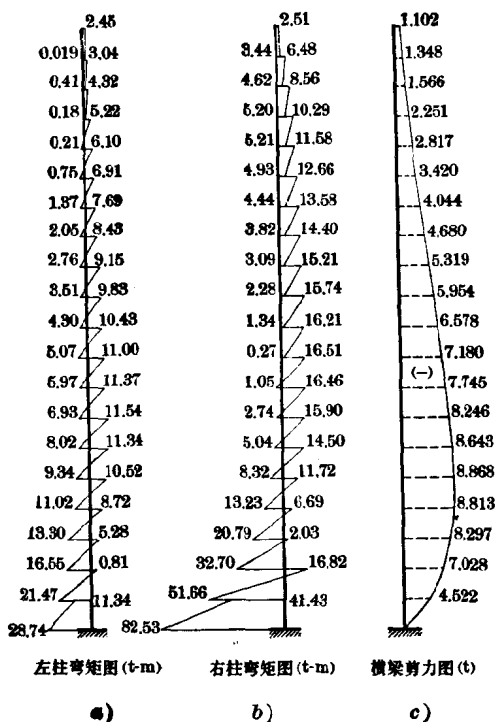


图 1-4

[例 1-2] 某单跨 20 层对称刚架,其半刚架计算简图如图 1-1c 所示。每层高度相同, $h = 3\text{m}$, 横梁跨度 $l = 4.5\text{m}$,