

YANJIUSHENG RUXUE KAOSHI ZHENTI · MONI · XIANGSHI

研究生入学考试 真题 · 模拟 · 详释

数学

(理工类)

主编 赵生变

编者 邓小琴 王秋媛 吴发恩

北京理工大学出版社

研究生入学考试真题·模拟·详释

数 学

(理工类)

主编 赵生变

编者 邓小琴 王秋媛 吴发恩

北京理工大学出版社

· 北 京 ·

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

研究生入学考试真题·模拟·详释·理工类数学/赵生变主编. —北京:北京理工大学出版社, 2002. 6

ISBN 7-81045-920-1

I. 研… II. 赵… III. 高等数学-研究生-入学考试-试题-研究 IV. G643.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 031857 号

出版发行/北京理工大学出版社

社 址/北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编/100081

电 话/(010)68914775(办公室) 68459850(传真) 68912824(发行部)

网 址/http://www.bitpress.com.cn

电子邮箱/chiefedit@bitpress.com.cn

经 销/全国各地新华书店

印 刷/北京国马印刷厂印刷

装 订/天津高村装订厂

开 本/787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张/14.75

字 数/345 千字

版 次/2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 1 次印刷

印 数/1~5000 册

定 价/20.50 元

责任校对/郑兴玉

责任印制/刘京凤

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

全国硕士研究生入学考试是目前我国教育类考试中层次较高的考试。21世纪是科学技术突飞猛进和知识经济迅速兴起的新时代,世界对各类人才的需求正在发生着深刻的变化。这给青年一代既带来了新的机遇,也带来了新的挑战。为把握新机遇,迎接新挑战,广大有志青年学生踊跃报名参加研究生考试。如何准备考试复习呢?怎样才能减少复习的盲目性呢?

考研题是命题专家们集体智慧的结晶。它不仅反映了《考试大纲》所规定的对考生知识能力和素质的测试要求,而且全面展示了考研试卷的结构、各类题的特点、难度和分量、考试内容比例和覆盖面,同时还蕴含着命题的指导思想、基本原则和命题趋势。因此,每一个准备参加考试的有志之士,都有必要认真分析研究往年的考卷,从中了解考试内容、考试难度、考题分量等在试卷中的体现,以把握考试的重点、难点,总结常考内容、常见题型等规律性的东西,做到心中有数,有的放矢。

全国硕士研究生入学实行统一考试已15年了,这15年来,随着考研浪潮的不断升温,对考试的质量要求也不断提高,《考试大纲》也在不断修改。近几年命题思想也发生了变化,由传统的以知识立意为主改为以能力立意为主,更加注重考查考生在研究生学习阶段继续学习的潜能和创新能力。因此应把对近几年的考研试卷进行研究,作为应试策略的重要组成部分。

受专家的指点,经过长时间的探讨,我们决定出版这本书。本书共有四部分内容。第一部分考点分布统计表,把1998—2002年这五年的考研试题所涉及的知识点、分值及题型这三方面的分布情况都集中在一张表上,使读者能对近几年的考卷情况有个总体感觉,也可从中发现一些规律性的东西。第二部分命题趋向分析,通过分析多年的考题,揭示命题的意图,总结常考内容、常见题型等规律性的东西,预测命题的趋向。第三部分试题分析,汇集了1998—2002年这五年的考研真题,保持原考卷的结构,逐题按“分析—解(证明)—知识点—常见错误—发散思维”五部曲进行研究。“分析”给出了解题思路;“解(证明)”提供了详细的解答,力求一题多解,有些题还给出了注;“知识点”指出了考题所涉及的内容,做到把内容细分、点化;“常见错误”总结了考生在考试中常出现的错误,分析了出现错误的原因,指出了考生在复习时应注意的问题。“发散思维”是五部曲中最具特色的一部分,我们通过分析、研究多年的考题发现,试题具有反复出现性,即考查同一内容的试题,从难易程度考查的认知程度考虑,可以以不同的形式出现在不同年的考卷中。所以,我们在“发散思维”这部曲中,抓住考题的核心内容,联想出此类题可能的变化形式,尽量对每一题提供多种变式或类题,并给出答案。让考生开阔思路,扩大眼界,起到举一反三,触类旁通的作用。第四部分模拟试题及参考答案,每种试卷都给出两套模拟试题,并附有参考答案,供考生考前练兵之用。

本书由多年从事考研辅导,或对考研题颇有研究并参加多年考研试卷阅卷工作的专家教授编写,具体分工如下:邓小琴老师负责高等数学中一元微积分、微分方程的编写;吴发恩老师负责高等数学中多元微积分、级数和命题趋向的编写;王秋媛老师负责线性代数部分的编写;赵生变老师负责概率论与数理统计部分的编写。全书由赵生变老师策划、定稿。

由于我们时间仓促,水平有限,有不妥之处,请指正。

编 者

2002年4月

目 录

第一部分 1998—2002 年考点分布统计表	(1)
表一 数学一高等数学	(3)
表二 数学一线性代数	(4)
表三 数学一概率论与数理统计	(5)
表四 数学二高等数学	(6)
表五 数学二线性代数	(7)
第二部分 命题趋向分析	(9)
第三部分 1998—2002 年考研真题分析	(13)
(一)1998 年试题分析	(15)
数学一	(15)
数学二	(40)
(二)1999 年试题分析	(54)
数学一	(54)
数学二	(74)
(三)2000 年试题分析	(87)
数学一	(87)
数学二	(108)
(四)2001 年试题分析	(127)
数学一	(127)
数学二	(148)
(五)2002 年试题分析	(164)
数学一	(164)
数学二	(182)
第四部分 模拟试题与参考答案	(201)
(一)模拟试题	(203)
数学一模拟试题一	(203)
数学一模拟试题二	(204)
数学二模拟试题一	(207)
数学二模拟试题二	(208)
(二)参考答案	(210)
数学一模拟试题一参考答案	(210)
数学一模拟试题二参考答案	(215)
数学二模拟试题一参考答案	(220)
数学二模拟试题二参考答案	(225)

第一部分

1998—2002 年考点分布统计表

原书空白页

表一 数学一高等数学

分 题 值 型 知识点		1998 年					1999 年					2000 年					2001 年					2002 年				
		填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	
函数与极限	函数极限	3					3						5													
	无穷小的阶																					6				
	数列极限					2																				
	连续与间断																									
	介值定理																									
一元函数微分学	导数	3					3								3					3	3				7	
	微分	2																								
	高阶导数																									
	微分中值定理					6							6				7									
	洛必达法则																									
	极值与最值																									
	曲率																									
	函数形态																3									
不等式									6			3														
一元函数积分学	不定积分							3									6									
	变上限积分	3					3																			
	定积分					4					4	6	3													
	广义积分																				3					
	解析几何	平面、直线					3																			
	曲线、曲面					2																				
多元函数微分	偏导数	3						5				3	5			3	6			1		7				
	全微分																									
	方向导数与梯度			6												3									7	
	极值与最值																									
多元函数积分	二重、三重积分														7	3				8						
	曲线积分	3																								
	格林公式								5				6										8			
	曲面积分								7				3													
	高斯公式			7										1												
	斯托克斯公式																7									
级数	数项级数				5					3			3						2				3		2	
	幂级数												6						6							
	傅立叶级数							3																		
微分方程	一阶微分方程	1												6												
	二阶微分方程						6	3			6	3				3				3					5	

表二 数学一线性代数

分 题 值 型		1998 年					1999 年					2000 年					2001 年					2002 年				
		填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合
知识点																										
行列式	计算								2																	
	代数余子式性质																									
矩 阵	解矩阵方程												6			3										
	求逆矩阵																									
	伴随矩阵																									
	初等矩阵																									
	分块矩阵																									
向 量	线性相关、无关				4							3				2										
	极大无关组																									
	向量组等价																									
	秩		3					3																		
	正交阵			1																						
	基变换、坐标变换																									
线 性 方 程 组	Cramer 法则																									
	齐次有非零解(零解)的充要条件								3							2										
	齐次基础解系和通解			5												2										
	非齐次有解(无解)的充要条件										3											3				
	非齐次求解,通解								3														6			
矩 阵 的 特 征 值 特 征 向 量	特征值	3				3	1						2													
	特征向量		3				2					4		6												
	相似阵		2												3	2							8			
	对角化											2														
二 次 型	(正交变换法)标准化																		3							
	正定二次型						3																			
	正定矩阵																									

表三 数学一概率论与数理统计

分 题 值 型		1998 年				1999 年				2000 年				2001 年				2002 年			
		填 空	选 择	计 算	综 合	填 空	选 择	计 算	综 合	填 空	选 择	计 算	应 用	填 空	选 择	计 算	应 用	填 空	选 择	计 算	综 合
事件 概率	概率性质		1			2				2											
	条件概率		2																		
	事件独立					1				1			1								
一维 随机 变量	几何分布												2								
	二项分布																2				4
	泊松分布																1				
	均匀、指数分布																				
	正态分布					1												3			
二维 随机 变量	联合分布律								3								2				
	边缘分布律								3												
	条件分布律																2				
	均匀分布	2																			
	正态分布				2	1															
	联合、边缘密度	1																			
	随机变量独立				1	1		2											3		
	函数的分布				1					1											
数字 特征	期 望							3					3			2					3
	方 差				2								2								
	协方差、相关系数										2				3						
	切比雪夫不等式													3							
大数定律与中心极限定理																					
抽样 分布	t 分布、F 分布																				
	χ^2 分布															1					
	正态总体样本性质			4												4					
参数 估计	矩估计							3											4		
	极大似然估计										6										
	区间估计																				
假设检验				4																	

表四 数学二高等数学

分 题 值 型 知识点		1998 年					1999 年					2000 年					2001 年					2002 年				
		填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	应 用	
函数与极限	函数复合														3											
	函数极限	3			5							3	3		2	3	3									
	无穷小的阶							3								3										
	Σ -N 定义							3																		
	数列极限		3							7										3			8			
	连续与间断			5									3					4		3						
	渐近线	3											3													
一元函数微分学	导数定义		3					3						7						3						
	复合函数求导																									
	隐函数求导							3				3				3										
	参数方程求导							3																	6	
	微分		3																		3					
	高阶导数													5												
	微分中值定理				6										6											
	泰勒公式									8									2							
	洛必达法则								5																	
	极值与最值		3										3						2							
	曲率																		2							
	凹凸、拐点																		3							
	作图										8								3							
	不等式				8									3		4		3						8		
一元函数积分学	不定积分	3						3	3					5					6							
	变上限积分	3																	4			3	7			
	定积分	3		6			8					7			5+4	8	3		6+3	1-2	3			4	7	
	广义积分								6				3													
	平均值							3																		
微分方程	一阶微分方程					6			7					4	7	3			7	5+7				3-3		
	二阶线性方程				5		3						3						4		3	3				
	可降阶方程					8					8															

表五 数学二线性代数

分 题 值 型		1998 年					1999 年					2000 年					2001 年					2002 年				
		填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合	填 空	选 择	计 算	证 明	综 合
知识点																										
行列式	性质计算						3					1														
	代数余子式性质																									
矩 阵	解矩阵方程		3				4		3						6										3	
	矩阵乘法										2															
	求逆矩阵		2																						3	
	伴随矩阵	3					2																			
	初等矩阵																									
向 量	线性相关、无关										2															
	极大无关组						2				2											3	2			
	向量组等价																									
	秩											2														
线 性 方 程 组	Cramer 法则																									
	齐次有非零解(零解)的充要条件																									
	齐次基础解系和通解										4			6												
	非齐次有解(无解)的充要条件		4				2							3												
	非齐次求解,通解						2																	4	8	
矩 阵 的 特 征 值 特 征 向 量	特征值																					3				
	特征向量																									
	相似阵																									
	对角化																									

原书空白页

第二部分

命题趋向分析

原书空白页

我们把 1998 年至 2002 年硕士研究生入学考试的数学试卷（数学一、数学二）分高等数学、线性代数及概率统计三部分分别就各科目的考点分布作了统计和列表（见表一至表五），并分析了 2002 年的考卷。从中发现，尽管每年的数学考试试题都有变化，但也有它内在的规律，其规律可以概括成灵活、综合和应用。

以 2001 年的考题为例，数学一的填空题中有一题是已知函数的图形判断导函数的图形，实则考查导数的符号与函数的单调性之间的关系，这样的题不是靠死记硬背所能应付的，具有相当的灵活性。又如数学二的第七题把二阶常系数非齐次微分方程与定积分的计算综合起来考，第八题把一阶齐次微分方程与定积分和极值问题综合考查，第十题把 Taylor 公式，定积分的估计与连续函数的介值定理都综合起来了。考题的应用趋势就更明显了。从 1998 年到 2002 年，每年的每套试题都至少有一道应用题，内容涉及定积分、微分方程、无穷级数、重积分和曲面积分等。

数学一的高等数学部分有几个趋势比较明显。首先是导数的计算，包括一元函数的求导和多元函数偏导数的计算；其次是线面积分；第三是无穷级数和微分方程。这三部分连续几年都是必考的内容，而函数极限与定积分连续考了三年。因此这几部分的内容构成了近几年数学一高等数学的核心。其中求导一项，一般不会具体给出一个函数求其导数，往往是一元变上限的定积分求导或是多元复合函数的偏导数，如 1999 年与 2001 年数学二第六题。

关于函数极限计算，往年多是常规简单的计算，即运用 L'Hospital 法则和 Taylor 展开，再结合用等价无穷小代换，或用已知的重要极限进行变形来求某一复杂函数的极限。如 1999 年数学二第三题和 2000 年数学一第三题。因为高等数学就是研究函数，而极限是处理函数的最基本工具，上述提到的方法是求极限的基本而常用的方法，尽管这些方法和题型往年已考过，但将会常考常新。

关于积分部分，数学一往年线面积分考的频率比较高，如 2000 年数学一第五、六两题，2001 年数学一第六题，考生仍要对这两部分内容认真复习，掌握基本概念和基本的计算方法。但相关的知识点必须掌握。因为线面积分最后都能转化成定积分或重积分，而重积分也可转化成若干定积分，所以定积分和重积分就成了积分部分的支撑点。数学二定积分的计算、应用是常考的内容，如 1999 年数学二第四题、2000 年数学二第十题、2001 年数学二第七、八、九题。

关于级数部分，常考内容主要是求幂级数的收敛域、收敛半径或判别常数项级数的敛散性。如：1999 年数学一第九题，2000 年数学一第二大题的第（3）小题、第七题，2001 年数学一第五题。求数项级数的和，利用幂级数的和求数项级数的和在 2000 年和 2001 年都考过。级数部分的题型大多是综合题，如：1999 年数学一第九题级数的一般项是以定积分的形式出现，故把求数项级数的和，以及判定级数的敛散性综合起来考。又如，2000 年数学一第十二题求随机变量的数学期望时，要用到求幂级数的和函数的知识，等等。

最后是微分方程部分，常考的内容为一阶方程的求解、可降价的方程、二阶常系数线性方程。填空题或选择题一般考方程的求解问题，建立方程再求解的题大多数是出现在应用题和综合题中。如 1999 年数学一第五题、2000 年数学二第七题、2001 年数学二第八题。

线性代数部分的试题也向综合的方向发展，往往一道题考几个知识点且一个知识点的考核也是从不同角度不同侧面出题，灵活性逐年增加。需要考生全面透彻地理解知识点，真正达到对知识的融会贯通，而不是死记题型。

例如 2001 年数学二第十一题是关于矩阵方程的题,但方程的形式更复杂,所用的技巧更高更综合。

又如,2000 年数学一第十题也是矩阵方程,考查伴随矩阵与原矩阵的关系。

特征值、特征向量、相似阵、正交化方法、化二次型为标准形等知识点也是在历年考题中出现频率很高的考点,且出现的形式也在不断变化,考核的角度不断变化,难度逐年增加,要求对概念的理解更透彻。

线性方程组的基础解系与线性无关性、线性表示等融为一体,出了一些综合题目,如:2000 年数学二第十三题、2001 年数学一第十二题。

概率论与数理统计部分,在数学一中所占的分值约为 20%,但一个题往往考多个知识点,所以覆盖面相当广,主要考查对基本概念、基本性质、基本理论的理解能力以及基本方法的综合应用能力。趋势是向考查考生能灵活运用概率思想,建立正确的数学模型,综合运用高等数学的知识、概率统计知识解决问题的能力方向发展,如前面提到的 2000 年数学一的第十二题,又如 2001 年数学一第十一题,等等。

事件概率部分,在数学一中多以填空和选择的形式出现,但 2001 年没考这一部分。一维随机变量往年考得不多,2001 年仅在 7 分的综合题中出现。二维随机变量 1998 年和 1999 年考得多一些,主要内容是二维正态随机变量的性质、两随机变量的独立性、二维离散型随机变量的联合、边缘和条件分布律,但 2000 年和 2001 年都考得很少;数字特征部分的分量呈逐年上升的趋势,抽样分布 1999 年 2000 年两年没考,2001 年又考了 5 分。参数估计中矩估计和极大似然估计是重点考查的内容,虽然中心极限定理和区间估计近几年没考,但并不排除以后考的可能性。因为切比雪夫不等式,以前一直没考过,而 2001 年考了一填空题。

以上我们对近几年的数学试题作了一个简要的分析和总结,特点是:灵活多变,巧妙综合与实际运用。由此即可看到研究生入学考试的命题趋向,因此考生要在内容上全面复习之后,仔细研读我们对近五年真题的深入分析,自己去体会命题的动向,把各部分知识串起来,举一反三,触类旁通,这样上考场就成竹在胸了。

还要提醒考生不要去猜题,必须全面复习,夯实基础,加强导数、极限与积分的计算,大纲中提到的所有内容都有可能考到,往往是历年没考到的内容出现的可能性很大。所有参考书上的题目,光看是不够的,必须亲自去做,还要把解题步骤详细写下来,然后再想一想还有什么更简便的方法。如做错了,自己要总结一下,究竟为什么出错。只有这样反复刻苦地磨炼,才能对所考内容透彻理解,记忆深刻,适应变化莫测的考题,在研究生入学考试中考出优异的成绩。